

文章编号:1671-6833(2018)01-0012-06

单轴荷载作用下混凝土强度代表体尺寸定量研究

王 娟¹, 王会娟², 许耀群¹, 武霄鹏¹

(1. 郑州大学 水利与环境学院, 河南 郑州 450001; 2. 河南师范大学 新联学院, 河南 郑州 450000)

摘 要: 为从细观层次研究混凝土宏观力学性能, 提出了混凝土强度代表体定义, 建立了基于统计特征的混凝土强度代表体尺寸确定方法. 采用三维随机缺陷界面弹簧元模型, 给出了确定单轴加载下的混凝土强度代表体尺寸的数值方法. 分析了不同数值样本取值对混凝土单轴受拉及单轴抗压强度离散性的影响规律, 以及尺寸试件变化对混凝土拉伸及受压强度仿真结果稳定性的影响规律. 研究表明, 在单轴拉伸荷载和单轴压缩荷载作用下, 混凝土强度代表体尺寸分别为最大骨料粒径的 5.0 倍和 6.5 倍, 与基于细观结构统计特征确定的混凝土几何代表体尺寸进行对比, 证明了所提方法的合理性.

关键词: 混凝土; 代表体; 强度; 细观尺度; 定量分析

中图分类号: TU313 文献标志码: A doi:10.13705/j.issn.1671-6833.2018.01.002

0 引言

混凝土细观力学研究的重要基础之一是代表体 (representative volume element, RVE) 的定量确定. 前期, 学者们对混凝土材料代表体的确定进行了大量研究, 然而, 由于混凝土材料自身结构的复杂性及其性能的多样性, 混凝土代表体尺寸的系统研究还未进行, 混凝土代表体尺寸的取值仍未统一. 目前, 对材料代表体的确定方法主要可归纳为 3 类: ①基于有效模量的解析方法. 该方法得到的代表体尺寸最小, 约为 2 ~ 3 倍的特征尺寸^[1-4]. 该方法一般假设研究对象为规则排列的单胞, 其研究方法和结果并不适用于混凝土类随机非均匀复合材料. ②基于等效模量的数值方法. 采用该方法得到的代表体尺寸随细观结构和材料性能的变化比较分散, 在 5 ~ 50 倍特征尺度不等^[5-7]. 文献[8-11]针对不同材料代表体进行了研究, 结果也各不相同. ③基于图形分析的实验观察方法. Romero 等^[12]结合图像分析技术和试验结果, 对沥青混凝土的 RVE 尺寸进行了研究. Graham 等^[13]采用图像分析方法研究合金中第二相的分布特征, 以此验证 RVE 的存在性.

Al-Raoush 等^[14]通过 X 射线照相技术, 对天然砂样的代表性体元进行研究, 得出孔隙介质材料的 REV 不能仅以孔隙率来确定, 应同时考虑在不同体积下的孔隙分布等微观参数. 该方法仅能就材料的结构和组成进行分析, 不能直接得出基于性能的代表体尺寸.

以上研究成果中仅限于材料的弹性阶段, 而对于材料的非线性破坏阶段及材料强度代表体的定量研究, 目前还很少进行. Fussl 等^[15]采用数值极限分析方法, 采用体元为规则排列的单胞研究强度均匀化中代表体的取值, 结果表明代表体尺寸为 20 倍的粒径的以上时, 均匀化性能才能不受边界的影响. 但是由于混凝土细观结构为非规则结构, 该结果显然不适合于混凝土的强度代表体. Nguyen 等^[16]基于计算均匀化技术, 证明了具有软化性能的随机非均匀脆性材料在直拉和剪切荷载作用下代表体的存在.

