

文章编号:1671-6833(2003)01-0024-04

# 移动荷载作用下轨道系统的动力特性分析

谢伟平, 王国波

(武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070)

**摘要:**以移动荷载作用下的轨道系统为研究对象, 采用了轨道—枕木—碎石垫层协同分析的方法, 将轨道系统简化为弹性地基梁模型, 通过反应谱和动力响应的计算, 对其动力特性进行了分析. 研究结果表明: 考虑协同作用时的临界速度比不考虑时协同作用时的有显著的降低, 而且随着初始频率的增大, 临界速度也在降低; 轨道的最大响应总是发生在列车运行到该观测点处( $t=0$  时), 而且随土层厚度的增加而增大.

**关键词:**移动荷载; 轨道系统; 谱分析; 动力响应; 离散波数法

**中图分类号:** TU 311.3

**文献标识码:** A

## 0 引言

列车的高速化对轨道提出了更高的要求. 因此, 近 20 年来国内外许多学者对轨道系统的动力特性进行了详细的研究. Krylov<sup>[1]</sup> 等提出了轮轴压力原理, 即只考虑轮轴的压力使轨道发生弯曲变形, 产生弯曲波, 认为关键是轨道变形曲线的计算, 而轨道的变形曲线又是轨道和土的材料参数以及荷载的函数, 当轨道的变形确定后每根枕木就相当于一集中力作用于土表面; 竹宫<sup>[2]</sup> 等运用经验公式和波的传播理论对列车引起的振动传播进行了拟静力分析, 并进行了计算机模拟; Dierman<sup>[3]</sup> 等对轨道与半无限地基的协同工作进行了分析. 国内的学者如胡用生<sup>[4]</sup> 等提出了一种采用精确 Timoshenko 梁的多点作用多点响应的移动轨道模型.

本文以列车运行时轨道系统为研究对象, 将轨道简化为半无限或成层地基土上的弹性地基梁模型, 对移动荷载作用下轨道以及轨道—地基系统的协同作用进行了分析, 推导了轨道系统的传递函数和响应函数公式, 从而得到了轨道系统的反应谱和动力响应.

## 1 控制方程

将铁轨—枕木—碎石垫层简化为 Euler 梁模

型. 设荷载的移动速度为  $c$ , 自振频率为  $\omega_0$ , 荷载大小为  $P_0$ , 则控制方程为

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + P_b(x, t) = P_0 \delta(x - \alpha) e^{i\omega_0 t} \quad (1)$$

式中: 设梁的轴向为  $x$  方向,  $EI$  为抗弯刚度;  $m$  为单位长度的质量;  $P_b(x, t)$  为地基反力.

对式取双重 Fourier 变换, 得

$$(EI \xi_x^4 - \omega^2 m) \tilde{U}(\xi_x, \omega) + \tilde{P}_b(\xi_x, \omega) = \frac{2\pi P_0}{c} \delta(\xi_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}) \quad (2)$$

式中:  $\sim$  和  $-$  分别表示对  $x$  坐标、时间  $t$  的变换.

对轨道而言,  $P_b(x, t) = Ku(x, t)$ , 这里  $K$  为轨道与地基相互作用的弹性系数, 不考虑协同作用, 其值为一常数. 此时, 数—频域的解为

$$\tilde{U}(\xi_x, \omega) = \frac{2\pi P_0}{c} H_w(\xi_x, \omega) \delta(\xi_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}) \quad (3)$$

其中:

$$H_w(\xi_x, \omega) = \frac{1}{EI \xi_x^4 - m\omega^2 + K} \quad (4)$$

为波数—频域的传递函数. 对日本新干线和法国 TGV(参数见表 1), 可得图 1, 2. 其中,  $M_\beta$  为马赫数, 即荷载移动速度与临界速度的比值;  $f_0$  为荷载的初始频率, 表示了轨道的不平顺性.

