

# 多目标优化中定性和定量 属性的计量及归一化\*

刘晨光 蒋水心

(郑州工学院水环系)

**摘 要:** 本文着重研究了多目标优化中定性属性定量化、定量属性归一化的问题。提出并运用模糊优属度的概念对常规的多目标优化模型进行了改造,建立了模糊优属度多目标优化模型。并以河南三门峡经济区的水资源优化分配为例对模型进行了验证,结果表明模型是合理可行的。

**关键词:** 多目标, 优化

## 1 问题的提出

在多目标优化中,如何解决定性属性定量化及定量属性归一化问题,一直是各国系统工程学者所致力解决而目前尚未很好解决的一个问题。作者通过模糊集中模糊优属度的概念,将描述定性属性特征的程度值转化为以决策变量为自变量的函数关系(即模糊优属度函数)。使这些函数作为目标函数直接进入决策优化过程,从而使多目标属性决策转化为多目标优化决策,解决了定性属性定量化及定量属性归一化的问题,改变了过去单纯用层次分析法以权重值代表定性属性特征的方法,这在思想上和方法上都是一个创新,同时,其物理概念及理论模型更加接近于实际。

## 2 模糊优属度多目标优化模型

### 2.1 大系统多目标递阶层次结构:

大系统的递阶(多级)和分散信息结构可以描述有关社会、企业、行政机构、经济、环境、数据通讯、电力、交通运输、航空与航天、水资源及能源系统等多个方面,它常代表复杂的实际系统。通常所用的大系统多目标递阶层次结构如图1所示。

### 2.2 模糊优属度多目标优化模型的建立:

大系统多目标优化决策的特点是:方案连续不可数。目标属性值也就连续可变,通过优化技术从含有无数个方案的方案集合中找出较优或最优的方案来。

---

\* 收稿日期: 1990.04

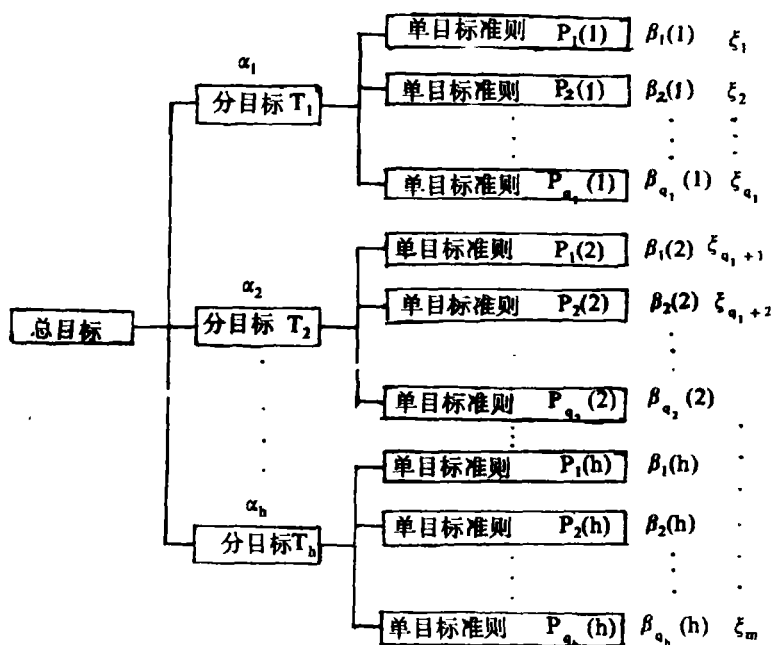


图1 多目标递阶层次结构

## ①多目标优化决策 (MODM) 的一般模式:

解决多目标问题的一般途径是将多目标问题转化为单目标问题来求解, 常用的方法有: 权重法、约束法、拉格朗日乘子法、固定等式约束、权重范数和权重与约束混合形式等。在本课题的研究中, 我们采用权重法最大寻优形式即:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^m \xi_i f_i(x^k) \\ \text{s.t.} \quad & g_i(x^k) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, s \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $f_i(x^k)$  — 第 $k$ 子区第 $t$ 个单目标准则的目标函数;