对于混凝土材料, 强度是其重要的性能参数. 由于混凝土细观结构和外部条件的复杂性, 目前, 对混凝土材料强度代表体的定量研究还鲜见详细报道. 因此, 笔者提出了混凝土强度代表体的定义, 建立了相应的混凝土强度代表体确定方法. 基

收稿日期:2017-05-08; 修订日期:2017-10-15
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51309203); 中国水利水电科学研究院流域水循环模拟与调控国家重点实验室开放研究基金 (IWHR-SKL-201512); 水利部堤防与病害防治工程技术研究中心开放课题基金资助项目 (2016002); 河南省高等学校重点科研项目 (15A570010)
作者简介: 王娟 (1981—), 女, 河南淮滨人, 郑州大学副教授, 博士, 主要研究方向为混凝土细观力学, E-mail: wangjuan@zzu.edu.cn.

于所提方法,确定了混凝土单轴拉伸和单轴压缩情况下强度代表体的尺寸.

1 混凝土强度代表体的定义

非均质材料有效性能常常通过代表体的概念来描述,实际上就是用较小的试件近似表征宏观结构,将小试件的研究结果近似为整体材料的性能. 目前文献中对代表体的定义比较常见的方式有以下几种:①基于微观结构的统计特征^[17];②基于物理属性的统计特征^[8,11,17];③基于均匀化的平均性能^[1,16]. 针对混凝土材料的强度性能问题,笔者沿用第②种定义方式,结合细观数值计算和统计分析研究混凝土强度的代表体. 为此,定义混凝土强度代表体为满足以下两个条件的最小体元:

- (1)数值模拟结果不受数值样本随机性的影响;
- (2)强度随尺寸的增加趋于稳定,波动范围不得超过允许误差.

2 混凝土强度代表体的确定方法

在给定的荷载条件下,对任给尺寸 L ,样本尺寸增加对宏观强度带来的波动不能大于允许误差,即

$$\left| \frac{f_{L+\Delta L} - f_L}{f_L} \right| < \varepsilon, \tag{1}$$

式中: f 为材料平均性能,本文中为混凝土单轴抗拉强度和单轴抗压强度;下标 L 为体元尺寸,为尺寸增量; ε 为允许误差,取为 5%.

根据上述对强度代表体的定义,确定单轴受拉荷载作用下强度代表体尺寸和单轴受压荷载作用下强度代表体尺寸,取二者较大值为单轴荷载下混凝土强度代表体的尺寸.

因为材料属性随尺寸呈波动变化,为确保性

能趋于稳定,随着研究尺寸逐渐增大,要求至少连续两个尺寸满足精度要求才能视作达到代表性要求,取满足要求尺寸中的较小值为代表体尺寸.

3 混凝土单轴强度代表体的计算模型及结果分析

3.1 计算模型

在细观层次上将混凝土看作粗骨料、界面、砂浆和初始缺陷组成的四相复合材料,以位移加载方式施加单轴拉伸荷载和单轴压缩荷载,采用随机缺陷界面弹簧元模型模拟单轴加载下的强度^[18],并将计算结果与文献[19]和文献[20]中的立方体单轴试验结果进行对比. 其中,文献[20]中边长 100 mm 的立方体试件为边长 150 mm 立方体试件切割而成,文中数值模拟时采用相似的处理方式,首先生成边长 150 mm 的立方体试件,沿两端分别“切”去 25 mm,得到边长 100 mm 的立方体试件. 细观有限元网格如图 1 所示.

混凝土各相细观组分视为弹脆性材料,模型中不考虑粗骨料的破坏情况,砂浆破坏采用最大主应力破坏准则,界面破坏考虑拉断和剪切两种破坏形式.

计算中所需参数为:细观结构参数和细观材料参数,主要包括砂浆的弹性模量和抗拉强度、初始缺陷含量以及初始缺陷分布等,采用文献[19]中的方法确定. 数值试验中的细观参数如表 1 所示,计算结果如表 2 所示. 由表 2 可以看出,数值模拟结果与试验结果误差均在 5% 以内,本研究模型对于普通强度混凝土单轴抗拉和单轴抗压强度的预测值与实测值吻合较好.

