

文章编号:1671-6833(2004)01-0011-05

数值积分法计算受损伤圆钢管轴压杆件极限承载力

李 天<sup>1</sup>, 张 猛<sup>2</sup>, 张 哲<sup>1</sup>, 张 凯<sup>2</sup>

(1. 郑州大学土木工程学院, 河南 郑州 450002; 2. 同济大学土木工程学院, 上海 200092)

**摘 要:** 以电力构架中常用的圆钢管构件为研究对象, 采用数值积分方法研究其在一般受损条件下的轴压极限承载力的变化情况. 在迭代条件中采用混合迭代的方法, 避免了在截面  $M-P-\Phi$  关系计算中迭代不收敛的问题, 并分别讨论了不同损伤区域长度、损伤凹口弹度、损伤位置等对杆件极限承载能力的影响, 了解了多杆件极限承载能力的特点, 所得结论可供设计人员参考.

**关键词:** 数值积分方法; 损伤; 圆钢管轴压杆件; 极限承载力

**中图分类号:** TU 323.1      **文献标识码:** A

0 引言

圆钢管结构常常用在网架、网壳、电力构架和海洋平台等结构体系中<sup>[1]</sup>. 这些结构在安装施工和使用期间, 当受到冲撞和非正常荷载而产生局部永久变形或由于大气污染等腐蚀性介质作用时, 可能在管壁上产生局部凹陷或腐蚀损伤. 这些形式的损伤可能使结构构件的受力状态产生明显的改变, 造成整体承载能力和使用寿命的降低. 因此, 通过对带有损伤圆钢管构件的承载能力分析, 对于构件本身和整个结构的安全性分析和评价都具有重要的意义. 本文以电力构架中常用的圆钢管构件为研究对象, 考虑材料非线性和几何非线性, 采用数值积分方法, 研究其在一般受损条件下的轴压极限承载能力.

1 基本假定

- (1) 材料为理想弹塑性体;
- (2) 平截面假定(即截面形状在受荷前后保持为平面);
- (3) 构件的变形为小变形, 且不考虑剪切变形.

2 计算原理

2.1 建立杆件任一截面的内力与变形  $M-P-\Phi$  之间的关系

对于无损伤的截面, 若将钢管截面沿环向划分为  $n_1$  块, 沿径向(壁厚方向) 分为  $n_2$  块, 如图 1 所示. 则第  $k_j$  块单元的面积  $A_{k_j}$  和面积形心至  $x$  轴距离  $y_{k_j}$  的值为

$$\begin{cases} A_{k_j} = \frac{\pi}{n_1 n_2} \left[ D_w - (2j-1) \frac{t}{n_2} \right] \\ y_{k_j} = \frac{D_w - 2t + t}{2} \frac{n_2}{n_2} \cos \left[ (2k-1) \frac{\pi}{n_1} \right] \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $t$ ,  $D_w$  分别为钢管壁厚和外直径;  $j, k$  分别为沿径向第  $j$  块数和沿环向第  $k$  块数.

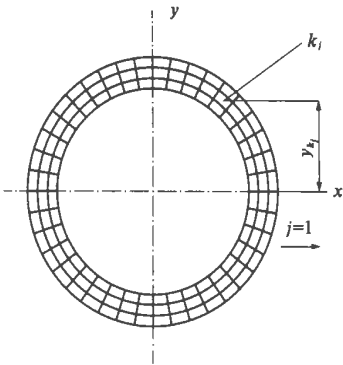


图 1 无损伤的截面单元划分  
Fig. 1 Partition of section unit

根据假定 2, 截面上任意一点的应变  $\epsilon_{k_j}$  为轴向应变  $\epsilon_0$ , 弯曲应变  $\Phi_{k_j}$  和残余应变  $\epsilon_{k_j}$  之和.