收稿日期: 2002-11-18; 修订日期: 2002-12-28

基金项目: 湖北省科技攻关项目(2002AA301C97); 武汉市建设科技项目(2001-17)

作者简介: 谢伟平(1965-), 男, 江西省赣县人, 武汉理工大学副教授, 博士后, 主要从事车—线—桥系统引起的环境振动评价方面的研究.

表 1 材料常数  
Tab. 1 The material constant

项目	抗弯刚度/ (N·m <sup>2</sup> )	弹性常数/ (N·m <sup>3</sup> )	线密度/ (kg·m <sup>-1</sup> )	临界速度/ (m·s <sup>-1</sup> )
法国TGV	4.85E 6	5.26E 7	300	326
日本新干线	4.04E 6	1.33E 8	264	419

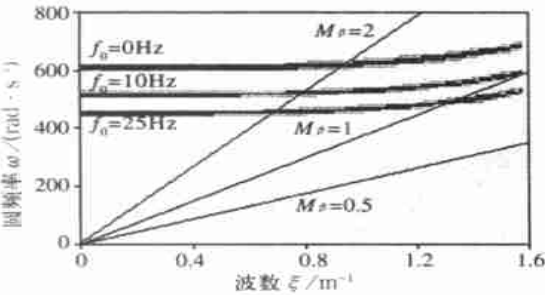


图 1 不考虑协同作用时新干线反应谱  
Fig. 1 The response of Shinkansen track without considering the co operation effect

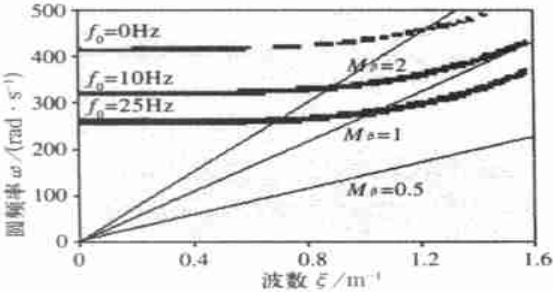


图 2 不考虑协同作用时TGV 反应谱  
Fig. 2 The response of TGV without considering the co operation effect

从图中可以看出:轨道的不同,也即轨道的材料参数不同,仅影响了临界速度的大小,但谱形状还是大致相似,这也就反映了谱函数的特点:它仅与轨道自身的材料特性有关,同时,随着初始频率的增大,临界速度在降低.因此,实际工程中轨道应尽量平顺以减小初始频率,提高列车速度.

2 协同分析

考虑协同作用就是考虑轨道与地基土的相互作用.对地基,荷载为  $P_s(x-\alpha,y,z=0)e^{i\varphi}$ , 这时地基在波数-频域的解可用Green 函数  $G_z(\xi_x, \xi_y, z, \omega)$  表示为:

$$\begin{aligned} \tilde{U}(\xi_x, \xi_y, z=0, \omega) &= \tilde{G}(\xi_x, \xi_y, z=0, \omega) \cdot \\ &\tilde{P}_s(\xi_x, \xi_y, z=0, \omega) \end{aligned} \tag{5}$$

式中:  $\tilde{P}_s(\xi_x, \xi_y, z=0, \omega)$  是  $P_s(x-\alpha,y,z=0,t)$  进行双重Fourier 变换得到的波数-频域的解. 为了使式(5)满足梁的控制方程(2),可将移动荷载分解为沿移动轴的分布  $P_s(x-\alpha,z=0,t)$  和垂

直方向(设断面长为  $2B$ ) 的分布  $\Psi(y)$ , 可表示为

$$\begin{aligned} P_s(x-\alpha,y,z=0,t) &= \\ P_s(x-\alpha,z=0,t) \Psi(y), \end{aligned}$$

其中, 
$$\int_{-B}^B \Psi(y) dy = 1.$$

将式(6)变换到波数-频域,得

$$\tilde{P}_s(\xi_x, \xi_y, z=0, \omega) = \tilde{P}_s(\xi_x, z=0, \omega) \Psi(\xi_y) \tag{7}$$