3.2 数值计算样本尺寸

在细观层次上将混凝土看作粗骨料、界面、砂浆和初始缺陷组成的四相复合材料. 代表体为能代表材料宏观性能的最小体元,取为整体细观结

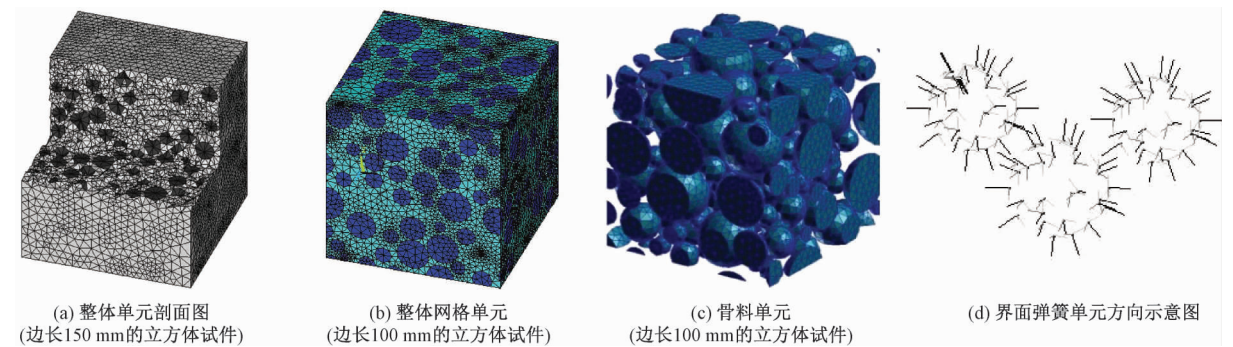


图 1 网格示意图

Fig. 1 Schematic diagram of grid

表 1 数值试验中细观参数

Tab.1 Mesoscopic parameters in numerical test

试验	试件尺寸/mm ³	骨料/mm	水灰比	砂浆		界面	骨料弹性模量	初始缺陷含量/%
				弹性模量/GPa	抗拉强度/MPa	抗拉强度/MPa		
李伟政 ^[19]	100×100×100	5~25	0.58	20	3.03	1.05	60	30
杨木秋 1 ^[20]	100×100×100	5~40	0.46	22	3.5	1.75	60	30
杨木秋 2 ^[20]	150×150×150	5~40	0.46	22	3.5	1.75	60	30

表 2 单轴加载下混凝土强度数值模拟结果与试验结果的对比

Tab.2 Comparison of numerical simulation results and experimental results of concrete strength under uniaxial loading

单轴试验	李伟政 ^[19]		杨木秋 1 ^[20]		杨木秋 2 ^[20]	
	单轴受拉	单轴受压	单轴受拉	单轴受压	单轴受拉	单轴受压
试验值/MPa	2.03	21.60	2.83	29.50	2.29	27.90
计算值/MPa	2.02	20.50	2.79	28.90	2.32	27.00
相对误差	0.005	0.050	0.010	0.020	0.010	0.030

构的一部分,笔者采用由大体积混凝土中截取子区域样本的方式生成计算样本.整体数值样本采用随机骨料模型生成,边长为 400 mm 的立方体,粗骨料体积含量约为 40%,粒径为 5~20 mm.计算样本为整体样本中任意位置截取的立方体试件.

混凝土的受载过程依次表现为弹性阶段、硬化阶段和软化阶段,Gitman 等^[8]认为:对准脆性材料,硬化阶段代表体尺寸比弹性阶段代表体尺寸大得多.因此,强度代表体的尺寸应大于弹性模量代表体的尺寸.笔者用于细观计算的最小试件尺寸由基于名义模量的代表体尺寸确定,确定过程如下:

(1)对于每个给定尺寸,分别在整体样本中 4 个不同位置截取试件.

