

基于决策函数及 PSO 优化的 SVM 预测控制应用研究

王 杰, 陈锴鹏

(郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450001)

摘 要: SVM 处理大样本问题时性能明显不如神经网络, 因此笔者利用矩阵变换进行决策函数的简化来提升 SVM 的训练速度, 对 SVM 建模时非必需的支持向量进行约简, 并引入一个松弛变量来提升约简效果. 实验证明, 约简后支持向量个数减少三分之一以上. SVM 所建立的模型进行线性化之后应用于预测控制当中, 采用 PSO 算法来选择最优的 SVM 参数和计算预测控制的最优控制律. 通过对水泥回转窑窑尾烟室温度的数据进行实验仿真, 结果表明该方法可以提高系统响应速度, 减小系统响应的超调量.

关键词: 支持向量机; 决策函数; 粒子群算法; 预测控制

中图分类号: TP181

文献标志码: A

doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2013.02.014

0 引言

预测控制因其对模型的精度和表达形式要求不高而受到了广泛关注, 但是在面临非线性控制对象时存在着模型失配、鲁棒性差的问题. 因此研究和改进非线性预测控制是一个非常有意义的课题^[1].

支持向量机 (Support Vector Machine, SVM) 在解决非线性问题上与其它算法相比有泛化能力强、鲁棒性好等优点^[2]. 但是 LeCun 等人的在研究大规模样本回归时发现, SVM 训练的速度要明显慢于同等精度的神经网络^[3]. 为了提高 SVM 的训练速度, 笔者提出了一种基于简化决策函数的 SVM 预测控制器, 采用 SVM 对非线性对象进行回归建模, 并通过矩阵变换对 SVM 的支持向量进行约简, 加快了模型训练速度, 将对象的 SVM 模型作为预测控制中的预测模型, 通过粒子群算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 来确定 SVM 的最优参数和对预测控制的最优控制律进行滚动优化^[4].

1 SVM 预测模型

1.1 决策函数约简的 SVM 回归问题

给定 N 个训练样本 $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N, x_i \in R^n$ 是输入矢量, $y_i \in R$ 是相应的输出. SVM 非线性建模通

过一个非线性映射 $\varphi(\cdot)$ 将在低维空间中不可分的样本映射到高维空间中, 使其变得线性可分, 在高维特征空间中的线性 SVM 为^[5]:

$$\min_{w, b, \xi} \left[\frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n \xi_i \right]. \quad (1)$$

$$s. t. \quad y_i (\langle \phi(x_i), w \rangle + b) \geq 1 - \xi_i, \xi_i \geq 0, i \in N$$

构造决策函数 $y(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(x, x_i) + b$, $K(\cdot, \cdot)$ 是将样本向量映射至高维空间的核函数.

根据基础线性代数理论, 可以证明支持向量 $x(k)$ 在特征空间 Z 中与其它支持向量是线性相关的, 即有 $K(x, x_k) = \sum_{i=1, i \neq k}^N c_i K(x, x_i)$, c_i 为标量常数.

$$K(x, x_k) = \sum_{i=1, i \neq k}^N c_i K(x, x_i), c_i \text{ 为标量常数.}$$

则决策函数的表达式可以写成如下形式:

$$y(x) = \sum_{i=1, i \neq k}^N \alpha_i K(x, x_i) + \alpha_k \sum_{i=1, i \neq k}^N c_i K(x, x_i) + b = \sum_{i=1, i \neq k}^N (\alpha_i + \alpha_k c_i) K(x, x_i) + b. \quad (2)$$

已知线性相关的向量可以用其它向量表示, 因此, 在表述决策函数的时候线性相关的支持向量是不需要的. 所以, 我们可以对支持向量进行消减来简化决策函数. 采取行阶次消减的形式来对决策函数进行简化^[6].

研究过程中发现, 仅仅通过矩阵线性变换来

收稿日期:2012-12-13; 修订日期:2013-02-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60905039)

作者简介:王杰(1959-), 男, 河南周口人, 郑州大学教授, 博士, 博士生导师, 研究方向为智能控制与智能计算、信息与计算机网络安全, E-mail: wj@zzu.edu.cn.

约简决策函数,效果不太明显,为了提高简化的效果,引入松弛变量 Γ ,在通过矩阵变换寻找依赖关系的时候,如果某一行的元素值全部小于 Γ ,则该样本点对应的支持向量可以删除.合理选择松弛因子的大小,使得训练误差在可以接受的范围内实现决策函数的最简化.由于决策函数复杂度降低,训练的速度得到了明显提升.

