

文章编号:1671-6833(2008)04-0120-04

## 一种新的混凝土二维强度准则

杨卫忠<sup>1</sup>, 王云莉<sup>2</sup>

(1. 郑州大学 土木工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 河南省建设技术发展中心, 河南 郑州 450013)

**摘 要:** 混凝土破坏起因于两种不同裂缝形态, 即张开型裂缝和滑移型裂缝, 二维应力状态下混凝土的破坏可分为拉伸破坏和剪切破坏, 由此发展了一类混凝土二维强度准则模型, 其参数可通过混凝土二维受压时的最大强度和相对应的应力比及受压强度影响系数确定; 同时, 该模型能反映混凝土破坏特征, 可分别与已有强度准则和试验结果具有相近的结果, 并便于工程应用。

**关键词:** 混凝土; 强度准则; 二维应力; 破坏机制

**中图分类号:** TU 413.1 **文献标识码:** A

### 0 引言

混凝土破坏一般是指其达到极限强度, 其强度准则即是不同应力组合下的混凝土破坏强度的包络曲面的数学表达式。一般而言, 混凝土单轴受拉或受压时的强度并不能反映混凝土破坏的普遍情况, 在有些情况(如二维受压、三维受压等)下, 用单轴受压强度就偏于保守, 而在有些情况(如二维拉-压、三维拉-拉-压或拉-压-压等)下, 用单轴受压强度就会偏于不安全; 同时, 混凝土强度准则在结构设计和分析中具有重要的意义。因此, 我国混凝土结构设计规范(GB50010-2002)<sup>[1]</sup>也首次列入关于混凝土强度准则的条文。

数十年来, 已有许多学者对混凝土的强度准则进行了研究, 建立了从简单的一参数到复杂的五参数等多种形式的强度准则, 该类强度准则绝大多数以主应力不变量或八面体应力表达, 以三维受力状态为研究主体, 注重力学和数学形式的完备性, 能反映混凝土强度破坏的主要规律。虽然混凝土在实际结构中的受力状况一般均为复杂应力状态, 但大多数可简化为二维应力状态, 不必动用复杂的三维强度准则, 同时, 复杂的三维强度准则也未必完全能反映混凝土的强度变化规律。因此, Kupfer<sup>[2]</sup>、Liu等<sup>[3]</sup>、Tasuji<sup>[4]</sup>和我国学者过镇海<sup>[5]</sup>、江见鲸等<sup>[6]</sup>学者在试验研究或分析的基础上提出相应的二维强度准则。这里, 笔者通过分析

混凝土的破坏特征来确定相应的强度准则模型, 对已有的代表性强度准则进行验证, 结合已有的试验结果, 对混凝土二维强度变化规律进行讨论, 并建议实用的强度准则, 以方便工程应用和结构分析。

### 1 混凝土二维受力破坏形态和强度变化规律

普通混凝土进行二维应力状态下的强度研究, 一般采用的是板式、立方体试件和空心圆柱体试件, 主要以前两种试件为主, 通常直接在两个方向加载, 但板式试件的加载方向在板平面内, 采用比例加载, 每种应力组合分别考虑几种不同应力比例, 虽然具体的结果有差异, 但是, 总体而言, 有关破坏形态、强度变化规律等结果已趋于一致。研究表明, 应力比是混凝土二维受力状态下产生不同破坏形态的主要因素。尽管破坏时的裂缝呈现多样性, 但是, 在以拉应力为主的双向受力情况, 包括二维受拉和大部分的二维拉压, 其破坏实质是与主拉应力有关且仅出现一条裂缝的拉伸破坏; 而在压应力为主的双向受力情况, 包括二维受压和少部分的二维压拉, 则发生类似单轴受压的剪切破坏形态, 主裂缝倾斜于主压应力作用面。

在双向受拉应力状态, 应力比对混凝土抗拉强度影响不大, 即在任意应力比例下, 混凝土的二维抗拉强度与单轴抗拉强度相比无明显变化。当混凝土处于一向受压、一向受拉时, 混凝土抗拉

