

# 聚合物挤出胀大的 CAE 分析\*\*\*

杨广军 申长雨 陈静波 刘春太 王利霞

(郑州工学院)

**摘 要:** 本文以聚物流体为研究对象, 对其在挤出成型中产生的粘弹效应及挤出胀大机理进行了分析和研究, 重点论述了流线有限元的数值分析步骤及计算机辅助分析程序的设计方法。

**关键词:** 挤出胀大, 数值模拟

**中图分类号:** TQ320.663; TP311

挤出成型是热塑性塑料加工成型主要工艺之一。在挤出成型工艺中, 人们很关心挤出物的形状, 而挤出胀大现象, 给产品设计和加工带来困难。因此挤出胀大的数值模拟对挤出工艺的参数控制和提高模具的设计质量、缩短设计制造周期等具有重要实际意义。

聚合物加工中的挤出胀大现象是由于材料中的弹性效应即弹性回复引起的。但须指出, 在低速牛顿流体挤出中, 所观察到的胀大现象, 是由表面张力引起的。在聚合物的挤出胀大的研究中, 其困难有如下两方面<sup>[1]</sup>: ①物料的非线性性质; ②挤出物的自由表面。其中对未知自由表面的边界条件的处理, 在数值分析中是更为基本的问题。

本文研究了轴对称棒的挤出胀大的情形, 选用 Maxwell 模型用流线有限元实现了二维胀大问题的数值计算。流线有限元是 Tanner<sup>[2]</sup> 等提出来的, 并把非牛顿应力场作为拟体力处理并在迭代中不断修正其值从而求得收敛解。浙江大学的范西俊<sup>[7]</sup> 等人对 Tanner 提出的流线有限元作了改进, 使原来沿单元边界积分本构方程方法改为沿通过单元高斯点的流线积分。在此基础上, 本文应用有限差分与流线有限元相耦合的方法, 沿通过高斯点的流线采用变步长有限差分格式, 从而减小了计算量, 易于在微机上实现。

## 1 挤出胀大的数值求解

### 1.1 迭代过程

等温定常不可压轴对称流的质量、动量守恒方程:

---

\* 本文为国家教委青年教师基金资助项目

\* \* 收稿日期: 1995-01-13

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\rho (V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z}) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + F_r \quad (2)$$

$$\rho (V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z}) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + F_z \quad (3)$$

式中  $r$  轴沿径向,  $z$  轴竖直向上。

把(1)、(2)、(3)式写成张量形式

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (4)$$

$$\rho (V \cdot \nabla) V = \nabla \cdot \sigma + \rho f \quad (5)$$

$V$  是速度场,  $f$  是体积力,  $\sigma$  是总应力张量,  $\sigma = -pI + T$ ,  $T$  是偏应力张量, 采用 *Maxwell-oldroyd* 型本构方程

$$\lambda \overset{\sim}{T} + T = 2\eta D \quad (6)$$

$\lambda$  是松驰时间,  $\eta$  是动力粘度,  $\overset{\sim}{T}$  是偏应力张量逆变分量的上随体导数。

$$\overset{\sim}{T} = (V \cdot \nabla) T - (\nabla V)^T \cdot T - T \cdot (\nabla V) \quad (7)$$

$$\text{其中变形率张量 } D = \frac{1}{2} (\nabla V + \nabla V^T) \quad (8)$$

为了使有限元刚度矩阵的对角元素不为零, 引入参考粘度  $\eta_r$ , 把总应力张量写为:

$$\sigma = -PI + 2\eta_r D + T^* \quad (9)$$

$$T^* = T - 2\eta_r D \quad (10)$$

应力  $T^*$  作为拟体力来处理。

采用 Galerkin 加权余量法, 速度场和压力场的插值函数分别为  $\Phi$ ,  $\Psi$ 。

$$V_r = V_r^i \Phi^i \quad V_z = V_z^i \Phi^i \quad P = P^m \Phi^m \quad (11-a)$$

则 Galerkin 的积分方程为:

$$\iint_{\Omega} (\nabla V) \delta P d\Omega = 0 \quad (11)$$

$$\iint_{\Omega} [\rho (V \cdot \nabla) V - \nabla \sigma - \rho f] \delta V = 0 \quad (12)$$

基本单元采用等参四边形单元, 有八个节点和二十个自由度, 如图 1

$(V_1, V_2)$  为  $V$  的分量

$P$  为压力。

从基本方程(12)出发, Galerkin 积分变换为:

$$\iint_{\Omega} [\rho (V \cdot \nabla) V] \delta V d\Omega + \iint_{\Omega} [-PI + \eta_r (\nabla V + \nabla V^T)] \nabla (\delta V) d\Omega$$