$\xi_i$  — 第 $t$ 个单目标准则相对于总目标的权重;

$x^k$  — 总区域中第 $k$ 子区的决策变量;

$m$  — 单目标准则个数;

$g_i(x^k)$  — 第 $k$ 子区第 $i$ 个约束条件;

式(1)是针对 $k$ 子区多目标优化所建立的模型, 对于总区域, 我们引入各子区的地位权重 $\lambda_k$ , 即可建立总区域的多目标优化的一般模型, 即:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^m \lambda_k \xi_i f_i(x^k) \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} g_i(x^k) \leq 0 & i = 1, 2, \dots, S \quad k = 1, 2, \dots, K \\ \text{其他约束} \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

## ②模糊优属度的概念:

定性属性和模糊事物的程度及水平通常都是用模糊语言来描述的。比如描述某一事物的优劣程度用“很好,好,一般,差,很差”等模糊语言来刻画,这种描述没有严格的量的概念,对模型优化及人机对话是十分不利的,我们试图找到一种函数,它能定量地表达和描述属性的程度及水平,下面,引入模糊优属度的定义。

定义:某一事物或概念从属“优”这个模糊概念的程度,称为该事物或概念的模糊优属度,用 $r$ 表示。

$r$ 是0到1之间的某一实数,它的大小即代表该事物的优劣程度。当 $r=1$ 则该事物属于完全优,当 $r=0$ 则该事物属于完全劣, $r$ 越接近1,则属于“优”的程度就越大。

### ③模糊优属度的多目标优化模型:

系统方案或目标准则的优劣排序通常由若干个评价因素或指标的特征值来描述,我们努力把这种特征值转化为优属度,并且找到其与决策变量之间的数量关系,这种关系称为模糊优属度函数,用 $r_i(x^k)$ 表示,我们用该函数描述目标达到的程度,并将其代替(2)式中的目标函数 $f_i(x^k)$ ,建立模糊优属度的多目标优化模型如下:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^m \lambda_k \xi_i r_i(x^k) \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} g_i(x^k) \leq 0 & i=1, 2, \dots, S \\ \text{其他约束} \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

由于模糊优属度函数是以决策变量为自变量的,同时,它可以描述定性目标和模糊事物的优劣程度,是一个定量指标,因此,只要确定了定性目标的优劣程度,那么,定性属性的多目标优化问题也就基本得到了解决。

### ④模糊优属度的确定:

在模糊集合论中,扎德提出许多确定隶属度的公式,其中,可用来判定优劣程度的隶属度公式如下:

$$\text{对于越大越优型模糊事物,其优属度为: } r(Y) = \left( \frac{Y - \inf(Y)}{\sup(Y) - \inf(Y)} \right)^P \quad (4)$$

$$\text{对于越小越优型模糊事物,其优属度为: } r(Y) = \left( \frac{\sup(Y) - Y}{\sup(Y) - \inf(Y)} \right)^P \quad (5)$$

其中: $Y$ 为模糊事物的属性特征值;

$\sup(Y)$ 、 $\inf(Y)$ 分别为模糊事物属性特征值的上、下确界,也称优上界、劣下界。

$P$ 为指数,一般取 $P=1$ ,则优属度函数为线性函数。

在多目标优化问题中,我们设法找到目标的属性特征值同决策变量之间的关系。这种关系称为属性特征值函数,用 $B_i(x^k)$ 表示。对于某些目标,该函数可以直接找到,而对于另一些目标(尤其是定性目标),必须通过中间函数(此函数称为相关函数,用 $F(x^k)$ 表示)方可建立这种函数,即 $B_i(F(x^k))$ 。相关函数 $F(x^k)$ 是这样一种函数,既同目标准则有着密切关系,它的大小又可间接地表达该目标优劣的程度和水平。

这样,我们用 $B_i(x^k)$ 代替公式(4)、(5)中的 $Y$ ,就将(4)、(5)式转化为:

对于越大越优型(正向型)目标准则,其优属度为:

$$r_i(x^k) = \left[ \frac{B_i(x^k) - \inf(B_i(x^k))}{\sup(B_i(x^k)) - \inf(B_i(x^k))} \right]^p \quad (6)$$

