

# 基于因子图的 MIMO-OFDM 时变信道估计

陈恩庆, 肖素珍

(郑州大学 信息工程学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:**提出了一种基于因子图的多输入多输出正频分复用(MIMO-OFDM)时变信道估计算法. 该算法在占用少量导频的基础上,建立一阶 AR 信道模型,使用消息传递算法进行 MIMO-OFDM 信道估计,并将该方法与 LS 算法、MMSE 算法、基于 Kalman 滤波的信道估计算法进行比较. 通过 MATLAB 仿真表明,该算法可以很好地估计 MIMO-OFDM 信道,算法复杂度低于 MMSE 算法,且在低信噪比情况下,估计性能优于其他的算法.

**关键词:**MIMO-OFDM;时变信道;信道估计;因子图;消息传递算法

**中图分类号:**TN911.5 **文献标志码:**A **doi:**10.3969/j.issn.1671-6833.201503064

## 0 引言

多输入多输出正交频分复用(MIMO-OFDM)技术是无线通信领域的重大突破,能够解决频率选择性衰落的问题,并满足宽带多媒体应用高信道容量、高比特信息速率的需求,是下一代无线通信的核心技术之一<sup>[1]</sup>.

目前针对 MIMO-OFDM 系统的信道估计方法有很多,在文献[2]中介绍了多种 MIMO-OFDM 信道估计算法,文献[3]介绍了 OFDM 系统中基于因子图信道估计算法,文献[4-5]介绍了基于 Kalman 滤波的信道估计算法,而笔者介绍一种新的算法,即基于因子图的 MIMO-OFDM 时变信道估计算法. 因子图是将一个含有多个变量的全局函数进行因子分解,得到几个局部函数的乘积,并以此为基础得到的一个双向图<sup>[6]</sup>. 在因子图中按照和积算法<sup>[7]</sup>(sum-product algorithm, SPA)进行消息传递和迭代就可以获得对因子图中参数的估计. 和积算法在自适应滤波、信道均衡<sup>[8]</sup>、编码解码、神经网络等领域都有广泛的应用,笔者将它应用于信道估计. 该算法主要是在因子图消息传递算法的思想,建立一阶 AR 信道模型,并利用迭代算法估计信道信息. 除此之外,通过仿真验证该算法在信道估计中可以达到比 LS 算法<sup>[9]</sup>、MMSE 算法<sup>[10]</sup>、Kalman 滤波算法<sup>[11]</sup>更好的性能.

## 1 系统模型

首先介绍 MIMO-OFDM 系统模型结构. 假设系统发送天线数目为  $N$ ,接收天线数目为  $M$ ,OFDM 子载波数目为  $L$ ,发送信号为  $\mathbf{X}$ ,接收信号为  $\mathbf{Y}$ . MIMO-OFDM 基带系统模型<sup>[12]</sup>如图 1 所示.

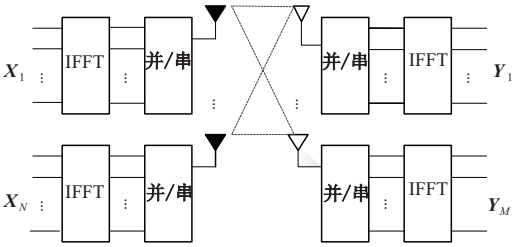


图 1 MIMO-OFDM 基带系统模型

Fig. 1 The base band system model of MIMO-OFDM

为了简化系统模型,笔者采用的是两发一收的 MIMO-OFDM 系统,故有  $N=2, M=1$ . 文中采用的导频方案是天线轮流发送,既大大减少了导频的使用量,也将多天线问题转化为单天线问题. 该系统在发送端第  $n$  个发射天线上的一个 OFDM 符号<sup>[13]</sup>可以表示  $\mathbf{X}_n = [\mathbf{X}_n^1, \dots, \mathbf{X}_n^L]^T (n=1, 2)$ . 其中  $\mathbf{X}_n^l$  表示第  $l$  个子载波,  $L$  表示总子载波数.