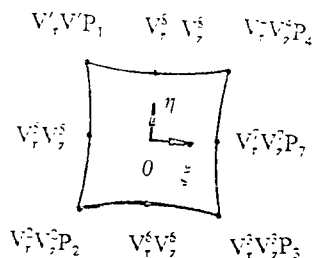


图 1

$$= \iint_{\Omega} \rho f \delta V d\Omega + \int_{r_2} \sigma_{ij} \eta_j \delta V dT - \iint_{\Omega} T^* : \nabla(\delta V) d\Omega \quad (13)$$

将(11- a)式代入(11)、(13)式得有限元方程组:  $KV = F + F^*$  (14)

其中 K 是刚度矩阵; V 是速度和压力的节点未知矢量; F 是粘性流体载荷矢量;  $F^*$  是拟体力即(13)式中含  $T^*$  的项对载荷矢量的贡献。

拟体力迭代法表示为:

$$\begin{aligned} (F^*)^0 &= 0 & KV^0 &= F \\ V^0 \xrightarrow{\text{解(6)式}} (F^*)^1 & & KV^1 &= F + (F^*)^1 \\ \dots\dots & & \dots\dots & \\ V^{(n-1)} &= > (F^*)^n & KV^n &= F + (F^*)^n \end{aligned} \quad (15)$$

1.2 网格的划分和自由边界的确定

求出速度场后, 需要求出各节点的流函数 s 值。采用流函数涡量法, 即连续性方程

$$\nabla^2 s + r(-\frac{\partial}{\partial r}(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}) + \frac{\partial^2}{\partial z^2})s = -\omega = -r(-\frac{\partial}{\partial r}V_z + \frac{\partial}{\partial z}V_r) \quad (16)$$

采用与速度场一样的双二次插值, 即

$$\iint_{\Omega} [\nabla^2 s + r(-\frac{\partial}{\partial r}V_z + \frac{\partial}{\partial z}V_r)]\delta s d\Omega = 0 \quad (17)$$

求得各节点上的流函数 s 值, 采用插值方法确定等流函数值位置。随后确定新的自由面及网格节点新的位置时, 在质量守恒定理之上, 本文彩了一种收敛快在确定流场节点方法。

设曲线 AC 是最初假定的自由边界或流场流线, AC'是重新确定流线。当求出速度场和各节点 s 值, AC 上速度  $V_n$  一般是不为

零的, 设  $\overline{AB}$  的速度流量  $Q_{\overline{AB}}$ , 而  $Q_{\overline{AB}}$  可以认为从  $BB'$  这一截面流过。设这一截面距离为  $d_{\overline{BB'}}$ 。则  $Q_{\overline{BB'}} = V_r d_{\overline{BB'}}$ , 可以证明<sup>[8]</sup>,  $Q_{\overline{AB}} = s_B - s_A$ , 由  $Q_{\overline{AB}} = Q_{\overline{BB'}}$  即可确定 B' 的位置。式中  $V_r$  为通过 B 点的 r 轴方向速度,  $s_B$ 、 $s_A$  为 B、A 点的流函数值。以此类推, 即可确定自由面及流域内网格节点新的位置, 实现了网格重新划分并使网格节点位于等流线上。

1.3 流线有限元 / 有限差分进行拟体力求解

采用流线有限无的网格划分如图 3

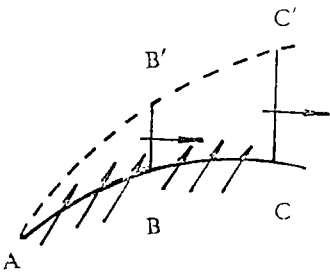


图 2

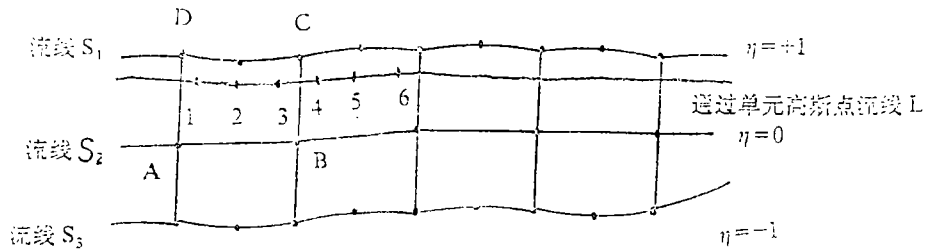


图 3

用三条流线构成一组单元, 其中节点均位于某条流线上,  $\eta$  是有限元的自然坐标。本构方程(6)、(7)分量形式如下:

$$\lambda V_m \frac{dT_{rr}}{dl} + [1 - 2\lambda \frac{\partial V_r}{\partial r}] \tau_{rr} - 2\lambda \tau_{rz} \frac{\partial V_r}{\partial z} = 2\eta_o \frac{\partial V_r}{\partial r} \quad (18)$$