$$\epsilon_{k_j} = \epsilon_0 + \Phi_{k_j} + \epsilon_{k_j} \quad (2)$$

式中:  $\Phi$  为截面曲率;  $y_{k_j}$  是第  $k_j$  个单元到中和轴的距离. 由理想弹塑性材料的假定, 即可根据应变  $\epsilon_{k_j}$  求出各单元的应力  $\sigma_{k_j}$ . 由于要考虑塑性的发展, 已经屈服的单元的应力与应变不再成比例关系, 内力与变形之间的关系需通过数值积分获得, 即由平衡条件

$$F=\sum_A\sigma_{k_j}A_{k_j}\tag{3}$$

$$M=\sum_A\sigma_{k_j}A_{k_j}y_{k_j}\tag{4}$$

对式 (3)、式 (4) 在整个截面上进行数值积分, 即可得到截面弹塑性状态时的  $M-P-\Phi$  关系.

2.2 构件的极限荷载<sup>[3]</sup>

假设构件的挠曲线为  $y(x)$ , 采用泰勒级数分段插值, 其表达式为

$$y(x+a)=y(x)+\alpha y'(x)+\frac{a^2}{2}y''(x)+\dots+a^ny^{(n)}(x)+R_n\tag{5}$$

式中:  $R_n$  为余项, 可取为

$$R_n=\frac{a^{n+1}}{(n+1)!}y^{(n+1)}(x+\alpha), (0<\alpha<1, \text{可近似地取其平均值 } \alpha=1/2).$$

根据假定  $y''(x)=-\Phi(x)$  和  $y'(x)=\theta(x)$ , 则

$$y_i=y_{i-1}+a\theta_{i-1}-\frac{1}{2}a^2\Phi_{i-1}+\dots\approx y_{i-1}+a\theta_{i-1}-\frac{1}{2}a^2\Phi_{m_i}\tag{6}$$

将式 (5) 与图 2 中长度为  $a$  的任一单元的挠曲线

比较后又可得到

$$\theta=\theta_{i-1}-a\Phi_{i-1}\approx\theta_{i-1}-a\Phi_{m_i}\tag{7}$$

逐级增加荷载, 逐步形成荷载与位移之间的数值计算结果, 最终由荷载的最大值得到构件的极限荷载.

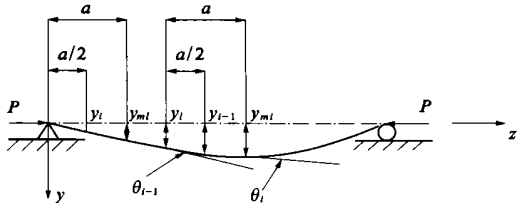


图 2 无损伤的构件单元划分  
Fig. 2 Partition of member unit

2.3 有局部凹陷损伤的圆钢管杆件的计算过程

设凹陷区的几何形状如图 3 所示. 假定凹陷区的材料是无效的, 即所有外荷载均由凹陷区外部分来承担. 在数值积分中, 在沿杆长方向分段时根据损伤区域的位置、损伤区域的长度划分为不同的部分, 见图 3. 图中  $l_d$  表示损伤凹口最深处距杆件左端的距离;  $l_{d1}$  表示在凹口最深处左侧的损伤区域长度;  $l_{d2}$  表示在凹口最深处右侧的损伤区域长度;  $d_{d\max}$  表示最大局部凹陷深度. 在每一部分内部仍采用前述的方法分段, 各段分别调用不同的截面  $M-P-\Phi$  关系.