收稿日期:2008-07-20; 修订日期:2008-08-18

作者简介:杨卫忠(1966-), 男, 江苏张家港人, 郑州大学副教授, 博士, 主要从事混凝土及砌体结构基本理论与应用研究。

(压)强度均小于单轴抗拉(压)强度,即随着拉应力的增大,抗压强度逐渐减小,即使很小的拉应力,也可导致较大的抗压强度降低,且混凝土的强度等级愈高,这种降低程度愈大;同样,随着压应力的增大,抗拉强度也逐渐减小。当混凝土处于双向受压时,混凝土受压强度均高于单轴抗压强度,其提高程度与应力比有关。在主应力比  $\alpha = 0.2 \sim 0.5$  时,强度提高最大,约为 20% ~ 60%;而双向等压时,约提高 10% ~ 30%。

## 2 典型的二维强度准则

目前,针对混凝土二维强度准则已有多多个表达式,较为典型的是 Kupfer 准则和过镇海准则。

### 2.1 kupfer 准则<sup>[2]</sup>

Kupfer 等的试验被认为是最成功的二维受力性能试验,其研究结果被广泛引用和得到验证,基于三种不同混凝土强度等级的二维压-压、拉-压和拉-拉试验结果,提出了曲线和折线相结合的强度准则表达式,即

(1) 二维受拉 ( $0 \leq \alpha_3 = \sigma_2/\sigma_1 \leq 1$ )

$$\begin{cases} \sigma_{1f} = f_t \\ \sigma_{2f} = \alpha_3 \cdot f_t \end{cases} \quad (1a)$$

(2) 二维拉压 ( $-\infty \leq \alpha_2 = \sigma_1/\sigma_3 \leq 0$ )

$$\begin{cases} \sigma_{1f} = (1 - 0.8 \frac{\sigma_2}{f_c}) f_t \\ \sigma_{3f} = -\frac{1 + 3.28\alpha_2}{(1 + \alpha_2)^2} \cdot f_c \end{cases} \quad (1b)$$

(3) 二维受压 ( $0 \leq \alpha_1 = \sigma_2/\sigma_3 \leq 1.0$ )

$$\begin{cases} \sigma_3 = -\frac{1 + 3.65\alpha_1}{(1 + \alpha_1)^2} \cdot f_c \\ \sigma_{2f} = \alpha_1 f_c \end{cases} \quad (1c)$$

### 2.2 过镇海准则<sup>[5]</sup>

清华大学的过镇海教授等对混凝土二维受力进行了较为全面的试验研究,将破坏形态划分为拉断破坏、柱状压坏和片状破坏,由此建立多折线型强度准则,其中,在二维拉拉区,其表达式与 Kupfer 准则的式(1a)相同,其余范围的强度准则表达式如下:

(1) 二维拉压 ( $-\infty \leq \alpha_2 = \sigma_1/\sigma_3 \leq -0.05$ )

$$\begin{cases} \frac{\sigma_{3f}}{f_c} = \frac{f_t/f_c}{\alpha_2 + 0.05 - 1.07143 f_t/f_c} \\ \frac{\sigma_{1f}}{f_t} = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 + 0.05 - 1.07143 f_t/f_c} \end{cases} \quad (2a)$$

(2) 二维拉压 ( $-0.05 \leq \alpha_2 = \sigma_1/\sigma_3 \leq 0$ )

$$\begin{cases} \frac{\sigma_{3f}}{f_c} = \frac{0.7}{\alpha_2 - 0.7} \\ \frac{\sigma_{1f}}{f_t} = \frac{0.7\alpha_2}{\alpha_2 - 0.7} \cdot \frac{f_t}{f_c} \end{cases} \quad (2b)$$

(3) 二维受压 ( $0 \leq \alpha_1 = \sigma_2/\sigma_3 \leq 0.2$ )

$$\begin{cases} \frac{\sigma_{3f}}{f_c} = \frac{0.7}{\alpha_1 - 0.7} \\ \frac{\sigma_{2f}}{f_c} = \frac{0.7\alpha_1}{\alpha_1 - 0.7} \end{cases} \quad (2c)$$

(4) 二维受压 ( $0.2 \leq \alpha_1 = \sigma_2/\sigma_3 \leq 1.0$ )

$$\begin{cases} \frac{\sigma_{3f}}{f_c} = \frac{-1.4336}{1 + 0.12\alpha_1} \\ \frac{\sigma_{1f}}{f_t} = \frac{-1.4336\alpha_1}{1 + 0.12\alpha_1} \end{cases} \quad (2d)$$