假设存在一个导频符号,考虑到接收天线接收到的第  $k$  个子载波上的符号情况,用矩阵形式可表示为:

收稿日期:2015-03-27;修订日期:2015-10-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61201251,61172086,61210005,61331021)

作者简介:陈恩庆(1977—),男,福建龙海人,郑州大学副教授,博士,主要从事宽带无线通信等研究,E-mail:ceq2003@163.com.

引用本文:陈恩庆,肖素珍. 基于因子图的 MIMO-OFDM 时变信道估计[J]. 郑州大学学报(工学版),2016,37(1):87-91.

$$\mathbf{Y}^k = \mathbf{H}^k \mathbf{X}^k + \mathbf{V}^k, (k = 1, 2, \dots, L). \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{Y}^k$  为接收到的第  $k$  个子载波上信号;  $\mathbf{V}^k$  是均值为 0, 方差为  $\sigma_v^2$  的高斯白噪声;  $\mathbf{X}^k = [\mathbf{X}_1^k, \mathbf{X}_2^k]^T$  为两个发射天线的发送信号;  $\mathbf{H}^k$  为第  $k$  个子载波上的频域信道响应矩阵. 其中  $\mathbf{H}^k$  可表示为:

$$\mathbf{H}^k = [\mathbf{H}_{1,1}^k, \mathbf{H}_{1,2}^k]^T. \quad (2)$$

## 2 因子图及和积算法

因子图<sup>[6-7]</sup>是由变量节点、函数节点和线组成的, 因子图的边线是指变量节点和函数节点的连线, 当且仅当该变量是函数的自变量时, 对应的变量节点才与对应的函数节点相连<sup>[8]</sup>, 其中函数节点用方框表示, 变量节点用圆圈表示. 和积算法用于计算因子图中变量节点与函数节点之间的消息传递, 具体公式<sup>[13]</sup>如下.

1)  $\mu_{x \rightarrow f}(x)$  表示由变量节点  $x$  传递给函数节点  $f$  的消息:

$$\mu_{x \rightarrow f}(x) = \prod_{h \in n(x) \setminus f} \mu_{h \rightarrow x}(x). \quad (3)$$

2)  $\mu_{f \rightarrow x}(x)$  表示由函数节点  $f$  传递给变量节点  $x$  的消息:

$$\mu_{f \rightarrow x}(x) = \sum_{\mathbf{X}} (f(\mathbf{X}) \prod_{y \in n(f) \setminus x} \mu_{y \rightarrow f}(y)). \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{X} = n(f)$  表示与函数  $f$  相关的所有变量.

## 3 基于因子图信道估计算法

基于因子图信道估计算法具体步骤如下.

Step 1: 建立信道模型. 对于第  $n$  根发射天线到接收天线之间的信道频率响应  $\mathbf{H}_n$ , 近似看成是一个一阶自回归 (AR) 过程, 则发送天线  $n$  与接收天线之间对应第  $i+1$  个 OFDM 符号 (OFDM 总符号数为  $I$ ) 的子信道的频率响应可以由第  $i$  个 OFDM 符号的信道频域响应表示为

$$\mathbf{H}_n(i+1) = \mathbf{F}_n \mathbf{H}_n(i) + \mathbf{W}_n(i). \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{F}_n$  表示 AR 过程的系数;  $\mathbf{W}_n(i)$  为均值为 0 方差为  $s^2$  的高斯白噪声.

由于该信道模型为慢时变信道, 且采用的是 AR 模型, 所以 AR 过程系数和噪声方差都为常数, 可以用 Y-K 方程求出:

$$\mathbf{F}_n = \mathbf{J}_0(2\pi f_d T_s); \quad (6)$$

$$\sigma_w^2 = 1 - \mathbf{F}_n^2. \quad (7)$$

式中:  $f_d$  表示多普勒频移;  $T_s$  表示 OFDM 符号周期;  $\mathbf{J}_0(\cdot)$  表示第一类 0 阶 Bessel 函数.