1.2 PSO 优化 SVM 参数

采用 Lagrange 乘数法解决上述约束问题

$$J(\omega, b, \alpha) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} - \sum_{i=1}^N \alpha_i [y_i (\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i + b) - 1], \quad (3)$$

式中: α 为拉格朗日乘子. 根据最优性条件可以得到原问题的对偶问题:

$$\begin{aligned} \max_a Q(a) &= J(\omega, b, \alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i - \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j, \\ \text{s. t } &\sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0, \alpha_i \geq 0, \end{aligned} \quad (4)$$

公式(4)问题的求解通过训练数据集得到.

如何选取最佳的 SVM 参数,国际上还未出现一个公认的最好方法,目前所用的方法是让 c 和 g 在一定范围内取值,利用训练数据来测试分类准确率,利用分类准确率来确定 c 和 g 的值^[7]. 如果遇到多组最优的 c 和 g ,则采取 c 值最小的一组数据.这样可以避免 c 值过大引起的过学习情况.为了得到最佳的 SVM 参数,笔者采用 PSO 算法对 SVM 的惩罚参数 c 、不敏感损失系数 g 及核函数 σ 参数进行优化,最终得到的 SVM 模型表达式为:

$$y(x) = \omega^T \varphi(x) + b. \quad (5)$$

1.3 SVM 模型线性化处理

为使广义预测控制器能够作用于 SVM 非线性模型,对式(5)进行线性化处理:对第 k 个采样周期, \mathbf{x}_k 是相应的回归向量,取式(5)在 \mathbf{x}_k 处泰勒展开式,得到线性化模型^[8]:

$$\begin{aligned} y(x) &= y(x) \Big|_{x=x_k} + \frac{\partial y}{\partial x(1)} [x(1) - x_k(1)] + \\ &\cdots + \frac{\partial y}{\partial x(n_u + n_y)} \Big|_{x=x_k} [x(n_u + n_y) - x_k(n_u + n_y)]. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} P &= y(x) \Big|_{x=x_k} x_k(1) - \cdots - \frac{\partial y}{\partial x(n_u + n_y)} \Big|_{x=x_k} x_k \\ (n_u + n_y) b_1 &= \frac{\partial y}{\partial x(1)} \Big|_{x=x_k}, \cdots, b_{n_y} = \frac{\partial y}{\partial x(n_u)} \Big|_{x=x_k} \end{aligned}$$

$$a_1 = -\frac{\partial y}{\partial x(n_u + 1)} \Big|_{x=x_k}, \cdots, a_{n_y} = -\frac{\partial y}{\partial x(n_u + n_y)} \Big|_{x=x_k}.$$

取回归向量: $\mathbf{x}(k) = [x_k(1) \cdots x_k(n_u + n_y)] = [u(k-1) \cdots u(k-n_u) y(k-1) \cdots y(k-n_y)]$

令 $n = n_u + n_y$, 选取 RBF 核函数,式(6)可写为

$$y(x) = C + b_1 u(k-1) + \cdots + b_{n_u} u(k-n_u) - a_1 y(k-1) - \cdots - a_{n_y} y(k-n_y). \quad (7)$$

$$\text{式中: } b_1 = -2 \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_i K(x_k, x_i) [x_k(1) - x_i(1)]}{\sigma^2} x(1);$$

$$b_{n_u} = -2 \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_i K(x_k, x_i) [x_k(n_u) - x_i(n_u)]}{\sigma^2} x(n_u);$$

$$a_1 = 2 \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_i K(x_k, x_i) [x_k(n_u + 1) - x_i(n_u + 1)]}{\sigma^2};$$

⋮

$$a_{n_y} = 2 \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_i K(x_k, x_i) [x_k(n_u + n_y) - x_i(n_u + n_y)]}{\sigma^2}$$

$x(n).$

式(7)可作为预测控制的预测模型.

2 PSO 滚动优化的预测控制

预测控制的任务就是使系统输出 $y(t+j)$ 尽可能逼近输出设定值 $y_r(t+j)$. 性能指标函数如下^[9]:

$$\begin{aligned} \min J(k) &= E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} [y_r(k+j) - y_p(k+j)]^2 \right\} \times \\ &\sum_{j=1}^{N_u} \lambda_j [\Delta u(k+j-1)]^2, \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $E\{\cdot\}$ 表示取数学期望,一般工业过程中最终输出设定值为常值 c ,为了使输出平稳,令 $y_r(k+j) = \alpha_j y(k) + (1-\alpha_j)c$, $\alpha \in [0,1]$ 为柔化因子; N_1 和 N_2 分别为优化时域的起始与终止时刻; n_u 为控制时域^[10]. 为了计算预测控制器的控制律,采用粒子群算法进行迭代计算.