该表达式经少许修正后,被我国混凝土结构设计规范(GB 50010-2002)采纳,具体形式详见规范的附录 C。

上述 2 种强度准则均反映了混凝土二维受力特点,主要差别在二维受压区强度提高程度和二维拉压区的拉伸破坏段压应力对拉伸强度的影响程度的不同,其中,后者均比前者高。但是,两种强度准则在单轴拉伸处均不连续。

## 3 笔者的二维强度准则模型

从上节的破坏形态和强度变化规律分析中不难看出,二维强度变化规律在同一种破坏机制下应为连续曲线,不连续点应该出现在两种破坏机制的分界点。Kupfer 准则和过镇海准则的二轴拉压与二轴受拉在单轴拉伸处均不连续。考虑应用方便,笔者也采用应力比( $\rho$ )来反映强度变化规律,经过分析比较,对以承受压应力为主的剪切破坏区,即二维受压和少部分二维压拉区域,强度准则的计算模式如下:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_{3,\max}}{f_c} = -1 - \frac{a_c \rho}{1 + b_c \rho^2} & (\rho_0 \leq \rho \leq 1) \\ \sigma_2 = \rho \cdot \sigma_{3,\max} \end{cases} \quad (3a)$$

而对以受拉应力为主的拉伸破坏区,即二维受拉和大部分二维拉压区域,强度准则的计算模式如下:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_{1,\max}}{f_t} = \frac{1}{1 + \omega \beta [(1 + \beta)(\sqrt{1 + \rho^2} - \rho - 1) + \beta \rho]} \\ \sigma_2 = \rho \cdot \sigma_{1,\max} \end{cases} \quad (1/\rho_0 \leq \rho \leq 1) \quad (3b)$$

式中: $a_c, b_c, \omega$  为系数; $f_t, f_c$  分别为混凝土轴心受拉和轴心受压时的强度; $\beta$  为混凝土的拉压强度比,即  $\beta = f_t/f_c$ ;  $\rho_0$  为剪切破坏和拉伸破坏交点处

的拉压应力比,可利用式(3a)和(3b),并令其拉应力或压应力相等得到.

模型中参数 $a_c, b_c$ 仅影响二维受压区的形状,而参数 $\omega$ 则反映拉伸破坏区压应力对拉伸强度的影响程度,当 $\omega = 1$ 时,拉压区的强度准则可近似为连接单轴受拉和受压点的直线,而上述参数对二维受拉区则无明显影响.

#### 4 试验验证

笔者首先进行了与典型二维强度准则的比较,即式(3)结果分别与式(1)和式(2)的比较.为了分析方便,统一取 $\beta = 0.09$ ,模型中具体系数分析值列于表1中.图1为笔者分析得到强度准则与上述强度准则的比较结果.从图1中的结果不难发现,尽管已有两个强度准则的形式不同,笔者模型的结果均能与它们非常吻合,同时,得到的两种破坏机制分界点的拉压应力比约为 $-0.04$ ,该值与试验结果相吻合,而在式(2)的强度准则中,该分界点则是由试验结果人为确定.上述结果初步验证了笔者强度准则模型的合理性.

表1 模型系数值  
Tab.1 Values of coefficient

准则类别	$\beta$	$a_c$	$b_c$	$\omega$
kupfer 准则	0.09	1.22	6.25	0.8
过镇海准则	0.09	2.0	7.0	0.48

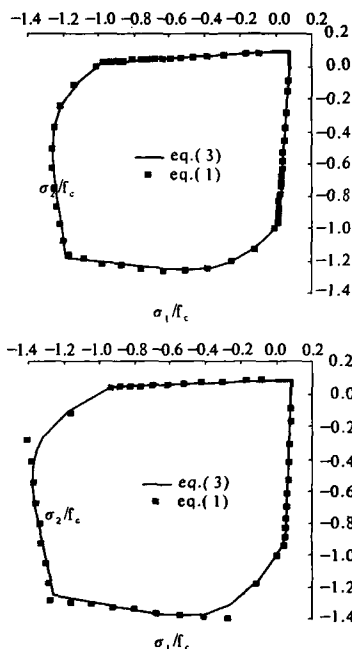


图1 与已有强度准则的比较

Fig.1 Comparison between analysis and existed criterion

笔者进一步收集了国内外的部分二维强度试验结果<sup>[7-12]</sup>,共117组,包括普通混凝土、高强度混凝土和作者进行的高性能混凝土,单轴受压强度为19~63 MPa,且多数为中、低强度等级的混凝土.由于缺乏统一的试验方法,且混凝土材料具有多组分的特点,导致已有试验结果离散性较大.利用本文提出的强度准则模型,根据上述试验结果的平均值来确定模型参数,系数取整后得: $a_c = 1.8, b_c = 8, \omega = 0.8$ ,图2为 $\beta = 0.09$ 时的分析强度准则与上述试验结果比较.