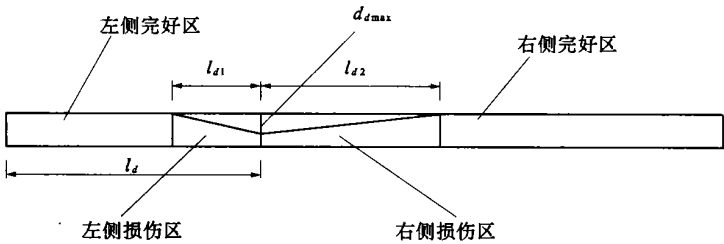


图 3 受损伤杆件损伤区域分布模型  
Fig. 3 Model of damage region distribution in damaged member

3 迭代收敛问题的讨论

3.1 迭代收敛准则

在计算杆件极限荷载的过程中, 首先从杆件左端算起, 将杆件划分为  $m$  段 (一般在受损区段两侧分为 6 段就可以满足工程精度要求), 各段长度不一定相同, 如图 2 所示. 假定左端截面由轴压力  $P$  产生的转角为初始角  $\theta_0$ , 杆件两端挠度已知为 0, 开始由左端向右端逐段计算. 各段单元中点处的挠度  $y_{m_i} \approx y_{i-1} + a/2\theta_{i-1}$ , 单元中点处弯矩  $M_{m_i} = M$

$+Py_{i-1}$ , 根据已经求出的  $M-P-\Phi$  关系, 可以得到单元中点的  $\Phi_{m_i}$ , 从而可求出  $\theta, y_i$ . 依此类推, 一直计算到杆件最后一个单元, 求得最后一段末的位移  $y_m$ . 如果满足边界条件  $y_m \leq 1 \times 10^{-4}$ , 结束循环. 如果不满足, 则调整  $\theta_0$ , 重复上述过程, 直至  $y_m = 0$ , 结束循环. 然后增加  $P$  值后再重复上述过程, 直至反复调整  $\theta_0$  也无法收敛, 也就是说出现发散现象, 则说明该杆件已达到它的弯曲失稳极限承载力, 进入不稳定平衡状态. 刚开始出现这种现象的荷载就是杆件的稳定极限承载力.

3.2 减少迭代循环次数的措施

3.2.1 混合迭代的采用

在截面  $M-P-\Phi$  关系的计算过程中, 首先给定某一级轴压力  $P$  和与之对应的曲率  $\Phi$ , 取迭代变量  $\epsilon_0 = \epsilon_0 + (P - F) / A_e E$ , 这里  $F$  为假定轴力,  $A_e$  为杆件截面仍处于弹性状态部分的面积. 取初始值  $\epsilon_0 = 0, F = 0$ , 由式 2 和基本假定得到  $\alpha_e$ , 代入式 (3) 得到第一轮的压力  $F$ , 如果不满足收敛条件  $|P - F| / P \leq 10^{-4}$ , 则修正  $\epsilon_0$  后重新进行迭代计算, 直至满足收敛条件, 即可由式 (4) 得到  $M$ . 当截面进入弹塑性阶段后, 改变为增加  $\Phi$ , 并采用文献 [3] 的计算方法以加速收敛.

3.2.2  $M-P-\Phi$  近似关系的采用

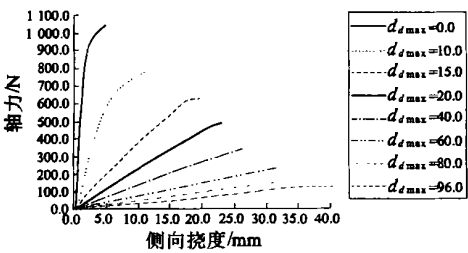
在有损伤圆钢管轴压杆件极限承载力的计算过程中, 由于在损伤区域杆件有效截面是不断变化的, 因此, 每段单元对应的  $M-P-\Phi$  关系不尽相同. 如果假定的曲率不是很接近, 这将使得计算过程十分费时, 而且大量的时间都耗在了截面特性  $M-P-\Phi$  关系计算上. 本文计算时对完好区域的杆段采用文献 [4] 给出的近似计算公式对起始曲率进行计算, 而对损伤区域仍采用数值积分方法, 从而减少了迭代次数, 节约了计算时间(约 50% 左右).