对于越小越优型(负向型)目标准则,其优属度为:

$$r_i(x^k) = \left[ \frac{\sup(B_i(x^k)) - B_i(x^k)}{\sup(B_i(x^k)) - \inf(B_i(x^k))} \right]^p \quad (7)$$

对于上两式中 $\sup(B_i(x^k))$ 和 $\inf(B_i(x^k))$ 的确定可以有許多方法,既可通过目标规划求得一个最优值或最劣值来充当,也可以在本区域或某区域内选择一个理想的上界值和下界值来充当,还可选择一个现实与理想结合的假想优等值来充当,这要视具体的问题而定。

综上所述,模糊优属度有下面几个特点:

- (1) 模糊优属度是一个无量纲函数,解决了多目标问题中量纲不统一的问题;
- (2) 模糊优属度将定性属性的优劣程度用一个0到1之间的实数函数表示,实现了定性属性的量化;
- (3) 模糊优属度的多目标优化模型式(3)可用来解决一般的定性属性的多目标优化问题。

### 3 经济区水资源多目标优化分配模型

#### 3.1 经济区水资源优化分配的特点:

经济区是一个受多种条件、多种因素制约和影响的复杂大系统,通常包括几个县级行政区的部分或全部。经济区水资源分配系统包括有水源系统,输水系统和用水系统三部分。其有如下特性。第一,区内可供利用的水量,受降雨气候等条件的影响,不同时段可供利用的水量不同,这表现为水资源分配系统的动态性和随机性;第二,由于水资源条件、社会经济条件和地理环境条件的制约,一定时期内可供利用的水量、输水能力和各部门的用水量是有限的,这是水资源分配系统的有限性;第三,经济区内有众多的生产和非生产部门,各部门都希望本部

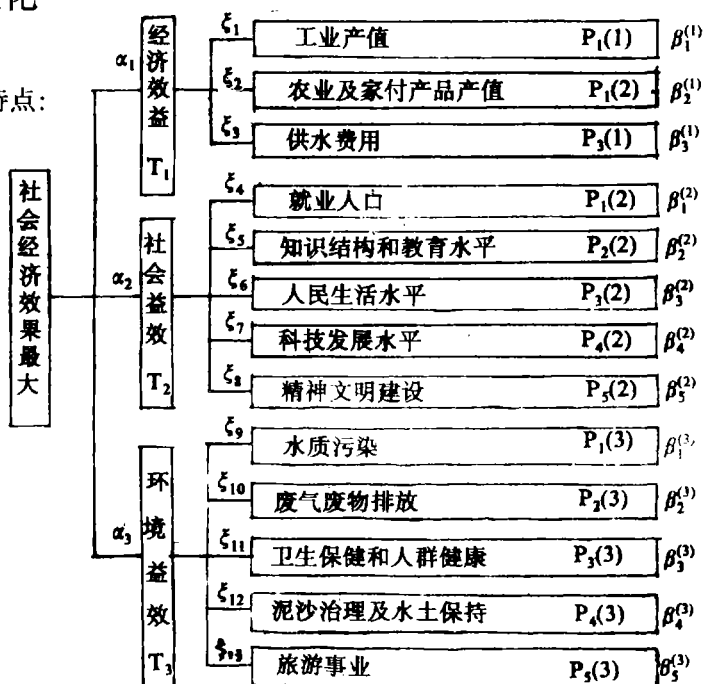


图2 经济区水资源优化分配的多目标递阶层次结构图

其中:  $\alpha$ 、 $\beta$  为相对权重,  $\xi$  为组合权重。

经济区内有众多的生产和非生产部门,各部门都希望本部

门的用水得到最大限度的满足,这是经济区水资源分配系统的多目标性;第四,经济区的水资源分配系统由各子经济区的水资源分配系统组成,这体现了经济区水资源分配系统的递阶性及可分可加性;第五,实现经济区水资源优化分配的总的指导方针是:协调经济区所属的各个部门,调整各部门的水量,从而共同满足人们日益增长的物质和文化需要,实现社会总经济效益最大的总目的。