考察图2的结果也不难看出,上述分析得到的强度准则也与试验结果的均值吻合良好,再一次说明笔者建议的强度准则模型的合理性.

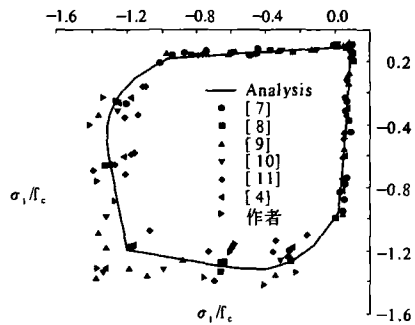


图2 分析强度准则与试验结果比较

Fig.2 Comparison between analysis and experiments

#### 5 结束语

通过对混凝土二维受力时裂缝发展特点及破坏形态的分析,建议了反映混凝土破坏机制的三参数的强度准则模型,结果分别与已有强度准则和试验结果吻合,可用于混凝土结构的分析.从上述分析中也不难发现,现行混凝土结构设计规范规定的强度准则基本上能保证安全,但也存在需进一步完善之处:如二维拉压区,规范建议的准则高估了压应力对拉伸强度的影响,应予以降低.

#### 参考文献:

- [1] 中华人民共和国建设部. 混凝土结构设计规范(GB 50010-2002) [S] 北京: 中国建筑工业出版社. 2002.
- [2] KUPFER H, GREESTLE K H. Behavior of concrete under biaxial stresses[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1973, 99(4): 852-866.
- [3] LIU T, NILSON A, SLATE F. Stress-strain Response and fracture of concrete in uniaxial and biaxial com-

- pression[J]. ACI Journal, 1972, 69(5): 291 - 295.
- [4] TASUJI M E, NILSON A H, SLATE F O. Biaxial Stress-Strain Relationships for Concrete. Magazine of Concrete Research, 1979, 31(109): 217 - 214.
- [5] 过镇海. 混凝土的强度和本构关系——原理和应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004.
- [6] 江见鲸, 陆新征, 叶列平. 混凝土结构有限元分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [7] KUPFER H, HILSDORF H K, RUSCH H. Behavior of concrete under biaxial stresses[J]. ACI Journal, 1969, 66(8): 656 - 666.
- [8] LEE S K, SONG Y C, HAN S H. Biaxial behavior of plain concrete of nuclear containment building [J]. Nuclear Engineering and Design, 2004, 227: 143 - 153.
- [9] 李伟政, 过镇海. 二轴拉压应力状态下混凝土的强度和变形试验研究[J]. 水利学报, 1991, (8): 51 - 56.
- [10] 宋玉普. 轻骨料砼在双轴压压及拉压状态下的变形和强度特性[J]. 建筑结构学报, 1994, 15(2): 17 - 24.
- [11] 赵人达, 王守庆, 车惠民. 在单调比例双轴压应力作用下混凝土应力-应变关系的试验研究[J]. 西南交通大学学报, 1989, (1): 18 - 26.
- [12] 杨卫忠. 混凝土弹塑性随机损伤本构关系理论与试验研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.

## A New Strength Criterion for Concrete in Biaxial Stress

YANG Wei - zhong<sup>1</sup>, WANG Yun - Li<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China; 2. Building Technology Development Centre of Henan Province, Zhengzhou 450013, China)

**Abstract:** It is well known that concrete will fail in the form of cracking and sliding for the uniaxial tension and compression, the failure model can also occur in biaxial stress state, and the strength criterion that can represent the cracking and sliding is also proposed. The present failure criterion involves three independent material parameters. They may be determined by the maximum biaxial compressive strength and the stress ratio as well as the coefficient that affects tensile strength in tension - compression stress state. The comparisons between the failure criterion and both the experimental data as well as the criterion suggested previously are made. It shows that the analyzed criterion can be used to predict the characteristics of failure and is available for biaxial stress state of the concrete.

**Key words:** concrete; strength criterion; biaxial stress; failure mechanism