

文章编号:1671-6833(2011)02-0054-05

## 随机地震多点激励作用下对称结构的扭转效应

张 猛<sup>1,2</sup>, 赵桂峰<sup>1</sup>, 马人乐<sup>2</sup>, 何敏娟<sup>2</sup>

(1. 郑州大学 土木工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 同济大学 建筑工程系, 上海 200092)

**摘 要:** 结合 GB 50011—2010《建筑抗震设计规范》选取与规范各类场地条件相适应的 Clough-Penzien 地震动随机模型功率谱的谱参数, 从多点输入地震角度研究了不同场地、不同设计地震分组情况下单层对称空间刚架结构的动力响应, 结果表明: 多点非一致地震激励下, 即使严格意义上的对称结构也会产生明显的扭转效应, 扭转效应大小可采用一致激励下使结构产生同样扭矩的等效偏心率来衡量, 且等效偏心率随结构体系的自振周期、平扭周期比、场地条件等因素变化而改变; 对于多高层对称结构, 多点非一致激励扭转效应的影响主要集中在结构底层附近, 这种作用方式类似圣维南局部性原理。

**关键词:** 对称结构; Clough-Penzien 地震动随机模型; 多点激励; 扭转效应; 等效偏心率

**中图分类号:** TU378.4 **文献标志码:** A

### 0 引言

地震作用下结构的扭转反应极其复杂。历次震害均表明, 扭转破坏在建筑结构的所有震害形式中所占比重十分明显, 如 1985 年 Michoacán 地震中, 墨西哥城遭受严重破坏或倒塌的建筑物约有 15% 是由于结构的扭转反应而引发的; 1999 年台湾集集大地震及 2008 年汶川大地震中许多砖房与钢筋混凝土框架结构房屋角柱破坏明显<sup>[1]</sup>。

从产生原因来看, 地震作用下结构扭转反应可归纳为两大类, 即结构偏心造成的扭转和“偶然扭转”。此外, 地震发生时, 地面运动不仅包含两个水平和一个竖向分量, 还包含了扭转分量, 这也是造成结构扭转的原因之一, 一些规范和文献也将其归于“偶然扭转”<sup>[2]</sup>。

上述分析是基于传统的同步激励抗震理论得到的, 对严格意义上的对称结构, 一致激励作用下结构只有平动效应, 而不产生扭转效应; 但当考虑地震动空间变化作用时<sup>[3-5]</sup>, 情况可能会有所不同, 笔者将从此角度进行分析。为简单起见, 首先研究一单层对称空间刚架结构<sup>[3]</sup>, 如图 1 所示。结构由 4 根支柱支承, 将楼板视为刚性大板, 假定支柱质量集中于楼板和支座处。楼板边长为  $d$ ; 楼板上的集中质量为  $m$ ; 绕楼板质心的惯性矩为  $I$ ;

支柱的抗侧移刚度为  $k$ 。

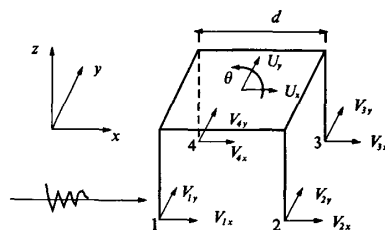


图 1 单层对称空间刚架结构

Fig. 1 One-story symmetric spatial rigid-frame

### 1 运动方程的建立和求解

结构体系共有 11 个自由度, 其中 3 个是结构响应自由度, 以下标  $s$  表示, 其余 8 个是结构与基础相连的自由度, 以下标  $b$  表示, 体系的运动方程可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_s \\ \ddot{\mathbf{v}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ss} & \mathbf{C}_{sb} \\ \mathbf{C}_{bs} & \mathbf{C}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_s \\ \dot{\mathbf{v}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{sb} \\ \mathbf{K}_{bs} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{v}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{M}_{ss}$  和  $\mathbf{M}_{bb}$  分别为楼板和支座处的集中质量矩阵;  $\{\mathbf{u}_s\}$  为结构响应总位移向量;  $\{\mathbf{v}_b\}$  为地面运动位移向量, 可表示为:

