文章编号:1671-6833(2006)01-0001-04

混凝土单轴受压本构模型及其应用

杨卫忠[1,2], 樊 濬[3]

(1.郑州大学土木工程学院,河南 郑州 450002;2.同济大学土木工程学院,上海 200092;3.河南省建设厅设计处,河南 郑州 450014)

摘 要:通过一个细观模型,从损伤的角度解释混凝土在压应力作用下应力-应变关系的非线性和应变软化,根据等效应变假设和损伤力学基本原理,建立了单轴受压混凝土的弹塑性损伤本构模型,可导出已有单轴受压本构关系,并能反映混凝土的刚度退化和卸载后的残余变形;提出一类损伤函数和塑性变形经验表达式,利用应力-应变曲线特征条件和优化算法确定模型参数;与已有受压试验结果相比较,结果吻合良好.

关键词:混凝土;本构模型;损伤;受压

中图分类号:U 448.225 文献标识码:A

0 引言

复杂混凝土结构的计算机分析不仅要确定强度,而且还要知道其变形性能,其上升段和下降段的混凝土单轴受压应力-应变曲线是反映强度和变形的关系之一,并首次列入《混凝土结构设计规范》(GB50010—2002)[1].

近年来,国内外学者对其进行了大量试验研究和改进,已有数十条曲线表达式[2~4].在常用的关系式中,多数属于经验模型,如我国 GB50010—2002 规范采用的清华大学建议公式和被欧洲规范[5]采用的 Sargin 公式,分别属于分段式和有理式,虽然曲线与试验结果符合较好,但缺乏理论基础.而以损伤力学为基础的本构研究成为目前研究的热点,已积累多个损伤力学模型[6~9],但在损伤变量的选取、损伤和塑性的演化、本构计算等方面难以取得较好的平衡.作者认为,一个好的本构模型,不仅要能解释材料受力过程中的宏观现象,而且要具有一定的理论基础,并易于标定有关参数,其结果应与试验值相吻合.因此,本文先通过一个细观损伤模型来解释混凝土单轴受压过程中的应力-应变曲线的非线性和应变软化现象;选取具有物理意义的损伤变量,基于损伤力学原理,建立单轴受压弹塑性损伤本构模型;再考虑混凝土单轴受压特点,利用标准试验来标定有关参数,最后得到具体表达式.

1 混凝土单轴受压弹塑性损伤本构模型

1.1 细观破坏机制分析

目前,对混凝土单轴单调受压时破损过程和应力-应变曲线形状的认识已基本趋于一致,当混凝土外部压应力产生的泊松拉应变超过其极限拉应变而产生平行于加载方向的裂缝,并随压应变的增加而不断发展,导致混凝土受力后的应力-应变的非线性和力学性能变异,该拉应变可通过骨料与水泥胶体之间的平衡和变形协调条件来确定.而应力-应变曲线为具有 1 个最大值的单峰曲线;在任一压应力下卸载至 0 时,有一部分变形不可恢复,这种残余变形的不可逆变形会随卸载时压应变的增加而增大.

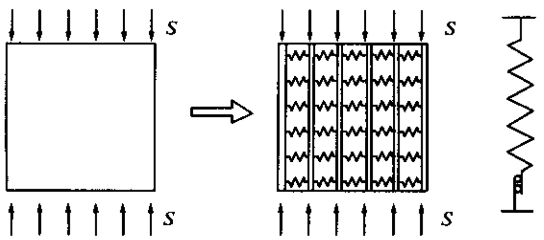
笔者采用与文献[8]类似的细观损伤模型,如图 1(a)所示,即将混凝土试件沿平行压应力方向分成 M 个面积等于 A_i、高度等于试件特征高度的小柱体,小柱体之间用微弹簧连接,来模拟砂浆的作用.与文献[8]不同的是,这里,小柱体假定为弹塑性材料,即由弹性杆和摩擦元的组合体,如图 1(b)所示,其两端通过刚性体相连,保证每个小柱

收稿日期:2005-11-14;修订日期:2005-12-08

基金项目:上海市重点学科(结构工程)建设基金资助项目.

作者简介:杨卫忠(1966-),男,江苏张家港人,郑州大学副教授,同济大学博士研究生,主要从事混凝土及砌体结构理论分析与应用研究.

体有相同的变形.在应力-应变曲线开始阶段,由于泊松拉应变较小,微弹簧几乎不断裂,弹性杆也不发生破坏,宏观上表现为应力-应变曲线的直线关系;随压应变的不断增加,微弹簧断裂数量也在不断增加,内部微裂缝发展,同时,部分小柱体开始出现压屈破坏,导致变形增长快于应力增加,宏观上表现为应力-应变曲线的非线性;当外部压力产生的压应变达到一定值,即微弹簧断裂数目到一定数量时,引起失稳破坏的混凝土小柱体开始迅速增加,内部微裂缝发展由稳定变为非稳定,尽管单个小柱体的承载力仍在增大,而截面总压力开始减小,宏观上表现为应力-应变曲线到达峰值并出现软化,即存在下降段;当宏观裂缝发展到一定阶段,微裂缝又趋于稳定,即应力应变曲线进入残余强度阶段.