将式(7)代入式(5),并设  $y=0$  得

$$\begin{aligned} \tilde{U}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega) &= \\ \tilde{G}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega) \tilde{P}_s(\xi_x, z=0, \omega) \tag{8} \\ \tilde{U}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega) &= \\ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}_s(\xi_x, \xi_y, z=0, \omega) d\xi_y; \end{aligned}$$

其中, 
$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_z(\xi_x, \xi_y, z=0, \omega) \Psi(\xi_y) d\xi_y \tag{9}$$

采用离散波数法,设基本长为  $L$ ,有

$$\begin{aligned} \tilde{G}_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega) &= \\ \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{K\xi} \tilde{G}_{zs}(\xi_x, \xi_{yk}, z=0, \omega) \Psi(\xi_{yk}) \end{aligned} \tag{10}$$

式中:  $\xi_{yk} = 2\pi k/L$ ;  $K\xi$  为所取的总波数项.

对  $y$  方向的分布荷载  $\Psi(\xi_y)$  这里仅讨论均匀分布的情况,在  $2B$  范围的均布力为

$$\Psi(y) = \begin{cases} \frac{1}{2B}, & (B \geq |y|) \\ 0, & (B < |y|) \end{cases} \tag{11a}$$

其Fourier 变换为

$$\Psi(\xi_y) = \frac{\sin(\xi_y B)}{\xi_y B} \tag{11b}$$

考虑轨道与地基的协同作用,由位移平衡条件得

$$\tilde{U}_b(\xi_x, \omega) = \tilde{U}(\xi_x, y=0, z=0, \omega) \tag{12}$$

由力的平衡条件有

$$\tilde{P}(\xi_x, \omega) = 2B \tilde{P}_s(\xi_x, z=0, \omega) \tag{13}$$

由此得梁的波数-频率域的响应为

$$\tilde{U}_b(\xi_x, \omega) = \frac{2\pi P_0}{c} H_b(\xi_x, \omega) \tilde{\alpha}(\xi_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}) \tag{14}$$

其中,

$$H_b(\xi_x, \omega) = \frac{1}{EI \xi_x^4 - m\omega^2 + K(\xi_x, \omega)} \tag{15}$$

为波数-频域的传递函数.

而 
$$K(\xi_x, \omega) = \frac{2B}{G_s(\xi_x, y=0, z=0, \omega)} \tag{16}$$

为梁与地基相互作用的弹性系数,可见此时的弹性系数  $K$  是一个与频率和波数有关的函数.

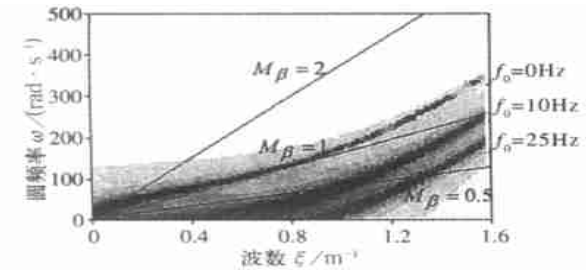


图 3 考虑协同作用时新干线的反应谱  
Fig. 3 The response of Shinkansen track considered the co operation effect