收稿日期: 2010-10-09; 修订日期: 2010-12-07

基金项目: 中国博士后科学基金资助项目(20090450935); 河南省教育厅自然科学研究项目(2008A560015)

作者简介: 张猛(1978-), 男, 河南南阳人, 郑州大学副教授, 博士后, 主要从事钢结构和工程防灾减灾研究, E-mail: zhangmeng@zzu.edu.cn.

$$\{u^i\} = \{u_x^i \ u_y^i \ \theta^i\}^T \quad (2)$$

$$\{v_g\} = \{v_{1x} \ v_{1y} \ v_{2x} \ v_{2y} \ v_{3x} \ v_{3y} \ v_{4x} \ v_{4y}\}^T \quad (3)$$

总位移向量  $\{u^i\}$  可以分解为动力位移  $\{u^d\}$  和拟静力位移  $\{u^s\}$  两部分:

$$\{u^i\} = \{u^d\} + \{u^s\} \quad (4)$$

展开式(1),将式(4)代入并消去动力项,可得拟静力位移  $\{u^s\}$  如下:

$$\{u^s\} = -K_{aa}^{-1} K_{ab} \{v_g\} \quad (5)$$

将式(4)和式(5)代入式(1),并忽略等号右边的阻尼力项(因其数值远小于同侧惯性力项),得

$$M_{aa} \ddot{u}^d + C_{aa} \dot{u}^d + K_{aa} u^d = M_{aa} K_{aa}^{-1} K_{ab} \ddot{v}_g \quad (6)$$

具体求解过程参见文献[6],最终得到结构在  $x$  和  $y$  方向底部总剪力为

$$V_x = 4kx^d, \quad V_y = 4ky^d \quad (7)$$

结构所受到的扭矩为

$$T = 2kd^2\theta^d \quad (8)$$

可见,结构总剪力和扭矩仅与结构动力反应有关.

## 2 结构随机地震反应分析

### 2.1 地面运动随机模型

设地面运动为零均值、各态历经平稳随机过程,地面  $k, l$  两点地震加速度互谱密度函数为

$$S_{kl}(i\omega) = \gamma_{kl}(\omega) S_g(\omega) \quad (9)$$

式中:  $S_g(\omega)$  为 Clough - Penzien 地震动随机模型,形式如下.

$$S_g(\omega) = \frac{[1 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2]}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2} \cdot \frac{\omega^4 \cdot S_0}{(\omega_l^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_l^2\omega_l^2\omega^2} \quad (10)$$

表1 与规范场地相对应的 Clough - Penzien 模型参数

Tab.1 Parameters of Clough - Penzien seismic random model

参数		I	II	III	IV
$\omega_g/$	设计地震第一组	25.13	17.95	13.96	9.67
$(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	设计地震第二组	20.94	15.71	11.42	8.38
	设计地震第三组	17.95	13.96	9.67	6.98
$\xi_g$		0.64	0.49	0.34	0.20
$\xi_l$		0.60	0.60	0.60	0.60

注:模型参数  $\omega_l = 0.1\omega_g$ .

关于模型参数的取值,目前尚有很多不同的方法和研究成果<sup>[3,5]</sup>,笔者经过研究对比发现<sup>[4]</sup>,按照表1所示的参数取值时,模型功率谱密度函

数形状图可以很好地与 GB50011—2010《建筑抗震设计规范》各类场地的特点对应起来.以设计地震第一组为例,各类场地上模型功率谱密度函数形状如图2所示,从频谱上看 I、II 类场地具有硬土地场的特点,III、IV 类场地可归于软土地场,而且模型对这四类场地也有明显的区分度.