(a)试件和细观模型 (b)小柱体模型

图1 混凝土单轴受压理想细观模型

Fig.1 Meso-damage model of concrete under axial compression

分析表明,引起损伤的根本原因是压应变中的弹性部分,损伤变量采用经典损伤力学的定义,即损伤等于失稳破坏的小柱体面积与总截面面积之比,当每个小柱体截面相同时,损伤等于失稳破坏的小柱体数量与试件内小柱体总数之比.

1.2 弹塑性损伤本构模型

基于上节分析,在混凝土试件单轴受压过程中,在外部压应力 σ 作用下,产生宏观压应变 ε,且可分解为弹性应变和塑性应变两部分,即 $\varepsilon=\varepsilon_e+\varepsilon_p$.由于损伤和塑性变形而导致应力-应变曲线的非线性,引入损伤变量 D 和内变量 q 分别表征损伤和塑性的发展.在恒温状态、小变形和应变率独立性假定的前提下,根据损伤力学原理[10],假设材料的弹性自由能势和塑性自由能势不耦合,则材料的 Helmholtz 自由能势可表示为

$$\Psi(\varepsilon,q,D)=\Psi_e(\varepsilon_e,D)+\Psi_p(q,\varepsilon_q) \quad (1)$$

利用应变等效假定,材料的弹性自由能势(即弹性应变能密度)为

$$\Psi_e(\varepsilon_e,D)=\frac{1}{2}(1-D)E\varepsilon_e^2 \quad (2)$$

根据热力学第二定律,材料的损伤和塑性变形都是不可逆力学过程,其能量耗散均为非负,因此必须满足热力学不可逆条件的 Clausius-Duheim 不等式要求.在等温绝热条件下,即

$$\gamma=\sigma\cdot\varepsilon-\Psi\geqslant 0 \quad (3)$$

将式(1)微分后代入式(3),并注意到 ε 的任意性,可得

$$\sigma=\frac{\partial\Psi_e}{\partial\varepsilon_e}=(1-D)\cdot E\cdot(\varepsilon-\varepsilon_p) \quad (4)$$

式(4)即为单轴受压时的弹塑性损伤本构模型.当不考虑塑性变形时,式(4)与经典的 Mazars 单轴弹性损伤模型相同.尽管式(4)与一般损伤力学的形式相同,但是,不同的损伤 D 和塑性变形的演化形式,可导出不同的本构关系表达式.

式(4)的本构模型也可通过图1的细观模型,考虑每个小柱体的弹性模量和名义压应变相等,利用平衡条件来得到.由于损伤发展,引起混凝土弹性模量降低,即材料的弹性模量变为 $(1-D)E$,因此,可测定混凝土的损伤程度.

1.3 损伤演化

由式(3)同时还可得到损伤耗散不等式为

$$\gamma_d=-\frac{\partial\Psi}{\partial\dot{D}}\cdot D=Y\cdot\dot{D}\geqslant 0 \quad (5)$$

由于损伤的不可逆性,因此有 $\dot{D}\geqslant 0$,于是式(5)变为 $Y\geqslant 0$,其中,Y 称为损伤能释放率,它控制损伤的演化.即,如果当前时刻的损伤能释放率大于前一时刻的损伤能释放率,则损伤发展;否则,损伤不发展,即取前时刻的损伤值.对于单调加载过程中,$\dot{D}\geqslant 0$,而在卸载时,有 $\dot{D}=0$.因此,损伤变量应为单调递增函数,同时它还应该符合一般损伤变量的定义,即 $D=0$(无损伤)和 D_c,当完全损伤时,有 $D_c=1$.

根据上述要求,可构造出多种损伤函数作为 D 的表达式,如对数正态分布、Weibull 分布等概率类分布函数,也可用有理多项式、分段函数式等.因此,混凝土单轴受压应力-应变关系也就存在多种形式.当损伤变量取某一特定函数形式,则式(4)的本构模型可变为 Saenz、Sargin 和 GB50010 规范等建议的表达式.

1.4 塑性变形

塑性变形有经典塑性力学方法和经验表达式方法.前者理论上完备,但计算较复杂;而经验表达式则计算简单.目前,塑性变形有纯经验的二次多项式和以压应变为变量的指数形式来表达,虽然指数形式的通用性好,但也存在塑性变形大于总变形的不合理情况.