以下考虑一根发射天线与接收天线之间的情况. 根据 AR 模型和 MIMO-OFDM 信道系统模型, 信道频域响应  $\mathbf{H}$  和接收信号  $\mathbf{Y}$  可简单描述为

$$\mathbf{H}_{i+1} = \mathbf{F} \mathbf{H}_i + \mathbf{W}_i; \quad (8)$$

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{X}_i \mathbf{H}_i + \mathbf{V}_i. \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{W}_i$  为均值为 0, 方差为  $\sigma_w^2$  的高斯白噪声;  $\mathbf{V}_i$  为所对应的信道噪声, 是均值为 0, 方差为  $\sigma_v^2$  的高斯白噪声.

信道矩阵  $\mathbf{H}$  可以表示为函数形式:

$$f(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_I) = \prod_{i=1}^I f(\mathbf{H}_i | \mathbf{H}_{i-1}, \dots, \mathbf{H}_{i-1}) = \prod_{i=1}^I f(\mathbf{H}_i | \mathbf{H}_{i-1}). \quad (10)$$

Step 2: 将联合概率密度函数进行因式分解.

$$f(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_I, \mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_I) = \prod_{i=1}^I f(\mathbf{H}_i | \mathbf{H}_{i-1}) \cdot f(\mathbf{Y}_i | \mathbf{H}_i). \quad (11)$$

所以, 由接收信号  $\mathbf{Y}$  来估计信道  $\mathbf{H}$  的条件概率密度函数可以因式分解为:

$$f(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_I | \mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_I) \propto \prod_{i=1}^I f(\mathbf{H}_i | \mathbf{H}_{i-1}) f(\mathbf{Y}_i | \mathbf{H}_i). \quad (12)$$

Step 3: 由因式分解的结果画出因子图. 由因式分解的式子 (12) 可以画出该信道估计的因子图, 结果如图 2 所示.

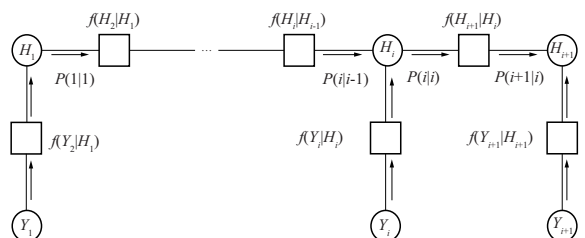


图 2 信道估计因子图

Fig. 2 Factor graph of channel estimation

设  $P_{i|i-1}(\mathbf{H}_i) = \mu_{f(\mathbf{H}_i | \mathbf{H}_{i-1}) \rightarrow \mathbf{H}_i}$ , 由于信道满足高斯分布, 所以由函数节点  $f(\mathbf{H}_i | \mathbf{H}_{i-1})$  传递给变量节点  $\mathbf{H}_i$  的消息可以正比于  $N(\mathbf{H}_i, \hat{\mathbf{m}}_{i|i-1}, \hat{\sigma}_{i|i-1}^2)$ .

同理, 设  $P_{i|i}(\mathbf{H}_i) = \mu_{f(\mathbf{Y}_i | \mathbf{H}_i) \rightarrow \mathbf{H}_i}$ , 表示由变量节点  $\mathbf{H}_i$  到函数节点  $f(\mathbf{Y}_i | \mathbf{H}_i)$  的消息, 正比于  $N(\mathbf{H}_i, \hat{\mathbf{m}}_{i|i}, \hat{\sigma}_{i|i}^2)$ .