$$\lambda V_m \frac{dT_{zz}}{dl} + [1 - 2\lambda \frac{\partial V_z}{\partial z}] \tau_{zz} - 2\lambda \tau_{rz} \frac{\partial V_z}{\partial r} = 2\eta_o \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (19)$$

$$\lambda V_m \frac{dT_{rz}}{dl} + \tau_{rz} - \lambda \frac{\partial V_z}{\partial r} \tau_{rr} - \lambda \frac{\partial V_r}{\partial z} \tau_{zz} = \eta_o (\frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r}) \quad (20)$$

$$\lambda V_m \frac{dT_{\theta\theta}}{dl} + [1 - 2\lambda \frac{V_r}{r}] T_{\theta\theta} = \frac{2V_r}{r} \quad (21)$$

其中,  $\lambda$  是粘弹体的松弛时间。

其中  $V_m$  是速度绝对值,  $l$  是流线弧长。若速度场已知, 上四式是一组应力的线性常微分方程组。本文采用变步长有限差分方法, 用无条件稳定的后插格式的 Euler 法, 步长为高斯点间的距离。即可得到所有位于该流线的高斯点应力  $T^*$ , 代入(10)(13)式可求得  $F^*$ 。

(4)判定是否收敛的条件是自由面的法向速度是否为零, 即该界面各节点  $s$  值相等。若不满足该判定条件, 重复上述(1)、(2)、(3)步, 直到满足收敛条件即可。

## 2 程序实现

在 Z-MOLD 系统(郑州工学院模具所开发的用于进行注塑和挤出 CAE 分析的软件系统)环境中, 进一步开发了挤出胀大模拟软件 Z-SWELL 模块。该模块是在 SGI4D/25 工作站上, 采用 C 语言开发的结构化程序。在 Z-MOLD 环境中, 实现对挤出成型过程离模膨胀的计算机仿真分析。而 Z-Swell 子系统结构如图 4 所示。

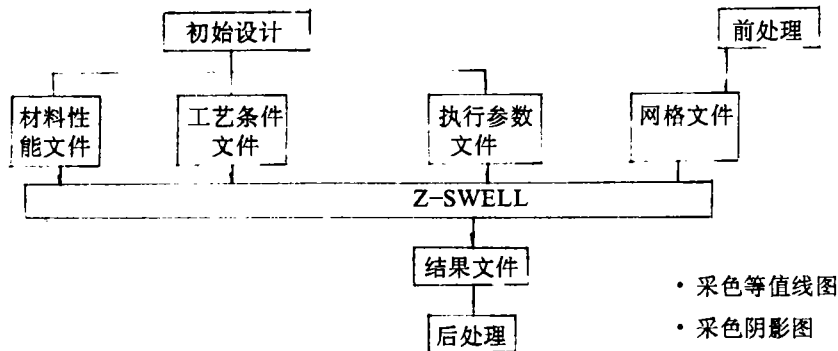


图 4 Z-Swell 系统点体结构图

Z-Swell 模块实现了初始设计, 有限元 / 有限差分分析, 图形处理及 CAD 技术有效结合, 它调用 Z-MOLD 中四个子系统: 初始设计 Z-DESIGN, 前处理 Z-VLEW, 流分析 z-FLOW, 后处理 Z-VIEW, 其核心计算部分程序见图 5 和图 6。