从前面的细观损伤机制分析也不难看出，残余变形与裂缝发展密切相关，尤其在应力应变曲线的收敛阶段，应力降低不多，而产生较大的变形，主要是不可恢复的残余变形引起，因此，塑性变形与弹性应变和损伤水平有关，笔者采用式(6)形式，即

$$\varepsilon_p = \frac{\delta}{1-D}\cdot\varepsilon_e \qquad (6)$$

式中：δ 为塑性变形系数，是常数.

2　应用和验证

为了得到实用的应力－应变关系式，需确定损伤变量的具体形式．根据前述分析，本文选取一种损伤函数式来说明弹塑性本构模型的具体应用，损伤变量 D 取式(7)形式，即

$$D = 1 - \frac{1}{a + (1-a)\cdot\left[\dfrac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{e,p}}\right]^b} \qquad (7)$$

式中：a，b 为系数；$\varepsilon_{e,p}$为单轴应力－应变曲线峰值点所对应的弹性应变.

与一般混凝土的研究方法相同，参数 a，b 也可由混凝土单轴试验确定．而一般受压应力-应变曲线，有如下数字特征：① $\varepsilon=0$ 时，$\sigma=0$，$\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\varepsilon=E$，通过原点且原点切线模量等于 E；② $\varepsilon=\varepsilon_{pr}$时，$\sigma=\sigma_p$，$\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\varepsilon=0$，曲线单峰并有最大值点.

将式(6)、(7)代入式(4)，即为本文推导的混凝土单轴单调受压应力－应变关系式．显然，特征①满足 利用特征②，可解得

$$a = \frac{1}{(1+\delta)E}\cdot\frac{\sigma_p}{\varepsilon_{e,p}}, \quad b = \frac{1}{1-a} \qquad (8)$$

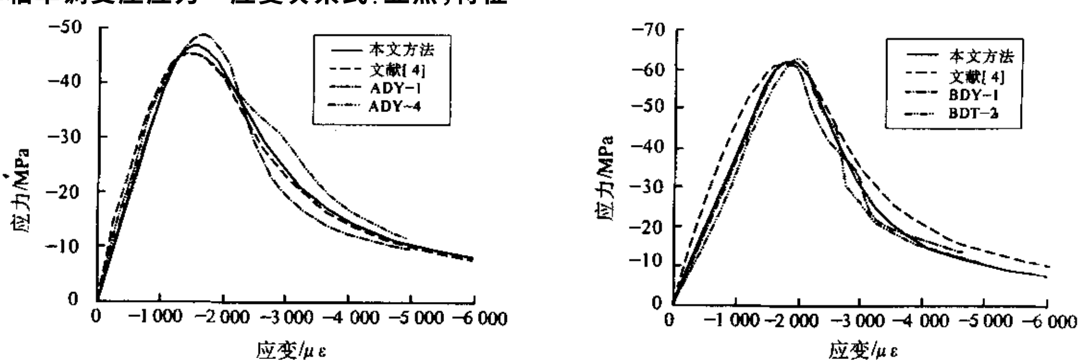
当式(6)中 $\delta=0$，为弹性损伤本构关系式．系数 a 表示为曲线峰值点弹性割线模量与初始模量之比，而另一系数也与 a 有关，而一般的应力－应变曲线关系如 GB50010、欧洲规范等也有类似的系数．与文献[9]的弹塑性本构关系相比较，其损伤采用分段函数，需确定损伤阀值，而且塑性变形计算公式的通用性较差．由上述分析知，混凝土受压应力－应变曲线仅与材料的初始弹性模量、峰值应力和应变值有关．由于塑性变形隐含在上述 3 个值中，可通过 Powell 优化算法[11]确定.

为了验证上述分析方法的合理性，现用本文方法的结果与 2 组单轴单调加载的试验结果[12]进行比较，试验中试件的骨料和胶凝材料相同而配合比不同，形式为端部采取了减摩措施的立方体，有关参数列于表 1，这里，初始弹性模量、峰值应力和应变为试验平均值，δ 由每组试验数据通过优化算法确定．为了比较，同时将文献[4]建议的分段单轴受压应力－应变关系结果示于图 2 中.

表 1　混凝土计算

Tab.1　Known data

混凝土等级	E/MPa	σ_{pr}/MPa	$\varepsilon_{pr}/10^{-6}$	δ
C30	38 000	46.5	1 550	0.05
C50	39 000	62.4	1 820	0.05



(a) C30　　　　(b) C50

图 2　混凝土受压应力-应变曲线验证

Fig.2　Verification of theory and test results of stress－strain curve

从图 2 可以看，对较低强度等级的混凝土(图 2(a))而言，用本文方法得到的结果、文献[4]建议的理论曲线均与试验曲线相吻合．对较高强度等级的混凝土(图 2(b))而言，本文方法结果与试验曲线的吻合程度要优于文献[4]的结果.