Step 4: 给定初始条件, 从左到右按和积算法求信道估计结果. 假设信道的初始状态等于导频获得的信道初始值, 再由和积算法公式计算因子图中消息传递得:

$$P_{1|1}(\mathbf{H}_1) = N(\mathbf{H}_1, \hat{\mathbf{H}}_1, \mathbf{E}). \quad (13)$$

$$P_{2|1}(\mathbf{H}_2) = \sum_{\mathbf{H}_1} P_{1|1}(\mathbf{H}_1) f(\mathbf{H}_2 | \mathbf{H}_1). \quad (14)$$

那么由变量节点  $\mathbf{H}_i$  传递到函数节点  $f(\mathbf{H}_{i+1} | \mathbf{H}_i)$  的消息为

$$P_{i|i}(\mathbf{H}_i) = P_{i|i-1}(\mathbf{H}_i) f(\mathbf{Y}_i | \mathbf{H}_i) \propto$$

$$N(\mathbf{H}_i, \hat{\mathbf{m}}_{i|i-1}, \hat{\sigma}_{i|i-1}^2) N(\mathbf{Y}_i, \mathbf{X}_i \mathbf{H}_i, \sigma_v^2) \propto$$

$$N(\mathbf{H}_i, \hat{\mathbf{m}}_{il i-1}, \sigma_{il i-1}^2) N(\mathbf{H}_i, \mathbf{X}_i^H \mathbf{Y}_i, \mathbf{X}_i \sigma_v^2) \propto \cdot$$
$$N(\mathbf{H}_i, \hat{\mathbf{m}}_{il i}, \sigma_{il i}^2) . \quad (15)$$

其中:

$$\hat{\mathbf{m}}_{il i} = \frac{\sigma_v^2 \hat{\mathbf{m}}_{il i-1} + \sigma_{il i-1}^2 \mathbf{X}_i^H \mathbf{Y}_i}{\mathbf{X}_i^H \sigma_{il i-1}^2 \mathbf{X}_i + \sigma_v^2} ; \quad (16)$$

$$\sigma_{il i}^2 = \frac{\sigma_v^2 \sigma_{il i-1}^2}{\mathbf{X}_i^H \sigma_{il i-1}^2 \mathbf{X}_i + \sigma_v^2} v . \quad (17)$$

由函数节点  $f(\mathbf{H}_{i+1} | \mathbf{H}_i)$  传递到变量节点  $\mathbf{H}_{i+1}$  的消息为

$$P_{i+1|i}(\mathbf{H}_{i+1}) = \int P_{il i}(\mathbf{H}_i) N(\mathbf{H}_{i+1}, F \mathbf{H}_i,$$
$$\sigma_w^2) d\mathbf{H}_i \propto N(\mathbf{H}_{i+1}, \hat{\mathbf{m}}_{i+1 i}, \sigma_{i+1 i}^2) . \quad (18)$$

其中:

$$\hat{\mathbf{m}}_{i+1 i} = F \hat{\mathbf{m}}_{il i} ; \quad (19)$$

$$\sigma_{i+1 i}^2 = F^2 \sigma_{il i}^2 + \sigma_w^2 . \quad (20)$$

由以上迭代计算得到的  $\hat{\mathbf{m}}_{il i}$  组成  $L \times I$  维矩阵即为估计得到的信道频域响应.

4 仿真结果

根据以上算法分析,为了验证基于因子图的 MIMO-OFDM 时变信道估计算法的有效性,建立该系统的仿真平台,为了简单起见,该系统采用两发一收的 MIMO-OFDM 系统,OFDM 的符号数为 1 000,调制方式采用 QPSK 调制.

图 3 中(a)、(b)分别为 SNR 在 10 dB 和 30 dB 时的信道原始值与基于因子图信道估计值的比较图,从图中可以看到笔者所提算法可以进行信道估计,并且随着信噪比的增加,因子图算法的信道估计准确度提高.