### 3.2 经济区水资源优化分配的多目标系统结构(图2):

### 3.3 经济区水资源优化分配模型:

$$\begin{aligned} \text{目标: } \max \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^m \lambda_k \xi_i \cdot r_i(x^k) \\ \text{s.t.: } \quad & \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^2 x_{ij}^{(k)} \leq W_i^{(k)} \\ x_{ij}^{(k)} \leq V_{ij}^{(k)} \\ L_j^k \leq \sum_{i=1}^{mk(k)+N} x_{ij}^{(k)} \leq H_j^{(k)} \\ \sum_{k=1}^K D_c^{(k)} \leq D_c \\ \sum_{j=1}^2 x_{cj}^{(k)} \leq D_c^{(k)} \\ \frac{\sum_{i=1}^{mk(k_1)+N} \sum_{j \in P(k_1)} C_{ij}^{(k_1)} x_{ij}^{(k_1)}}{\sum_{i=1}^{mk(k_2)+N} \sum_{j \in Q(k_2)} C_{ij}^{(k_2)} x_{ij}^{(k_2)}} = \frac{A_{P(k_1)}}{A_{Q(k_2)}} \\ x_{ij}^{(k)} \geq 0 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (8)$$

模型(8)中以水资源分配量为决策变量,同时,将用水部门分为工业和农业两大部门,第k子区的决策变量为:

$$X^k = \begin{bmatrix} x_{11}^{(k)} & x_{12}^{(k)} \\ \vdots & \vdots \\ x_{mk(k),1}^{(k)} & x_{mk(k),2}^{(k)} \\ \vdots & \vdots \\ x_{mk(k)+N,1}^{(k)} & x_{mk(k)+N,2}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中:  $x_{ij}^{(k)}$  — 第i水源供给k子区内第j部门的水量;

$mk(k)$  — k子区独立水源个数;

$N$  — 经济区内共用水源个数。

模型(8)的建立及其中的约束条件详见[3](《模糊优属度多目标优化模型及其在经济区

水资源优化分配中的应用》)。

本文着重研究模型(8)中目标函数的建立。从图3中知水资源优化分配的多目标结构中有定性目标也有定量目标,如何构造这些目标函数呢?我们采用前面介绍的模糊优属度方法。首先建立基本相关函数如下:

$$\text{工业产值函数: } f_1(x^k) = \sum_{i=1}^{mk(k)+N} C_{i1}^{(k)} x_{i1}^{(k)} \quad (10)$$

$$\text{农业产值函数: } f_2(x^k) = \sum_{i=1}^{mk(k)+N} C_{i2}^{(k)} x_{i2}^{(k)} \quad (11)$$

$$\text{供水费用函数: } f_3(x^k) = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^{mk(k)+N} D_{ij}^{(k)} x_{ij}^{(k)} \quad (12)$$

其中:  $C_{ij}^{(k)}$ ,  $D_{ij}^{(k)}$  分别为第  $i$  水源供给第  $k$  子区  $j$  部门水量效益系数和供水费用系数。

我们知道,经济指标在国民经济中占有很重要的地位,因此,选其做为基本相关函数,并在其中考虑人口因素,这样就可建立人均经济效益函数如下:

$$\begin{aligned} F(x^k) &= (\beta_1 f_1 + \beta_2 f_2 - \beta_3 f_3) / G(k) \\ &= \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^{mk(k)+N} (\beta_j^{(k)} C_{ij}^{(k)} - \beta_3^{(k)} D_{ij}^{(k)}) x_{ij}^{(k)} / G(k) \end{aligned} \quad (13)$$

上式中:  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  分别为工业产值,农业产值及供水费用的相应权重,  $G(k)$  为第  $k$  子区的人口因子。

用数学规划方法可分别求得  $F(x^k)$ ,  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  的上、下确界,分别用:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sup}(F) \\ \text{inf}(F) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Sup}(f_1) \\ \text{inf}(f_1) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Sup}(f_2) \\ \text{inf}(f_2) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Sup}(f_3) \\ \text{inf}(f_3) \end{array} \right\} \text{ 表示}$$