4 不同损伤对不同长细比的杆件稳定极限承载力的影响

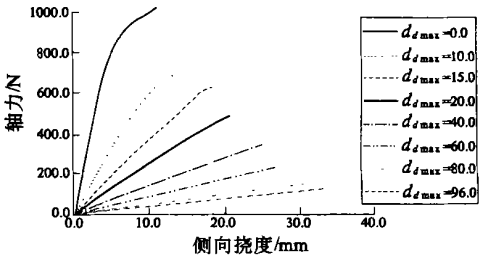
在进行计算前, 首先对本文所编程序的正确性进行了验证<sup>[3]</sup>. 在无损伤情况下, 计算结果与文献 [1] 的结果非常接近. 然后针对图 3 所示的圆钢管杆件局部凹陷损伤模型, 分别计算圆管平均直径与壁厚的比值  $D/t$ 、损伤坑最大凹口深度与截面平均直径的比值  $d_{dmax}/D$ 、杆件的整体初弯曲  $v_0/l$ 、损伤区域的长度  $l_{d1}/l, l_{d2}/l$  及凹口最深处的位置  $l_d/l$ 、杆件初偏心  $e_0$  和长细比  $\lambda$  等参数对于杆件极限承载力的影响. 计算杆件为: 钢材 Q235, 杆件截面平均直径为  $D = 192\text{ mm}$ , 壁厚  $t = 8\text{ mm}$ .

4.1 不同最大损伤凹口深度的影响

假定凹口最深处在杆件跨中, 即:  $l_d/l = 0.5$ , 且损伤区域对称分布  $l_{d1} = l_{d2} = 500\text{ mm}$ , 截面最大损伤凹口深度  $d_{dmax}$  从 0 变化到 96 mm, 杆件截面不变. 计算中取长细比为  $\lambda = 40$  的杆件计算, 其他主要计算参数同本文 3. 根据以上参数的计算结果见图 4(a) 和(b). 图 4(a) 表示仅考虑初弯曲的影响时, 不同损伤深度对应的杆件轴力-跨中侧向挠度关系. 图 4(b) 则同时考虑了初弯曲和初偏心的影响. 从图中可见, 有损伤杆件, 初始挠曲仍然有很大的影响, 且两者的影响具有耦合的特点.



(a) 仅考虑初弯曲



(b) 考虑初弯曲和初偏心

图 4 不同最大损伤凹口深度的影响

Fig. 4 The effect of different maximal depth of damage notch

4.2 不同损伤区域长度  $(l_{d1}/l, l_{d2}/l)$  的影响

采用同样的杆件断面, 假定凹口最深处在杆件跨中  $l_d/l = 0.5$ , 杆件长细比  $\lambda = 40$ , 考虑初偏心和初弯曲的影响. 损伤区域对称分布  $l_{d1} = l_{d2}$ , 其取值变化范围内(20~2 700 mm) 凹口最大深度保持不变(假定取  $d_{dmax} = 40\text{ mm}$ ). 杆件的轴力-挠曲线见图 5. 可见随损伤区域的扩大, 杆件的刚度明显降低. 但在损伤区域扩大初期(20~400 mm) 杆件的刚度变化并不大, 但当损伤区域扩大到一定值以后(本例中基本大于 400 mm), 杆

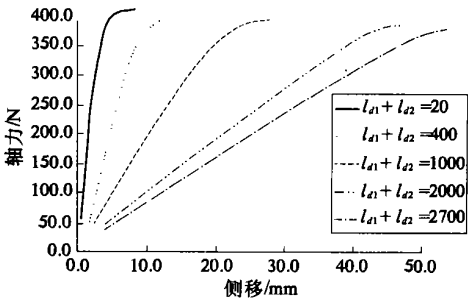


图 5 不同损伤区域长度的影响

Fig. 5 The effect of different damage zone length

件的刚度下降较快.从整个杆件的承载能力来看,随着损伤区域的扩大,杆件的极限承载能力几乎没有什么变化,只有非常小的降低.

4.3 不同长细比  $\lambda$  的影响

同样杆件,损伤凹口深度相同(假定取  $d_{dmax}=40\text{ mm}$ ),损伤相对分布区域  $(l_{d1}+l_{d2})/l$  相同,但杆件长细比不同 ( $\lambda=40\sim 200$ ),计算的轴力—侧移曲线见图 6,可见随杆件的长细比增加,杆件的极限承载能力下降很快,这种下降不是呈线性关系(在  $\lambda$  从 40 到 140 下降最快).另外也可以看到,随杆件的长细比增大,杆件的塑性性能明显加大,说明在小长细比情况下,杆件的破坏呈一定的脆性.