(2)计算不同荷载下的弹性模量平均值,结果见表 3.

(3)以变异系数为考察指标,分析数值样本截取位置随机性对弹性模量的影响.结果如图 2 所示.

由图 2 可以看出,不同尺寸下弹性模量的变

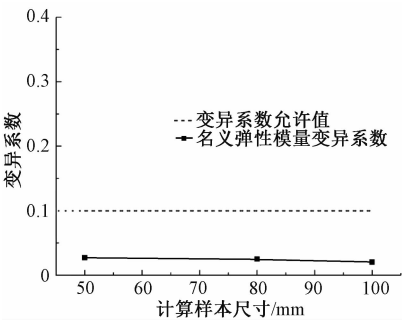


图 2 名义弹性模量离散性随尺寸增加的变化趋势图

Fig.2 The variation trend of the nominal elastic modulus with the increase of the dimension

异系数均小于 0.05.由此可见,试件的弹性模量在尺寸较小时(50 mm,约最大骨料粒径的 2.5 倍)已经不再受试件截取位置随机波动的影响.同样,由表 3 中名义弹性模量随尺寸变化的趋势可以看出,在尺寸为 50 mm 时弹性模量已趋于稳定.由此可知,细观结构尺寸达到最大骨料粒径的 2.5 倍时,已满足基于弹性模量的代表体要求,这也与文献中已有结论吻合较好^[21-22].因此在本文的计算中最小试件取边长为 50 mm 的立方体,计算中试件分别取边长为 50、60、70、80、100、125、150、175、200 mm 的立方体试样.试件典型细观结构示意图如图 3 所示.对各样本施加单轴拉伸荷载和单轴压缩荷载,模拟不同荷载工况下的混凝土强度,研究混凝土强度代表体的尺寸.

3.3 结果讨论

(1)数值样本离散性分析.为了分析随机截取位置对单轴强度的影响,分别在整体样本不同位置处截取尺寸为 50、80、100 mm 的随机试件 3 组,每组 4 个试件,并采用随机缺陷界面弹簧元

表 3 单轴加载下名义弹性模量随尺寸变化趋势

Tab.3 The change trend of nominal elastic modulus under uniaxial loading

尺寸/mm	单拉弹性模量/GPa	相对误差	单压弹性模量/GPa	相对误差
50	29.833	—	30.140	—
60	29.145	-0.024	28.918	-0.042
70	28.918	-0.008	29.145	0.008
80	29.174	0.009	29.174	0.001

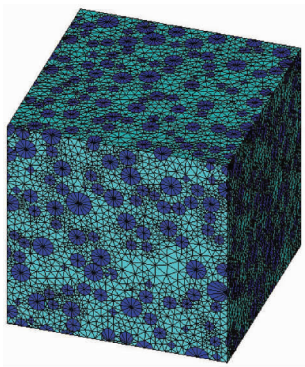


图 3 混凝土计算样本的典型细观结构本示意图
(200 mm × 200 mm × 200 mm)

Fig.3 Schematic diagram of typical meso structure
of concrete calculation samples(200 mm × 200 mm × 200 mm)

模型模拟强度. 单轴受拉荷载下计算结果如图 4 所示,单轴受压荷载下的计算结果如图 5 所示. 其中,图 4(a)、图 5(a)的纵坐标为随机样本强度值与该组强度均值的比值. 由单拉强度计算结果可以看出:随尺寸的增加强度值的分散性降低,在 50 mm 试件中单拉强度值的相对误差高达 0.07. 图 4(b) 和图 5(b) 给出了不同尺寸试件的单轴强度变异系数(标准差和均值之比),由结果可以看出:变异系数随尺寸的增加而减小. 对于单拉强度,样本尺寸为 50 mm 时,基于不同随机位置的混凝土单拉强度变异系数为 0.06,尺寸增加到 100 mm 时,变异系数降到 0.01 以内. 取变异系数作为随机样本误差分析的控制指标,以变异系数值小于 0.1 为收敛标准,则单拉强度基于随机样本的稳定尺度为 50 mm,即为最大骨料粒径的 2.5 倍. 由单压强度变异系数随尺寸变化的结果可以看出:样本尺寸为 50 mm 时,基于不同随机位置的混凝土单压强度变异系数为 0.17,试件尺寸为 80 mm 时,单压强度变异系数为 0.07,尺寸增加到 100 mm 时,变异系数降到 0.04. 以变异系数 0.1 为随机稳定尺度的控制指标,单压强度基于随机样本稳定尺度大于单拉强度的稳定尺寸,约为 80 mm(最大骨料粒径的 4 倍).