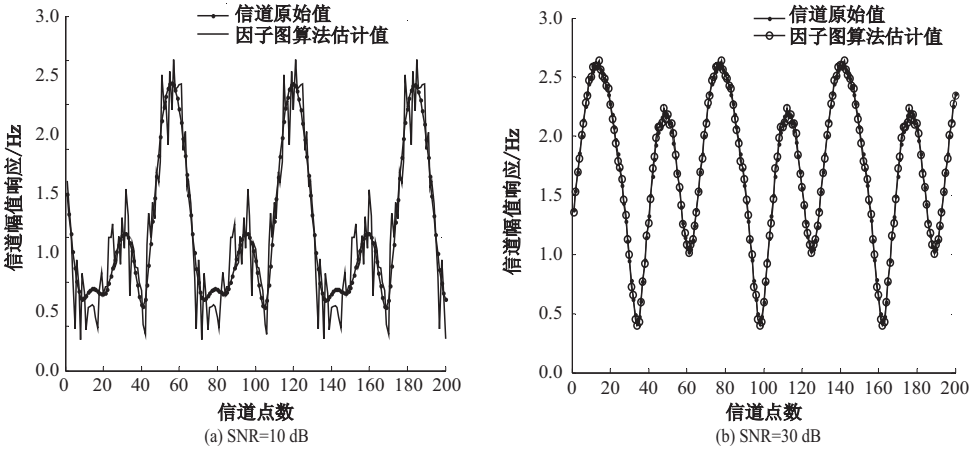


图 3 信道真实值与估计值比较

Fig.3 Compare the real and eatimation values of channel

多普勒频移为 10 Hz 和 100 Hz 时,随着信噪比 SNR 的变化,因子图信道估计算法与 LS 算法、MMSE 算法、Kalman 滤波算法信道估计均方误差 (MSE) 的比较如图 4 所示.从图中可以看出,因子图信道估计算法误差始终比 LS 算法估计误差小,且随着信噪比的增加,其估计性能逐渐提升;当多普勒频移  $f_d = 10$  Hz 时,因子图信道估计算法始终好于 MMSE 信道估计算法,但当多普勒频移  $f_d = 100$  Hz 时,随着信噪比的增加,本文算法性能有所降低,低信噪比情况下比 MMSE 算法性能好,能有效提高低信噪比情况下信道估计的性能,且算法复杂度低于 MMSE 算法;同时,将笔者所提算法与文献[4-5]中所提到的基于 Kalman 滤波的信道估计算法进行比较,从图中可以看到两种算法估计性能接近.如图 5 所示为多普勒频移  $f_d = 10$  Hz 时,两种算法误码率的比较,仿真结果表

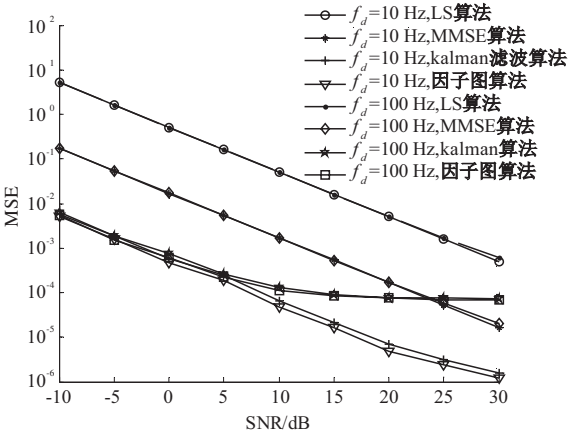


图 4 不同多普勒频移下 MSE 比较

Fig.4 The MSE under different dopple frequencies

明,笔者所提算法估计误差优于基于 Kalman 滤波的信道估计算法.