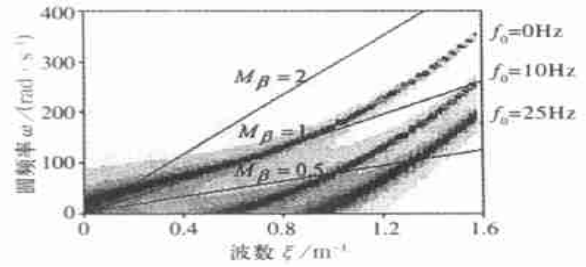
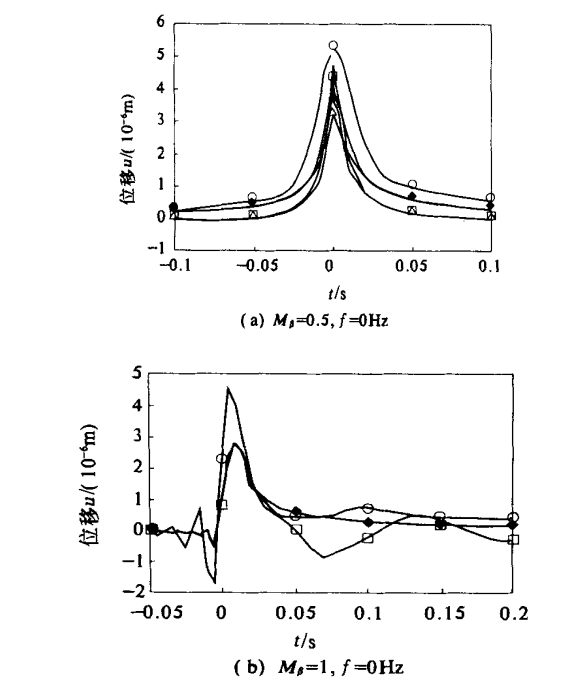


图 4 考虑协同作用时TGV 的反应谱  
Fig. 4 The response of TGV considered the co operation effect

比较图 3,4 和图 1,2 可得:考虑协同作用时,列车和轨道产生共振的频率将会减小,临界速度也有明显的降低.这是由于轨道振动所引起的地基土振动又反作用于轨道上,同时也由于考虑了土层中阻尼的影响.

3 动力响应

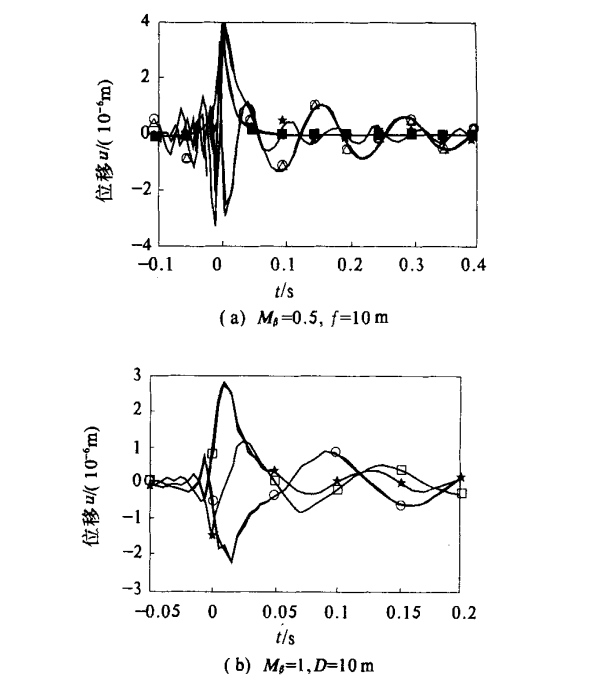
再对式 (14) 应用双重Fourier 逆变换,可得到



时间-空间域的解:

$$u_b(x,t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_b(\xi, \omega) \cdot \exp(-i\xi x) \exp(i\varphi) d\xi d\omega \\ = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P_0}{c} H_b\left(\frac{\omega - \omega_0}{c}, \omega\right) \cdot \exp(-i\frac{\omega - \omega_0}{c}x) \exp(i\varphi) d\omega. \quad (17)$$