式(9)中  $\gamma_{kl}(\omega)$  为  $k, l$  两点处地面加速度  $\ddot{v}_k$  和  $\ddot{v}_l$  的空间相干谱函数,采用如下的形式<sup>[6]</sup>:

$$\gamma_{kl}(\omega) = |\tau_{kl}(\omega)| \exp[-i\omega\tau_p] = \exp[-(\tau_c\omega)^2] \exp[-i\omega\tau_p] \quad (11)$$

式中:  $\tau_c$  和  $\tau_p$  分别表示相干损失和波传播的延迟效应.可表示如下:

$$\tau_c = \eta |\bar{x}_{kl}| / v_s, \quad \tau_p = \eta |\bar{x}_{kl}|^l / v_{app} \quad (12)$$

式中:  $\eta$  为相干损失系数(或称部分相干系数),一般取值范围为  $0 \sim 0.5$ ;  $\bar{x}_{kl}$  为  $k, l$  两点的水平距离;  $|\bar{x}_{kl}|^l$  为  $k, l$  两点连线在地震波传播方向上的投影距离;  $v_s$  为地震波在介质中的剪切波速;  $v_{app}$  为地震地面波的视波速.

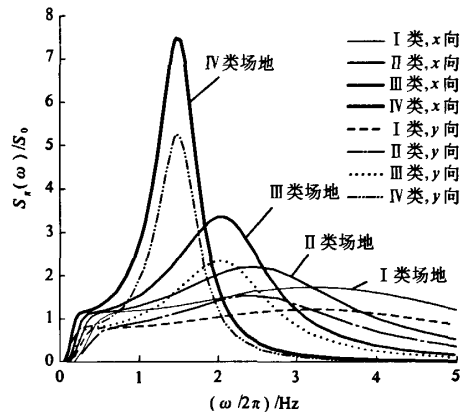


图2 地震加速度功率谱密度函数形状图

Fig.2 Shapes of the ground acceleration spectral-density functions

假定地震动沿  $x$  向传播(为地震动主方向),  $y$  方向为其垂直方向(为地震动次方向),两方向地面运动统计独立.根据统计规律<sup>[7]</sup>,取  $y$  向(虚线)谱强因子为  $x$  向(实线)的 0.7 倍,如图2所示.

### 2.2 结构反应方差

由式(7)和式(8)可知,结构在  $x$  方向底部总剪力和扭矩的功率谱密度函数分别为

$$\begin{cases} S_{V_x}(\omega) = 16 k^2 S_{x^d}(\omega) \\ S_T(\omega) = 4k^2 d^4 S_{\theta^d}(\omega) \end{cases} \quad (13)$$

式中,

$$S_{s_d}(\omega) = |H_s(i\omega)|^2 S_g(\omega) RT(\omega) \quad (14)$$

$$S_{\theta_d}(\omega) = |H_\theta(i\omega)|^2 S_g(\omega) RT(\omega) \quad (15)$$

其中,  $RT(\omega)$  为结构在多点激励作用下的平动反应因子;  $RR(\omega)$  为转动反应因子;  $H_s(i\omega)$ ,  $H_\theta(i\omega)$  为频响函数<sup>[3]</sup>.

$$RT(\omega) = 0.125[2 + \gamma_{12} + \gamma_{13} + \gamma_{14} + \gamma_{23} + \gamma_{24} + \gamma_{34}] \quad (16)$$

$$RR(\omega) = \frac{1}{16d^2} [6.8 + 0.6(\gamma_{12} - \gamma_{14} - \gamma_{23} + \gamma_{34}) - 3.4(\gamma_{15} + \gamma_{24})] \quad (17)$$

结构反应量的方差可通过对相应的功率谱密度函数积分得到. 结构在  $x$  方向底部总剪力的方差和扭矩的方差分别为

$$\begin{cases} \sigma_{V_x}^2 = 16k^2 \int_0^\infty S_{s_d}(\omega) d\omega \\ \sigma_T^2 = 4k^2 d^4 \int_0^\infty S_{\theta_d}(\omega) d\omega \end{cases} \quad (18)$$

由于一致激励下结构不产生扭矩, 为研究地震动空间变化引起的结构扭矩大小, 可采用一致激励下使结构产生同样大小的扭矩所必须施加的等效偏心率  $\beta_{em}$  来衡量. 计算公式如下:

$$\beta_{em} = \sigma_T / \sigma_{T_0} = \sigma_T / (d \cdot \sigma_{V_0}) \quad (19)$$

式中:  $\sigma_{V_0}$  为一致激励下  $x$  向产生的基底剪力根方差;  $d$  为结构边长.