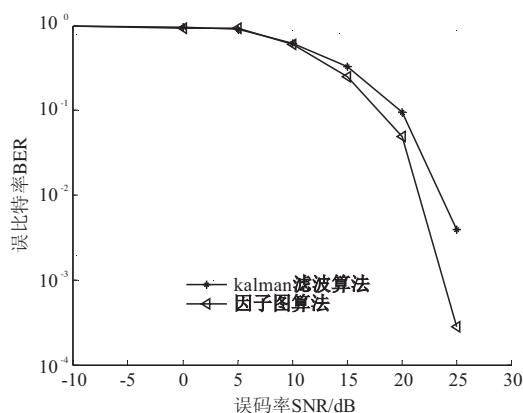


图5 误码率比较

Fig.5 Compare the BER

图6所示为多普勒频移  $f_d = 10$  Hz, 信噪比  $\text{SNR} = 12$  dB 时, 不同 OFDM 符号数下 4 种信道估计算法 MSE 比较. 仿真结果表明, 随着 OFDM 符号数的增加, 基于因子图的 MIMO-OFDM 信道估计误差减小, 而 LS 算法、MMSE 算法的信道估计均方误差不随 OFDM 符号数的增加而减小, 因而可以增加 OFDM 符号数提高信道估计性能.

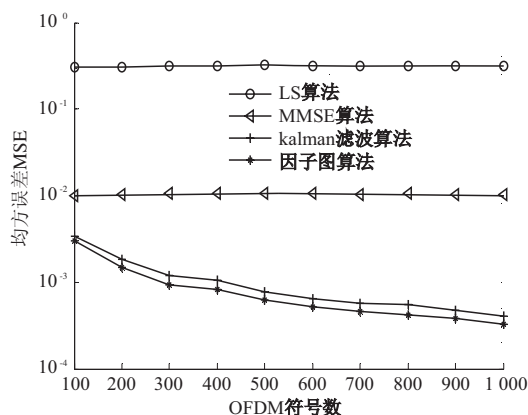


图6 不同 OFDM 符号数下性能比较

Fig.6 The performance under different OFDM symbol

图7所示为笔者所提算法在不同导频间隔下误码率的比较, 其中  $f_d = 10$  Hz 时, 仿真结果表明, 导频插入间隔越小, 估计准确度越高, 因此导频间隔也是影响该算法信道估计的重要因素之一. 该算法可以在较少导频情况下获得比 LS 等传统方法更好的估计性能. 如果导频数较多, 且假设传统 LS 等方法已能获得接近最好的性能, 那么因子图方法则也只能获得接近最好的性能, 因此改善不大, 且这时数据传输效率也很低, 性能比较已意义不大, 所以笔者对不同导频下的几种算法性能不再做出比较仿真.

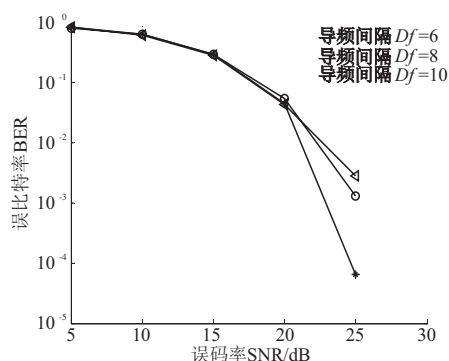


图7 不同导频间隔下的 BER 比较

Fig.7 BER under different pilot frequency interval

## 5 结论

笔者针对慢时变信道估计的特点, 提出了一种基于因子图的 MIMO-OFDM 时变信道估计算法. 由仿真结果可知, 基于因子图信道估计算法可以很好地跟踪信道. 笔者所提算法估计性能受多普勒频移影响较大, 但是当多普勒频移较大、低信噪比情况下估计算法性能优于 MMSE 算法, 且算法复杂度低, 随着 OFDM 符号数的增加 MSE 减小, 即增加迭代次数减小算法误差, 而且仿真结果表明, 导频间隔也是影响估计性能的一个重要因数.