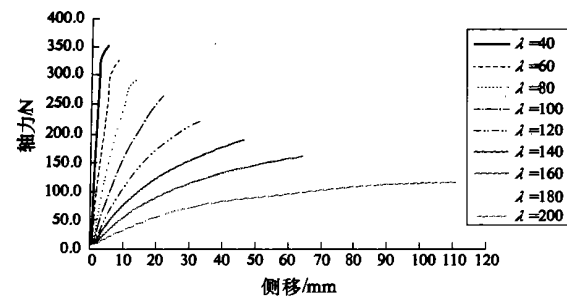


图 6 不同长细比的影响

Fig. 6 The effect of different length—diameter ratio

4.4 不同截面平均直径与壁厚比  $D/t$  的影响

取钢管截面平均直径  $D=192\text{ mm}$ ,杆件长细比  $\lambda=40$ ,损伤区域对称且不变  $l_{d1}=l_{d2}=500\text{ mm}$ ,凹口最深处在杆件跨中  $l_d/l=0.5$ .损伤区域最大凹口深度与平均直径的比值  $d_{dmax}/D$  保持不变(这里取  $d_{dmax}=40\text{ mm}$ ),圆管  $D/t$  变化为 ( $D/t=5\sim 118.8$ ).其他计算参数不变.此时的轴力—侧移曲线见图 7.  $D/t$  在这里实际是反映杆件截面的变化,  $D/t$  越小表明截面积越大,相应的极限承载能力就越大.在  $D/t$  较小情况下,损伤的影响并不是很大,但随  $D/t$  增大到较大值以后,损伤的影响加大,且表现为杆件的刚度大大降低.

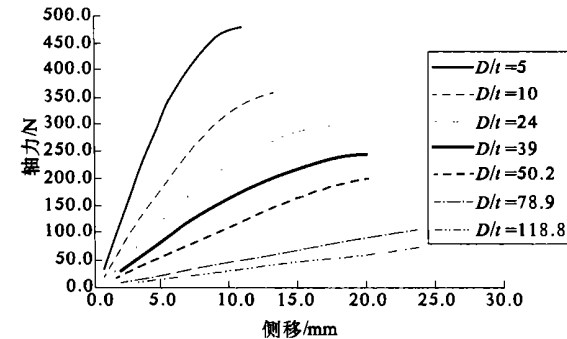


图 7 不同截面平均直径与壁厚比的影响

Fig. 7 The effect of different mean diameter—wall ratio

4.5 凹口最深处位置  $(l_d/l)$  变化时的影响

考虑初弯曲的影响,假定损伤区域对称且不变(这里取  $l_{d1}=l_{d2}=100\text{ mm}$ ),损伤区域最大凹口深度与杆件截面平均直径的比值  $d_{dmax}/D$  保持不变(假定取  $d_{dmax}=40\text{ mm}$ ,  $D=192\text{ mm}$ ,圆管平均直径与壁厚的比率  $D/t$  保持不变(假定取  $D/t=24$ ),凹口最深处位置  $l_d/l$  沿杆长变化( $l_d/l=0.15\sim 0.5$ ).其它计算参数不变.计算结果见图 8.可见损伤区域的位置对杆件变形影响明显,对于极限承载力也有一定的影响,但影响相对较小.事实上,当损伤区域趋于杆端时,整根压杆类似于两端有初偏心的压杆;当损伤区域趋于杆件跨中时,杆件更接近于有整体弯曲的压杆.