下面我们用公式(6)、(7)分别确定各单目标准则的优属度。

单目标准则1: 工业产值

以工业产值函数  $f_1(x^k)$  为特征值函数,即  $B_1(x^k) = f_1(x^k)$ , 则由(6)式得:

$$r_1(x^k) = \frac{\sum_{i=1}^{mk(k)+N} C_{i1}^{(k)} x_{i1}^{(k)} - \text{inf}(f_1)}{\text{Sup}(f_1) - \text{inf}(f_1)}$$

单目标准则2: 农业产值。

令  $B_2(x^k) = f_2(x^k)$ , 则由(6)式得:

$$r_2(x^k) = \frac{\sum_{i=1}^{mk(k)+N} C_{i2}^{(k)} x_{i2}^{(k)} - \text{inf}(f_2)}{\text{Sup}(f_2) - \text{inf}(f_2)}$$

单目标准则3: 供水费用。

令  $B_3(x^k) = f_3(x^k)$ , 则由(7)式得:

$$r_3(x^k) = \frac{\text{Sup}(f_3) - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^{mk(k)+N} D_{ij}^{(k)} x_{ij}^{(k)}}{\text{Sup}(f_3) - \text{inf}(f_3)}$$

单目标准则9: 水质污染。

以工业用水量 $x_{11}^k$ 为特征值函数, 即 $B_9(x^k) = x_{11}^k$ , 由(7)式得:

$$r_9(x^k) = \frac{\text{Sup}(x_{11}^k) - x_{11}^{(k)}}{\text{Sup}(x_{11}^k) - \text{inf}(x_{11}^k)}$$

单目标准则10: 废气废物排放。

以工业产值函数 $f_1(x^k)$ 为特征值函数, 但须考虑一折减系数 $\eta_{10}$ 。

即令  $B_{10}(x^k) = \eta_{10} f_1(x^k)$ , 由(7)式得:

$$r_{10}(x^k) = \frac{\text{Sup}(f_1) - \eta_{10} \sum_{i=1}^{mk(k)+N} C_{11}^{(k)} x_{11}^{(k)}}{\text{Sup}(f_1) - \text{inf}(f_1)}$$

单目标准则4, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13;

以人均经济效益函数为特征值函数, 并考虑相应的程度影响系数 $\eta_t$ 。

即令  $B_t(x^k) = \eta_t F(x^k)$ , 这样由(6)式可得:

$$r_t(x^k) = \frac{\eta_t \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^{mk(k)+N} (\beta_j^{(k)} C_{ij}^{(k)} - \beta_3^{(k)} D_{ij}^{(k)}) x_{ij}^{(k)} / G(k) - \text{inf}(F)}{\text{Sup}(F) - \text{inf}(F)}$$

(  $t = 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13$  )

程度影响系数  $\eta_t$  是反映人均经济效益函数对不同单目标准则的相关程度不同的一个折减因子, 其值可用关联度或数理统计方法给出, 也可由专家依据经验给出。

综上所述, 模型(8)中的各项均已确定, 该模型可用线性规划技术求解。

## 4 实例验证

作者以河南省三门峡经济区为例进行了验证。水资源优化分配多目标系统结构如图2所示。该区分为六个子区, 即  $K=6$ , 各个子区的地位权重  $\lambda_k$  为:

$$\lambda_k = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6) = (0.165, 0.165, 0.165, 0.18, 0.165, 0.16)$$

多目标结构中各项单目标准则的组合权重为:

$$\xi = (\xi_1, \dots, \xi_{13}) = (0.2088, 0.1392, 0.0520, 0.0531, 0.0793, 0.0531, 0.0998, 0.0342, 0.0793, 0.0793, 0.0531, 0.0531, 0.0342)$$

该值是用模糊二元对比法求出的。

其他参数根据调查和参考有关资料确定 (略)。

我们对 1987 年, 1990 年, 2000 年的三个保证率 50%, 75%, 95% 的九种情况进行了验证, 结果是合理可行的。下面以 2000 年 75% 保证率的优化分配成果进行分析, 如下表所示。