### 3 数值结果

参照抗震规范, 笔者计算时分别取 I、II、III、IV 类场地剪切波速为 800, 400, 200 和 100 m/s; 部分相干系数  $\eta = 0.125$ ; 地震动水平视波速取 500 m/s, 因为更小的水平视波速缺少实际意义<sup>[8]</sup>.

#### 3.1 非一致激励与一致激励的比较

以设计地震第一组、III 类场地为例, 取结构平扭周期比  $T_\theta/T_x = 0.67$ , 行波效应  $\tau_p = 0.1$  s, 研究以下 4 种工况: ①一般多点输入, 即同时考虑行波效应和相干损失的影响; ②多点输入, 仅考虑相干损失的影响 ( $\exp\{-i\omega\tau_p\} = 1.0$ ); ③多点输入, 仅考虑行波效应的影响 ( $|\gamma_{kl}| = \exp\{-(\tau_x\omega)^2\} = 1.0$ ); ④一致激励输入 ( $\gamma_{kl} = 1.0$ ). 在 0~6 s 上取 20 个离散点作为结构自振周期  $T_x$ , 非一致激励下结构扭转反应计算结果如图 3 所示. 易见, 非一致激励下, 即使严格意义的对称结构也会产生明显的扭转反应.

为了解这 4 种工况对结构扭转效应影响的总体特点, 笔者选取了不同平扭周期比、不同场地条件的结构参数进行了大量计算<sup>[4]</sup>, 结果表明: 同

时考虑相干损失和行波效应时结构的扭转效应(扭矩)最大, 且总体上看 I、II、III 类场地上行波效应对扭矩的贡献较大, 而 IV 类场地上相干损失效应对扭矩的影响则起主导作用; 扭转效应大小和结构体系的自振周期(基本平动周期)、结构的平扭周期比、场地条件(近震、远震、软土和硬土等)等因素有关.

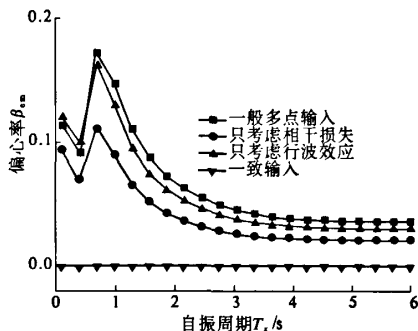


图 3 非一致激励下结构的扭转反应(设计地震第三组, III 类场地,  $\tau_p = 0.1$  s)

Fig. 3 Torsional response of the symmetric structures

#### 3.2 影响结构扭转效应的几个主要因素

##### 3.2.1 结构平扭周期比的影响

平扭周期比, 即结构第一扭转周期与侧振周期的比值 ( $T_\theta/T_x$ ). 由于实际少有  $T_\theta/T_x > 1$  的结构, 对于高层建筑平扭周期比控制更为严格, 一般情况下  $T_\theta/T_x < 0.9$  或  $0.85$ <sup>[9]</sup>. 故笔者重点考察  $T_\theta/T_x \leq 1$  的结构. 以  $\tau_p = 0.1$  s, 设计地震第三组, II 类场地, 一般多点输入情况为例, 研究  $T_\theta/T_x = 0.5, 0.67, 1.0$ , 结果如图 4.

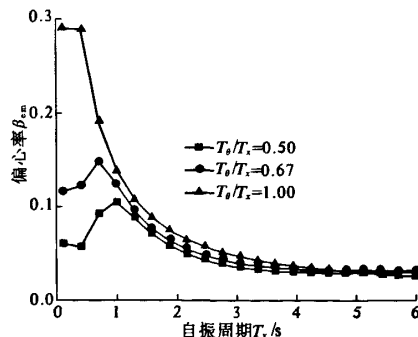


图 4 不同平扭周期比的影响(设计地震第三组, II 类场地,  $\tau_p = 0.1$  s)

Fig. 4 Influence of the period ratio ( $T_\theta/T_x$ )

##### 3.2.2 场地条件的影响

场地条件包括近震、远震、软土和硬土等, 以  $T_\theta/T_x = 0.5$ ,  $\tau_p = 0.1$  s 为例, 结果如图 5 所示.