设定待优化的控制量 $u(k+1)$ 为 PSO 算法中的位置向量, SVM 预测输出量为 $y_m(k+j+1)$, 系统实际的输出量和预测输出量之间的偏差为 $e(k+j) = y(k+j) - y_m(k+j)$, 误差修正后估计输出为 $y_p(k+j+1) = y_m(k+j+1) + e(k+j)$. PSO 适应度函数选取为预测控制的性能指标函数. 输出 g_{best} 为最优控制量 $u(k+1)$. 粒子更新的公式为^[11]

$$\begin{cases} v_i(t+1) = \lambda \{ \theta v_i(t) + c_1 r_1 [p_{best} - x_i(t)] + c_2 r_2 [g_{best} - x_i(t)] \} \\ x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \end{cases}$$

其中 $\lambda = \frac{1}{\left|2 - C - \sqrt{C^2 - 4C}\right|}$ (9)

$$C = c_1 + c_2 \quad \theta = \theta_{ini} - \frac{t(\theta_{ini} - \theta_{end})}{m}$$

式中: θ_{ini} 和 θ_{end} 为惯性权重的初始值和终值, c_1 和 c_2 为学习因子, m 为最大迭代次数. 惯性权重的大小代表算法的全局和局部的搜索能力. 学习因子 c_1 和 c_2 反映了粒子群之间的信息交流^[12].

3 算法流程

基于以上算法的描述及分析,笔者算法流程如图 1 所示.

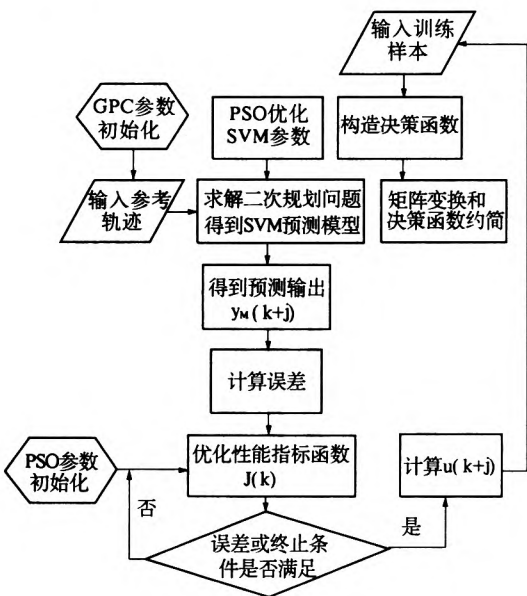


图 1 笔者算法流程图

Fig. 1 Algorithm flow chart this paper proposed

4 仿真研究

4.1 SVM 决策函数约简数学仿真

为了验证决策函数约简对支持向量个数减少的效果,我们采用 kinfamily 数据库中的 4 000 个数据点来进行验证,简化后的结果如表 1 所示.

4.2 回转窑数据预测控制仿真

为验证笔者方法在实际工业过程中的有效性,以水泥回转窑窑尾烟室温度模型为控制对象进行控制仿真. 选取分解炉出口温度、预燃室下部温度、入窑二次风温、五级筒出口温度和窑尾烟室温度历史值 5 个变量为输入量,输出量为窑尾烟室温度. 数据采样间隔为每分钟采样一次,选取水泥回转窑连续正常工作 3 d 时 5 000 组数据作为实验数据,前 4 000 组用来建模,后 1 000 组用来测试. 采取 PSO 算法来确定 SVM 的参数, $C_{best} = 86.3018$, g_{best}

=0.01 模型的预测误差由图 2 所示.

表 1 RBF 核函数 SVM 决策函数简化结果

Tab. 1 Results of SVM decision functions simplification using RBF kernels

RBF 核函数	原始 SVs	约简后 SVs	减少量 /%	减少前均方误差	减少后均方误差
$\sigma = 900$	595	410	31.09	0.044 9	0.045 4
$\sigma = 950$	598	393	34.28	0.044 8	0.045 5
$\sigma = 1\ 000$	615	382	37.89	0.044 5	0.045 3

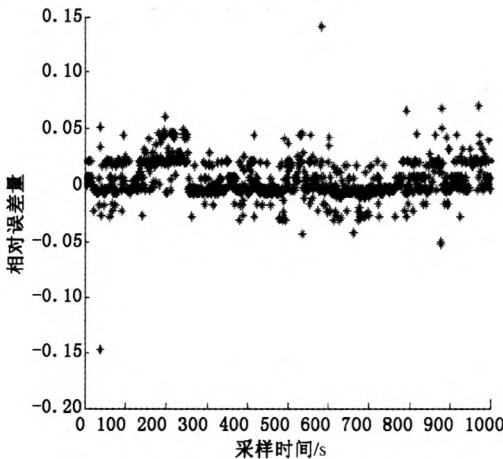


图 2 SVM 建模误差

Fig. 2 modeling error rate of SVM

由图 2 可以看出 LSSVM 建立的模型误差基本在 $-0.05 \sim +0.05$ 之间. 根据相关工艺经验,窑尾烟室的最佳温度为 $1\ 200\ ^\circ\text{C}$ 左右. 因此设定期望输出值 $c = 1\ 200$,优化时域为 $N_2 - N_1 = 10$,控制时域 $n_u = 5$, $\mu = 0.9$,PSO 算法中粒子数 $m = 10$, $\theta = 0.5$ 最大迭代次数为 200, $c_1 = 1.6$, $c_2 = 1.5$. 系统响应图如图 3. 从图 3 中可以看出在对回转窑窑尾烟室温度模型的控制过程当中,笔者所采用的方法能够有效地减少系统的超调量,加快了系统的响应速度.