综合以上分析,可得出对于粗骨料含量约 40%、粒径为 5~20 mm 的情况下,当试件尺寸达到最大骨料粒径的 4 倍以后,单轴抗拉强度和单轴抗压强度的数值模拟结果均不受随机样本的影响.

(2)单轴荷载下混凝土强度代表体的尺寸确定. 对不同尺寸的抗拉强度和抗压强度数值模拟结果进行误差分析,得出相对误差随尺寸增加的

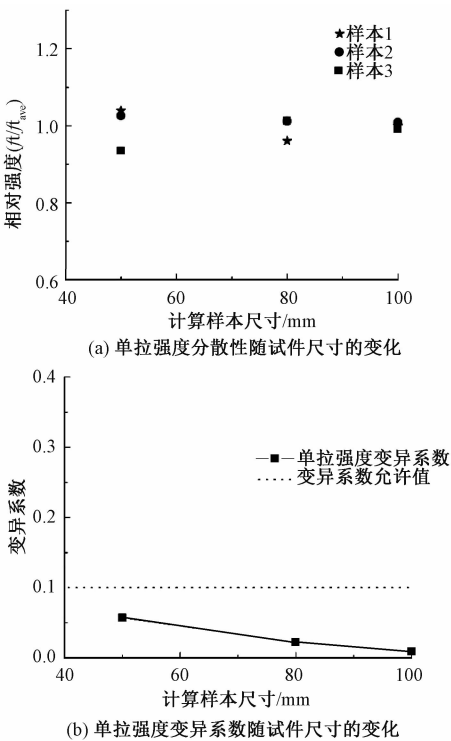


图 4 单轴受拉荷载作用下样本随机误差分析

Fig.4 Random error analysis of samples under uniaxial
tensile loading

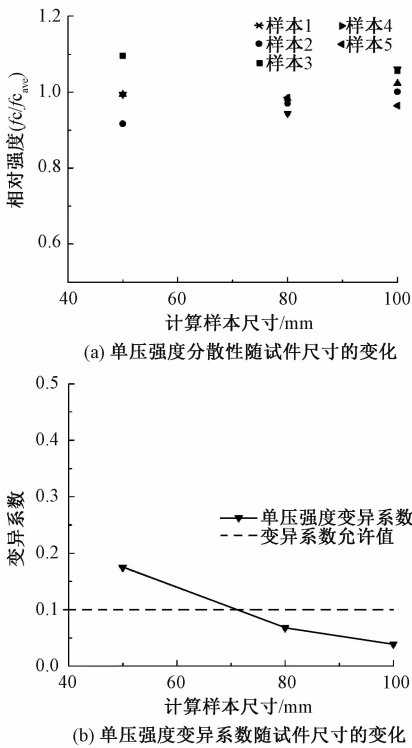


图 5 单轴受压荷载作用下样本随机误差分析

Fig.5 Random error analysis of samples under uniaxial
compressive loading

变化情况如图 6 所示. 由不同尺寸的单拉强度相对误差分析结果可知:当计算样本尺寸达到 100 mm 时,混凝土单拉强度已趋于稳定,随着尺

寸逐渐增加,强度值的波动在 5% 以内,满足精度要求,不同尺寸样本的单拉强度浮动值在 1% 左右. 因此单轴拉伸情况下,混凝土的代表体可取为 100 mm × 100 mm × 100 mm 的试件,试件边长约为最大骨料粒径的 5 倍. 由单压强度的结果可以看出,当试件尺寸达到 125 mm (约最大骨料粒径的 6 ~ 7 倍) 时,与边长 100 mm 试件的单压强度相对误差在 5% 以内,随着样本尺寸的继续增加,强度浮动依旧不大于 5%. 因此,单压强度的代表体可取为 125 mm × 125 mm × 125 mm 的试件,试件边长约为最大骨料粒径的 6.5 倍. 即单轴抗拉强度代表体尺寸约为最大骨料粒径的 5 倍,单轴抗压强度代表体尺寸约为最大骨料粒径的 6.5 倍. 因此,单轴加载下,强度代表体尺寸可取为最大骨料粒径的 6.5 倍.