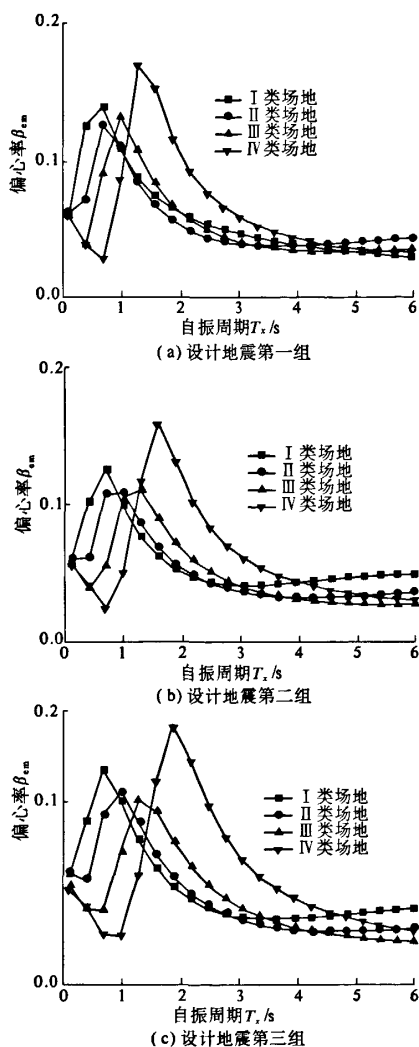
图5 场地条件的影响 ( $\tau_r = 0.1 \text{ s}$ ,  $\tau_r/T_n = 0.5$ )

Fig. 5 Influence of the site conditions

#### 4 分析讨论

图3~图5结果表明,对称结构在非一致地震激励作用下的扭转效应十分复杂。不同场地、不同平扭周期比的结构在不同侧振周期下所产生的扭转效应也各不相同,其偏心率 $\beta_{eq}$ 有低于或接近0.05的情形(主要在长周期部分),但也有明显超过0.1甚至更大数值的情况(主要在短周期部分)出现。

为了解这种扭转效应对多层结构的作用特点,笔者还计算了一组简单塔架结构<sup>[4]</sup>(限于篇幅,不再列出),结果表明,这种地震动空间变化作用仅对结构底层附近构件内力影响较大,而对结构上部构件内力影响不大,且结构层数越低,结

构底层构件受到的影响越大,这种影响方式类似圣维南局部性原理。由此推断,笔者关于单层对称结构扭转效应的有关结论可以作为多高层结构底层构件抗扭设计时的参考上限。

为便于传统设计,也可将非一致激励引起的结构扭转归于“偶然扭转”一类,称之为“广义偶然扭转”。从概念上可用广义等效偶然偏心率 $\beta_{eq}$ 来设计:

$$\beta_{eq} = \beta_s + \beta_{er} + \beta_{em} \quad (20)$$

式中: $\beta_s$ 为结构施工、使用中的不确定因素引起的偶然偏心率; $\beta_{er}$ 为外界扭转地震动作用引起的等效偏心率; $\beta_{em}$ 为外界非一致地震作用引起的等效偏心率。

对于 $\beta_s$ 中的质量偶然偏心成分,我国建研院根据统计和假设检验,通过质量和质量矩的二维分布概率密度函数,解出结构质心在 $(-0.05b, 0.05b)$ ;  $b$ 为垂直于地震作用方向边长)分布的概率是88.1%<sup>[10]</sup>,也即我国高规(JGJ3—2002)针对质量偶然偏心取 $\beta_s = 0.05$ 具有88.1%的保证率。

对于 $\beta_{er}$ ,有研究表明<sup>[11]</sup>,地震波扭转分量引起的结构扭转效应主要与结构自振周期 $T$ 有关。当 $T > 1 \text{ s}$ 时,随着周期的增大,对应的偶然偏心率小于0.02;当自振周期从1 s减小到0.5 s时,对应的偏心率从0.02增大到0.05;对于极短周期结构,地震波扭转分量产生的偏心率大于0.05。

与前两项相比, $\beta_{em}$ 涉及的影响因素最多,也最复杂,在结构自振周期 $T$ 变化时, $\beta_{em}$ 与 $\beta_{er}$ 在大部分区段受到的影响具有大体相同的趋势。