运用快速Fourier 变换可计算其动力响应,对不同条件下的计算结果如图 5,6 所示.图中:  $M_\beta$  为马赫数,也即荷载移动速度和临界速度的比值;  $f$  为荷载初始频率,表示了轨道的不平顺性;  $D$  为所取的土层厚度.图 5 反映的是不考虑荷载初始频率,地基土层厚度为 10, 50 m 以及半无限地基时轨道动力响应的比较.从图中可以看出,最大响应总是出现在当列车运行到观测点处,且层厚为 50 m 时响应最大.图 6 反映的是取同一层厚  $D = 10$  m,不同初始频率  $f = 0, 10, 25$  Hz 时轨道的动力响应比较.可以看出,考虑协同作用的曲线比不考虑协同作用的曲线要平缓些,因为考虑协同工作更接近于轨道的实际工作状态.而且,当速度很小时,轨道的变形曲线很平滑(位移很小),近似于静力状态下情形;但随着列车速度的提高,轨道位移峰值增大,变形曲线越来越明显地表现出波动性.



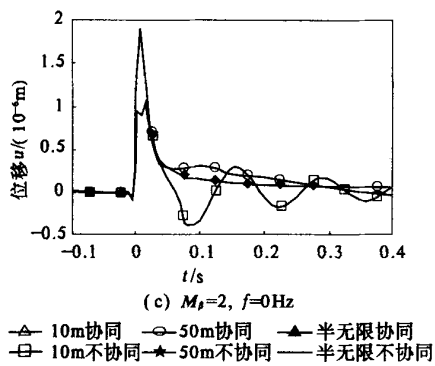


图5 不考虑荷载频率的轨道动力响应  
Fig.5 The dynamic response of rail without considering the frequency of load

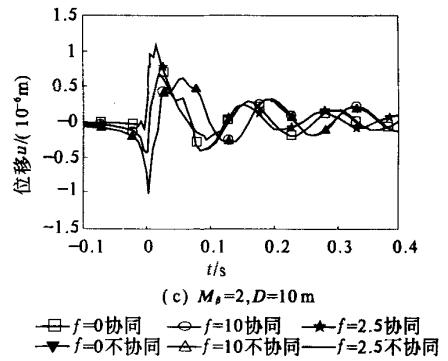


图6 同一土层厚度时轨道动力响应  
Fig.6 The dynamic response of rail with the same soil depth

4 结束语

本文通过对轨道系统反应谱和动力响应的分析计算以及对协同作用和轨道不平顺性的考虑,得出了一些有益的结论.它们对实际工作中的减振、隔振以及由轨道系统引起的环境振动评价分析都有指导意义.

参考文献:

[ 1 ] KRYLON V. Vibrational impact of high-speed trains I effect of track dynamics[J]. J of Acous Soc of Am, 1996, 100( 5) :3121~3134.

[ 2 ] TAKEMIYA H, SATONAKA S, XIE Wei ping. Train track-ground dynamics due to high speed moving source and ground vibration transmission[J]. Journal of Structure Mechanics and Earthquake Engineering, 2001, 682( 7) :299~309.

[ 3 ] DIETERMAN H A, METRIKINE A V. Steady-state displacement of a beam on an elastic half-space due to a uniformly moving constant load[J]. Eur J Mech A/Solids, 1997, 16( 2) :295~306.

[ 4 ] 胡用生, 陆正刚, 张 辉. 高速列车与轨道垂向动力耦合仿真模型的开发. 铁道学报, 1997, 19( 增刊) :15~21.

Analysis of Dynamic Characteristics of Rail System Induced by Moving Load

XIE Wei ping, WANG Guo bo

(College of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

**Abstract :** Rail system under moving load is considered and the method of considering the cooperation effect of rail-sleeper-padding is used. The rail is modeled as a beam on an elastic foundation (BEF), and its dynamic characteristics have been analyzed through the calculation of its spectrum and dynamic response. The critical velocity under cooperation effect has been remarkably reduced compared to the critical velocity without considering the cooperation effect. Furthermore the larger the initial frequency, the lower the critical velocity. The maximal response of the rail always occurs at the moment when trains travel to the observation point (i.e.  $t=0$ ), and the response has a tendency to increase with the increase of the depth of soil.

**Key words :** moving load; rail system; spectrum analysis; dynamic response; discrete wave number method