将混凝土强度代表体结果与文献[17]基于细观结构统计特征的混凝土几何代表体尺寸进行比较,结果见表 4. 由表 4 可以看出,细观结构统计特征和单轴强度基于样本随机性的稳定尺寸相近,为最大骨料粒径的 3 ~ 4 倍;基于骨料分布的几何代表体尺寸与基于单拉强度的代表体尺寸相近. 由几何代表体尺寸和单轴计算强度代表体尺寸对比可以看出,当试件尺寸达到

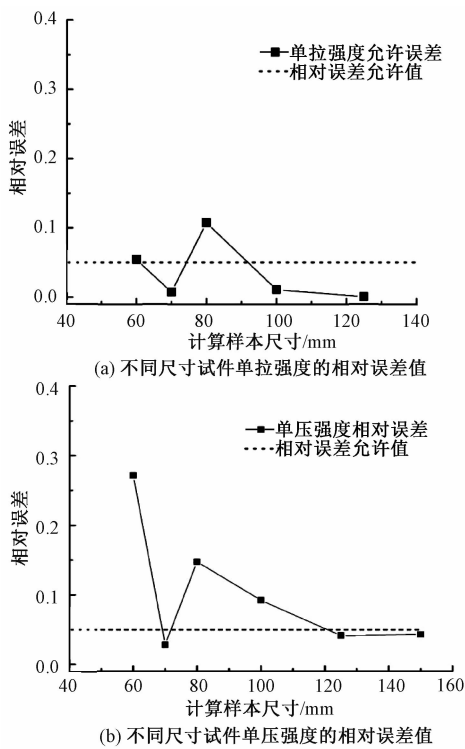


图 6 单轴荷载下混凝土强度计算结果
Fig. 6 Calculation results of concrete strength under uniaxial loading

细观结构均匀性要求时,单轴强度也达到了稳定性的要求.

表 4 混凝土代表体尺寸汇总表
Tab. 4 The summary table of concrete representative body's size

	几何代表体 ^[17]	单轴受拉强度代表体	单轴受压强度代表体
粗骨料粒径/mm	5 ~ 20	5 ~ 20	5 ~ 20
粗骨料体积含量/%	≈ 40	≈ 40	≈ 40
随机样本的稳定尺度	约最大粒径的 3.5 倍	最大粒径的 2.5 倍	最大粒径的 4 倍
骨料分布的稳定尺度	最大粒径的 3 ~ 4 倍	—	—
体积含量的稳定尺度	最大粒径的 7 倍	—	—
强度的稳定尺度	—	最大粒径的 5 倍	最大粒径的 6.5 倍

4 结论

笔者采用细观数值仿真方法,研究了基于细观数值计算的混凝土强度代表体尺寸,得出如下结论.