可见,对任一对称结构,由于影响因素众多,实际地震时结构产生显著扭转效应的可能性相当大。按照我国当前有关规范设计时,要求保证结构至少能抵抗相当于0.05的偶然偏心率的扭转效应,但这在很多情况下可能还是远远不够的。

#### 5 结论

地震作用下结构的扭转反应十分复杂,即使对称和规则结构也不能完全避免。笔者结合GB 50011—2010《建筑抗震设计规范》,选取了与规范各类场地相适应的Clough-Penzien地震动随机模型参数,从多点输入地震角度研究了对称空间刚架结构的动力响应。结果表明:多点非一致地震激励下,即使严格意义上的对称结构也会产生明显的扭转效应,扭转效应大小可采用一致激励下使结构产生同样扭矩的等效偏心率来衡量,且等

效偏心率随结构体系的自振周期、平扭周期比、场地条件等因素变化而改变;对于多高层对称结构,多点非一致激励扭转效应的影响主要集中在结构底层附近,且结构层数越低,结构底层构件受到的影响越大,这种作用方式类似圣维南局部性原理。

### 参考文献:

- [1] 李翔,吕西林,李建中,等.汶川地震中广元市底层框架结构房屋震害调查与分析[J].结构工程师,2008,24(3):12-15.
- [2] DE L A, LLERA J C, CHOPRA A K. Estimation of accidental torsion effects for seismic design of buildings [J]. Earthquake Eng Struct Dyn, 1995,21(1):102-114.
- [3] HAO H. Response of multiply supported rigid plate to spatially correlated seismic excitation [J]. Earthquake Eng Struct Dyn, 1991, 20(99):821-838.
- [4] 张猛.大型对称结构在空间变化地震动作用下的扭转效应研究[D].上海:同济大学建筑工程系,2006.
- [5] 薛素铎,王雪生,曹资.基于新抗震规范的地震动随机模型参数研究[J].土木工程学报,2003,36(5):5-10.
- [6] HEREDIA-ZAVONI E, LEYVA A. Torsional response of symmetric buildings to incoherent and phase-delayed earthquake ground motion [J]. Earthquake Eng Struct Dyn, 2003, 32(7):1021-1038.
- [7] PENZIEN J, WATABE M. Characteristics of 3-dimensional earthquake ground motions[J]. Earthquake Eng Struct Dyn, 1975, 3(4):365-373.
- [8] 范立础,王君杰,陈玮.非一致地震激励下大跨度斜拉桥的响应特征[J].计算力学学报,2001,18(3):358-363.
- [9] 徐培福,黄吉锋,韦承基.高层建筑结构的扭转反应控制[J].土木工程学报,2006,39(7):1-8.
- [10] 孙建华.偶然偏心引起的结构地震作用效应研究[D].北京:中国建筑科学研究院工程抗震研究所,2001.
- [11] 刘畅,邹银生.偶然偏心引起的结构地震扭转效应研究[J].工程抗震与加固改造,2006,28(3):12-14,20.

## Torsional Response of Symmetric Building Structures Due to Multi-support Random Seismic Excitations

ZHANG Meng<sup>1,2</sup>, ZHAO Gui-feng<sup>1</sup>, MA Ren-le<sup>2</sup>, HE Min-juan<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. Department of Building Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** A linear structural system that consists of a rigid slab supported by four columns has been studied based on multi-support excitation theory. The appropriate parameters of Clough-Penzien seismic random model, used in the analysis, are given according to the code GB 50011-2010. The results have shown that, spatial variation of ground motions will induce significant torsional response in the case of a symmetric building, where distances between supports are relatively small compared with those for multi-support structural systems. The torsional responses depend strongly on the period and the frequency ratio of the system, on the local soil conditions, and on the time for seismic waves to travel across the base of the system, etc. It has also been found that there is little influence on the top part of a multiple-story symmetric structure subjected to spatially varying multiple excitations. The most influence is focused on the bottom of the structure. Such influence can be well interpreted by Saint Venant Theory.

**Key words:** symmetric building structure; clough-penzien seismic random model; multi-support excitation; torsional response; equivalent eccentricity