表 1

单位: 万立方米

子区	水 源 用 户	地表水	地下水	黄河	$\Sigma$	H	$\Delta W$	$\Delta W / H$
澠池(I)	工业	1518.00	1975.00	0.00	3593.00	3593.00	0	0
	农业	2091.00	99.00	1000.00	3190.00	2821.00	369	0.13
陕县(II)	工业	380.00	3955.00	0.00	4335.00	4335.00	0	0
	农业	3762.00	753.00	1000.00	5515.00	6703.00	-1188	-0.18
灵宝(III)	工业	641.00	6248.00	0.00	6889.00	6889.00	0	0
	农业	16644.00	1654.00	2000.00	20298.00	18298.00	2000	-0.11
湖滨(IV)	工业	300.00	1623.00	1600.00	3523.00	6601.00	-3078	-0.47
	农业	0.00	0.00	1612.80	1612.80	1344.00	268.8	0.20
义马(V)	工业	68.00	561.00	1132.20	1781.20	2893.00	-1101.8	-0.38
	农业	436.00	0.00	0.00	436.00	545.00	-109	-0.29
卢氏(VI)	工业	1799.00	128.00	0.00	1927.00	1927.00	0	0
	农业	1965.00	234.00	0.00	2199.00	2199.00	0	0
备注	$\Sigma$	29704.00	17230.00	8365.00	55299.00			

从上表可以看出, 三门峡经济区属较严重的缺水地区, 分析可得如下结论:

1). 三门峡经济区工业用水主要由中深层地下水源供给, 但目前已超采, 因此, 应尽快修建引黄工程以解决工业用水问题。

2). 湖滨区和义马市的缺水情况最为严重, 湖滨区是三门峡经济区首府所在地, 政治、经济和社会地位尤为重要, 因此, 在战略布局上, 要把该子区放在首位, 尽快解决其工业和农业缺水问题。同时要尽早考虑义马子区的缺水问题, 提高其水利化程度。

3). 陕县子区农业缺水 18%, 而陕县又是主要产粮地, 这说明在该区进行农田基本建设势在必行。

综上所述, 该模型成果给出了三门峡经济区的缺水程度, 指出了解决各部门缺水问题的途径和顺序, 并对经济区的投资方向, 产业结构布局, 工业生产安排提出有参考价值的建议, 这说明模型是合理有效的。

## 5 结 语

5.1 本文分析研究了定性属性多目标优化问题的特性, 引入模糊优属度的概念以解决定性属性的定量化问题, 进而建立了模糊优属度多目标优化模型, 使定性属性直接进入寻优过程, 为解决定性属性多目标优化问题开辟了一个新的方向。



5.2 本文建立的经济区水资源模糊优属度多目标优化模型中,引入人口、社会和环境等定性目标,使水资源分配适应当前要求。实例分析表明,模型是合理可行的。

5.3 本文提出的模糊优属度多目标优化模型对解决其它资源分配或建设项目综合评价具有重要的参考价值。

5.4 文中还存在不足之处,对于程度影响系数 $\eta_i$ 的确定还没有一个完善的办法,有待进一步的探讨和研究。

### 参 考 文 献

- (1) 汪培庄. 模糊集合论及其应用. 上海科学技术出版社, 1983年
- (2) 吴泽宁. 经济区水资源优化. 水能技术经济, 1989.1
- (3) 刘晨光. 模糊优属度多目标优化模型及其在经济区水资源优化分配中的应用. 水能技术经济, 1990.1

## The Problem of Quantifying the Qualitative and Standardizing the Quantitative is Solved in the Multi-Objective Optimization

Liu Chengguang     Jiang Shuixing  
(ZhengZhou Institute of Technology)

**Abstract:** In this paper, the problem of quantifying the qualitative and standardizing the quantitative is analyzed and studied in the multi-objective optimization. The fuzzy degree of membership Multi objective model which is used for solving the qualitative objective is established. On the basis of that, the model used for optimal allocation of water resources for an economic region is set up too, and taking San MenXia economic region in HeNan province for example, the verity of the models above mentioned is checked, the result shows the models are reasonable and fessible.

**Keywords:** Multi-objective, Optimization