图 3 给出了混凝土受压时的损伤演化曲线，考察图中结果发现，两组混凝土的损伤主要发生在压应变 $\varepsilon=1\times10^{-3}\sim4\times10^{-3}$之间，在其它范围内，损伤变化较小，这与混凝土受压中微裂缝的发展过程相符，也与已有声发射试验结果一致．因此，用损伤来反映混凝土内部裂缝发展过程．对于相同应变下的损伤，混凝土强度等级较高要比强度低的损伤小，而在收敛阶段又趋于相近.

同时，本文分析的单轴受压混凝土的应力－

应变曲线不仅与已有试验曲线符合程度好,而且是一条连续且可导的函数,也与在一定的等应变加载速率情况下的混凝土受压全曲线的数字特征[4]相符,除符合前面的特征①、②外,可以证明,也符合混凝土受压全曲线的其它数字特征.

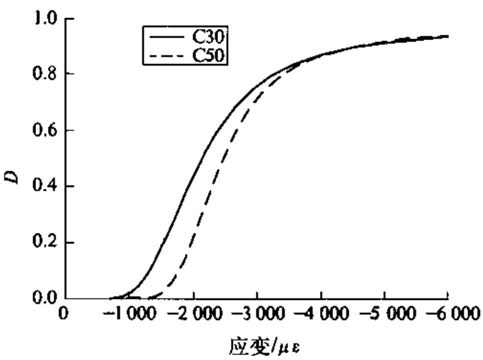


图3 混凝土损伤演化曲线

Fig.3 Damage-strain curve of concrete

3 结语

凝土在单轴单调压应力作用下的应力-应变关系的非线性和和宏观裂缝发展可统一用损伤来综合考虑.利用应变等效假设和基于不可逆力学原理建立起来的弹塑性受压本构模型有理论依据,建议的应力-应变关系式具有形式简单、通用性好、含参数少而易于标定等优点,符合一般受压应力-应变全曲线的数学特征,并能反映混凝土受压过程中的刚度退化和卸载后的残余变形,理论结果与试验结果吻合良好,可作为进行结构分析的受压本构关系,对混凝土的受拉本构和多轴本构研究也有一定的参考价值.

参考文献:

[1] GB50010-2002,混凝土结构设计规范[S].

[2] CARREIRA D J, CHU K H. Stress-strain relationship for plain concrete in compression[J]. ACI J,1985,83(6):797~804.

[3] YIP W K. Generic form of stress-strain equations for concrete [J]. Cement and Concrete, 1998,28(4):499~508.

[4] 过镇海. 混凝土的强度和变形:试验基础和本构关系[M].北京:清华大学出版社.1997.

[5] EN 1992-1, Eurocade 2: Design of concrete structures— part 1:General rules and rules for buildings[S].

[6] MAZARS J,PIJAUDIEAR-CABOT G. From damage to fracture mechanics and conversely: A combined approach [J]. International Journal of Solids & Structures,1996,33(20~22):3327~3342.

[7] KANDARPA S, Kirkner D J,SPENCER JR B F. Stochastic damage model for brittle materials subjected to monotonic loading [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996,126(8):788~795.

[8] 李 杰.混凝土随机损伤本构关系—单轴受压分析[J]. 同济大学学报, 2003,31(5):505~509.

[9] 董毓利,谢和平,李世平. 砼受压损伤力学本构模型的研究[J]. 工程力学, 1996,13(1):44~53.

[10] JU J W. On energy-based coupled elastoplastic damage theories: Constitutive modeling and computational aspects [J]. International Journal of Solids & Structures,1989,25(7):803~833.

[11] 杨 冰. 实用最优化方法及计算机程序[M]. 哈尔滨:哈尔滨工程学院出版社,1994.

[12] 卢朝辉. 混凝土随机损伤本构关系建模理论与试验研究[D]. 上海:同济大学,2002.

A Generic Constitutional Model for Concrete Materials in Axial Compression and Its Application

YANG Wei-zhong[1,2], FAN Jun[3]

(1.School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China; 2.School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3.Design Management Branch,Construction Department of Henan Province, Zhengzhou 450014,China)

Abstract: There are many equations for the stress-strain curve of plain concrete under axial compression. The nonlinear performance of the curve and strain softening are analyzed through a meso-damage model. Based on the hypothesis of strain equivalence and theory of damage mechanics, an elastoplastic damage constitutional model of concrete subjected to uniaxial monotonic loading is established. Existing stress-strain relations of concrete under the loading can be deduced from the model. The stiffness degradation and plastic strain can be shown in the model. The function of damage and plasticity strain is given, and the coefficients used in the model can be determined by the condition of the curve on the characteristic points and method of optimization. It is found that theoretical curve has a good agreement with the experiments.

Key words: concrete; elastoplastic constitutional model; damage; compression