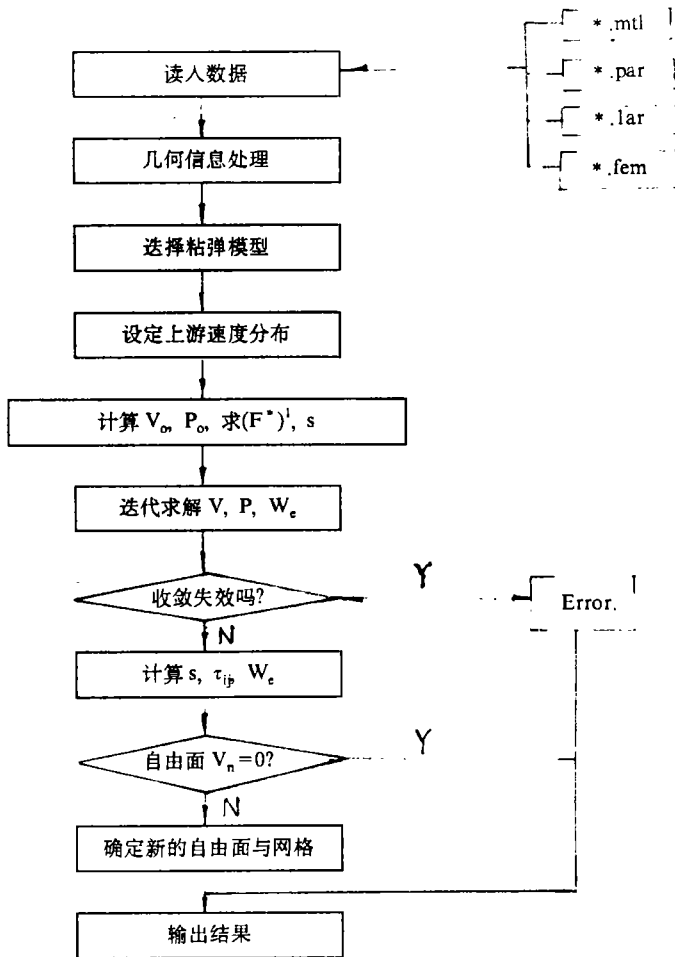
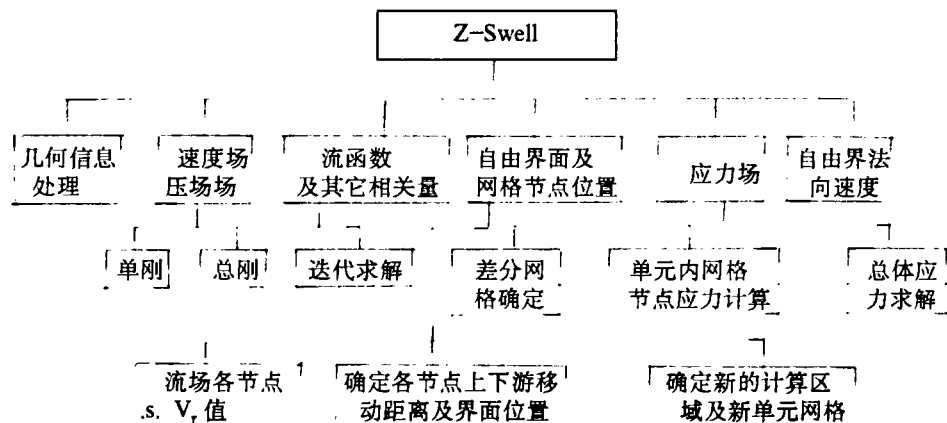


图 5 胀大分析流程图



### 3 结束语

聚物流体的挤出胀大效应,表现出复杂的流变行为。因此要较为准确地描述挤出胀大的规律与机理,有赖于本构理论不断发展和完善。

基于流线有限元/有限差分的计算机数值、模拟,郑州工学院模具所开发的挤出胀大CAE分析软件,该软件特点:

- ①采用有限元/有限差分耦合方法,降低对微机容量要求,易于在微机上实现
- ②采用新颖的自由面及网格确定方法,实现了网格自动生成,减少了人机交互操作,从而提高了软件的自动化程度。
- ③该程序是在Z-MOLD系统环境中开发的,作为Z-MOLD的一个模块,与其它模块形成有机整体,又具有相对独立性,具有良好界面。

### 参 考 文 献

- 1 Engineering Rheology. Clarendon Press. Oxford. Roger I. Tanner. 1985.
- 2 Luo, X.L, Tanner K. I., J. Non-Newt. Fluid mech. 21(1986), 179
- 3 Computational Analysis of Polymer Processing. Applied Science Publishers London and New York. J. R. A. Pearson and S. M. Richardson
- 4 王利霞.注塑模三维流动模拟.郑州工学院模具所硕士毕业论文.1994
- 5 注塑成型过程计算机模拟及优化设计集成系统Z-MOLD, ZITMR 049(94).郑州工学院模具所研究进展报告之四十九.1994.6
- 6 注塑模三维冷却模拟技术及制品翘曲变形分析专题技术报告, ZITMR032 (93).郑州工学院模具所研究进展报告之三十二, 1993.6
- 7 挤出胀大流动的有限元方法研究, 力学学报.5 (1990)

8 吴望一.液体力学.北京大学出版社.

## The Numerical Simulation method for Die-swell of polymer extrusion molding

Yang Guangjun   Shen Changyu   Chen Jingbo   Liu Chuntai   Wang Lixia  
(Zhengzhou Institute of Technology)

**Abstract:** This paper is a study of the viscoelastic effect and the mechanism of Maxwell fluids in the extrudate swell. Numerical analysis procedures of streamline finite element / finite difference and design method for Computed-aided analysis software are emphasized.

**Keywords:** extrudate swell, Numerical simulation

(上接第 14 页)

## Determining the Instant Centre of the Stationary Link of Six-link Mechanism by Useing the Bobillier theorem

Cong Xiaoxia (Henan Techer-training Institute of Professional Technology)  
Zhang Ai mei (Zhengzhou Institute of Technology)

**Abstract:** Based on the Bobiller theorem and the geometric approach, the instant centre of the stationary link of six-link mechanism in the dwell position. It is simple, convenient and make up the existing methods.

**Keywords:** the moving plane dwells intantaneously in the dwell position; Polode; Path normal