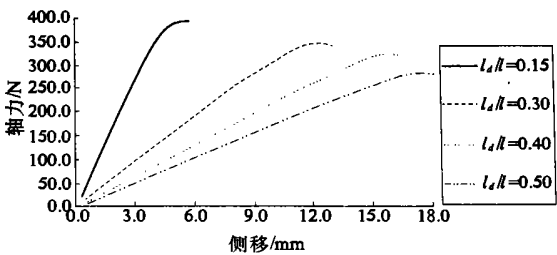


图 8 凹口最深处位置变化时的影响

Fig. 8 The effect of the position variation of the notch's maximal depth

4.6 杆件极限承载能力随凹口深度的变化

将以上杆件的极限承载能力在不同的杆件长细比情况下随损伤凹口深度变化用图 9 表示.随着损伤凹口深度的增大,杆件的极限承载力都会降低,杆件长细比越小,极限承载力降低越多,当损伤程度越大时,杆件的极限承载力都趋于一个稳定的范围.对于给定长度的杆件,当最大损伤凹口深度一定时,损伤区域的位置对杆件的稳定极限承载力也有显著的影响,损伤区域越远离杆端,

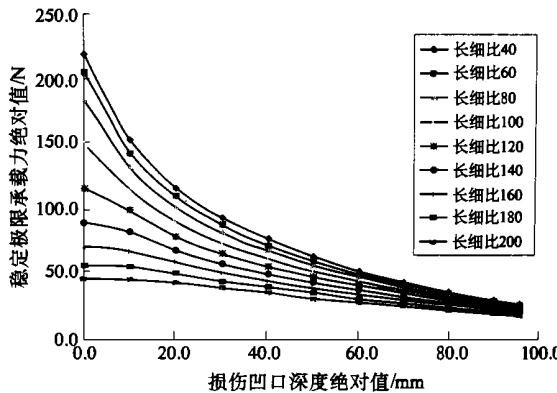


图 9 压杆稳定极限承载力随凹口深度增大时的变化

Fig. 9 The changing of damaged member's stability ultimate bearing capacity

杆件的稳定极限承载力也降低越多;当损伤区域的位置也给定后,计算表明损伤区域的分布长度对杆件的极限承载力影响不大,但对杆件的荷载一侧移关系曲线影响很大.

5 结束语

通过对于考虑受损圆钢管的在各种因素影响下的极限承载能力分析,初步掌握了这种构件的承载能力特点,这些结论为采用圆钢管的变电构架的可靠性分析与加固提供了依据.

参考文献:

[ 1 ] 沈祖炎,董石麟,陈学潮.空间网格结构论文集[C].

上海:同济大学出版社,1991.

[ 2 ] 陈 骥. 钢结构稳定理论与设计[M]. 北京:科学出版社,2001.  
[ 3 ] 刘中华,李 天. 楔形柱平面内稳定极限荷载计算分析[J]. 郑州大学学报(工学版),2002,23( 3 ):107~109.  
[ 4 ] CHEN WF,ATSUTA T. 梁柱分析与设计( 第一卷):平面问题特性及设计[M]. 周绥平,译. 北京:人民交通出版社,1997.  
[ 5 ] 张 猛. 钢压杆稳定极限承载力分析[D]. 郑州:郑州大学,2003.

Calculation of the Uti mate Bearing Capacity of Damaged Round Steel Tubing Members with Numerical Integral Method

LI Tian<sup>1</sup>, ZHANG Meng<sup>2</sup>, ZHANG Zhe<sup>1</sup>, ZHANG Kai<sup>2</sup>

( 1.College of Civil Engineering,Zhengzhou University,Zhengzhou 450002,China ; 2.College of Civil Engineering,Tongji University,Shanghai 200092,China)

**Abstract** : This paper studies round steel tubing members ,which are widely used in power transfor mation structures , on the changing of their ultimate bearing capacity under general damaged conditions through numerical integral method .To calculate  $M-P-\Phi$  of the members ' sections it will take much time and sometimes the integral is not constringent .So in this paper the mixed method is introduced and the approxi mate formula for  $M-P-\Phi$  is sug- gested .Thus the impact of different damage conditions on the members ' stability ultimate bearing capacity is dis- cussed .The conclusions can be helpful to the designers .

**Key words** : numerical integral method ; damage ; round steel tubing member under axial pressure ; ulti mate bearing capacity