## 参考文献:

- [1] 郭连城. MIMO-OFDM 技术浅析[J]. 科技信息, 2012(16): 246.
- [2] 申京. MIMO-OFDM 系统中信道估计及信号检测算法的研究[D]. 北京: 北京邮电大学信息与通信工程学院, 2012.
- [3] 郭艳华, 郭心悦, 徐伯庆. OFDM 系统中基于因子图信道估计算法[J]. 计算机工程, 2013, 39(3): 72-76.
- [4] 顾婷婷, 罗汉文, 梁永明. 基于无迹卡尔曼滤波的 MIMO-OFDM 系统信道估计算法[J]. 高技术通讯, 2008, 18(6): 584-590.
- [5] 宋铁成, 尤肖虎, 沈连丰, 等. 基于导频和修正 Kalman 滤波的 MIMO-OFDM 信道估计方法[J]. 通信学报, 2007, 28(2): 23-28.
- [6] 王桂凤. 基于因子图信道均衡研究[D]. 大连: 大连理工大学电子信息与电气工程学部, 2011.
- [7] FRANK R K, BRENDAN J F, HANS A L. Factor graphs and the sum-product algorithm[J]. IEEE Transactions on information theory, 2001, 47(2): 498-519.
- [8] 李建平, 王宏远. 因子图原理及其应用前景[J]. 电讯技术, 2000, 40(2): 20-24.
- [9] 龚汉东, 王瑞春. 一种新的 MIMO-OFDM 系统自适应快时变信道估计算法[J]. 电讯技术, 2013, 53

(7):922 – 926.

[10] 路奇,归琳,方向忠. OFDM 系统信道估计方法研究 [J]. 电视技术, 2006(9):20 – 23.

[11] 张贤达. 现代信号处理 [M]. 北京:清华大学出版社,2002.

[12] 王平. 基于训练序列的 MIMO 信道估计及相关技术研究 [D]. 成都:西南交通大学信息科学与技术学院. 2010.

[13] LIANG Y M. Channel estimation based on extended kalman filtering for MIMO-OFDM systems [ C ]//Channel estimation based on extended kalman filtering for MIMO-OFDM systems. Wuhan:IEEE Press, 2006:1 – 4.

MIMO-OFDM Time-varying Channel Estimation Based on the Factor Graph

CHEN Enqing, XIAO Suzhen

(School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** Based on the characteristics of the system struture of MIMO-OFDM , a novel MIMO-OFDM channel estimation algorithm based on factor graph is proposed. The algorithm uses a small amount of pilot carrier , establishes first-order AR channel model, and uses the message passing algorithm to estimate the MIMO-OFDM channel. Compared with other traditional algorithms, the MATLAB simulation shows that this algorithm can accurately estimate the MIMO-OFDM channel, with lower complexity than MMSE algorithm. Especially under the condition of low SNR ,the estimation performance of MIMO-OFDM is better than other algorithms.

**Key words:** MIMO-OFDM; time-varying channel; channel estimation; factor graph; message passing algorithm

(上接第 86 页)

Tensile Test on PTFE Composites Filled with Graphite

JIN Zunlong<sup>1</sup>, GUO Yueming<sup>1</sup>, LI Zhao<sup>1,2</sup>, WANG Dingbiao<sup>1</sup>, WANG Yongqing<sup>1</sup>

(1. School of Chemical Engineering and Energy, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. Henan Province Institute of Boiler and Pressure Vessel Safety Testing, Zhengzhou 450016, China)

**Abstract:** Tensile test on PTFE composites filled with graphite was carried out to investigate the effect of the graphite content on the tensile strength of modified composite materials. The tensile performance curve and tensile strength were obtained. The results showed that the mechanical properties of modified PTFE composites were influenced significantly by the graphite content. When the volume fraction of graphite is 24% , the tensile strength of the modified PTFE composites decreased by 48% , which was only 12.2 MPa. With the increase of the graphite content, the mechanical properties of the modified PTFE composites continued to decrease obviously.

**Key words:** PTFE; graphite; tensile test