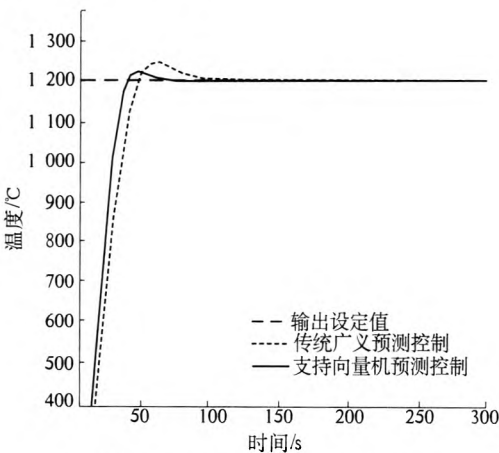


图 3 笔者方法与传统 GPC 控制效果对比

Fig. 3 Control effect of GPC and method we proposed

5 结论

采取对决策函数进行约简的方式来对 SVM 进行改进,实验数据表明这种方法能够在不影响模型精度的情况下有效地减少 SVM 的支持向量个数.广义预测控制具有对模型精度要求不高的特性,因此约简后的模型精度上完全满足预测模型的精度要求,实现了广义预测控制对非线性模型的控制.通过对水泥回转窑窑尾烟室温度模型的仿真结果上表明该算法在实际工业过程中的适用性.

参考文献:

- [1] 席裕庚. 预测控制 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.
- [2] VAPNIK V N. Statistical Learning Theory [M]. New York: Wiley, 1998.
- [3] LECUN Y, JACKEL L, BOTTOU L. Comparison of learning algorithms for handwritten digit recognition [C]//International Conference on Artificial Neural Networks. P. Gallinari, 1995.
- [4] 肖本贤, 朱志国, 刘一福. 基于粒子群算法混合优化的广义预测控制器研究 [J]. 系统仿真学报, 2007, 19(4): 820 - 824.
- [5] COLLOBERT R, BENGIO S. SVM-Torch: Support vector machines for large-scale regression problems [J]. Journal of Machine Learning Research. 2001 (1): 143 - 160.
- [6] TOM D, KEVIN E G, ANNETTE M. Exact Simplification of support vector solutions [J]. Journal of Machine Learning Research, 2001 (2): 293 - 297.
- [7] 姜培男. 基于 PSO-SVM 非线性时序模型的隧洞围岩变形预报 [J]. 岩土力学, 2007, 27(6): 1176 - 1179.
- [8] LUCH T C C. Generalized predictive control using recurrent fuzzy neural networks for industrial processes [J]. Journal of Process Control, 2007, 17(1): 83 - 92.
- [9] ALFI A. PSO with Adaptive mutation and inertia weight and its application in parameter estimation of dynamic systems [J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(5): 541 - 549.
- [10] 郭巧, 曹海璐. 一种改进的广义预测控制方法及其应用 [J]. 控制理论与应用, 2001, 18(2): 310 - 313.
- [11] 穆朝絮, 张瑞民, 孙长银. 基于粒子群优化的非线性系统最小二乘支持向量机预测控制方法 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(2): 164 - 168.
- [12] 贾嵘, 洪刚, 薛建辉, 等. 粒子群优化-最小二乘支持向量机算法在高压断路器机械故障诊断中的应用 [J]. 电网技术, 2010, 34(3): 197 - 200.

Application Study of SVM Predictive Control Based on Decision Functions Simplification and PSO Optimization

WANG Jie, CHEN Kai-peng

(School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: For large-scale samples, SVM does not perform as well as neural networks and this paper tries to improve the training speed by simplify the decision functions by matrix transform. We simplify the unnecessary support vectors in SVM modeling and introduce a relaxation factor in order to improve the effects of simplification. Experiment shows that the number of support vectors is reduced by at least one third. Using the model nonlinear model built by SVM after linearizing as the predictive model of predictive control. PSO was used to select the best SVM parameters and computing the optimal control law of predictive control. The method can accelerate the response and shorten the overshoot through a simulation of a cement rotary kiln.

Key words: SVM; decision function; PSO; predictive control