(1)混凝土所受荷载形式不同,其强度代表体尺寸不同;

(2)在单轴拉伸荷载作用下,混凝土强度代表体尺寸为最大骨料粒径的 5 倍,在单轴压缩荷载作用下混凝土强度代表体尺寸为最大骨料粒径

的 6.5 倍;

(3)强度代表体尺寸与几何代表体尺寸接近.

需要指出的是,混凝土细观结构组成、细观组分性能、加载方式等都对其宏观力学性能有着重要影响,笔者主要采用细观数值仿真技术针对粗骨料粒径为 5 ~ 20 mm 的混凝土单调单轴加载条件下的强度代表体尺寸进行研究,对于其他情况下代表体的尺寸仍需进行系统研究.

参考文献:

- [1] DRUGAN W J, WILLIS J R. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites [J]. *Journal of the mechanics and physics of solids*, 1996, 44(4): 497–524.
- [2] PENSEE V, HE Q C. Generalized self-consistent estimation of the apparent isotropic elastic moduli and minimum representative volume element size of heterogeneous media[J]. *International journal of solids and structures*, 2007, 44(7/8): 2225–2243.
- [3] 据宏昌,陈玲玲,张璇. 估计复合材料有效弹性常数界限的综合方法[J]. *郑州大学学报(工学版)*, 2012, 33(3): 33–35,39.
- [4] 程站起,夏乃凯. 考虑界面影响的钢纤维混凝土细观力学等效性能研究[J]. *郑州大学学报(工学版)*, 2014,35(1): 104–107.
- [5] REN Z Y, ZHENG Q S. A Quantitative study of minimum sizes of representative volume elements of cubic polycrystals; numerical experiments [J]. *Journal of the mechanics and physics of solids*, 2002, 50(4): 881–893.
- [6] STAPLETON S E, APPEL L, SIMON J, et al. Representative volume element for parallel fiber bundles; model and size convergence[J]. *Composites part a applied science & manufacturing*, 2016, 87:170–185.
- [7] XU X F, CHEN X, SHEN L. A Green-function-based multiscale method for uncertainty quantification of finite body random heterogeneous materials [J]. *Computers and structures*, 2009, 87: 1416–1426.
- [8] GITMAN I M, GITMAN M B, ASKES H. Quantification of stochastically stable representative volumes for random heterogeneous materials [J]. *Archive of applied mechanics*, 2006, 75: 79–92.
- [9] STROEVEN M, ASKES H, SLUYS L J. Numerical determination of representative volumes for granular materials[J]. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 2004, 193(30/32): 3221–3238.
- [10] MIRKHALAF S M, PIRES F M A, SIMOES R. Determination of the size of the Representative Volume Element (RVE) for the simulation of heterogeneous polymers at finite strains[J]. *Finite elements in analysis & design*, 2016, 119:30–44.
- [11] SCHNEIDER M. The sequential addition and migration method to generate representative volume elements for the homogenization of short fiber reinforced plastics[J]. *Computational mechanics*, 2017, 59(2):1–17.
- [12] ROMERO P, MASAD E. Relationship between the representative volume element and mechanical properties of asphalt concrete [J]. *Journal of materials in civil engineering*, 2001, 13(1): 77–84.
- [13] GRAHAM S, YANG N. Representative volumes of materials based on microstructural statistics[J]. *Scripta materialia*, 2003, 48: 269–274.
- [14] AL-RAOUSH R, PAPADOPOULOS A. Representative elementary volume analysis of porous media using X-ray computed tomography [J]. *Powder technology*, 2010, 200(1/2): 69–77.
- [15] FÜSSL J, LACKNER R. “Homogenization of strength”-a numerical limit analysis approach [J]. *Computational methods in applied sciences*, 2009, 14: 183–201.
- [16] NGUYEN V P, VALLS D L, STROEVEN M, et al. On the existence of representative volumes for softening quasi-brittle materials-a failure zone averaging scheme [J]. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 2010, 199(45/48): 3028–3038.
- [17] 王娟,李庆斌,卿龙邦,等. 基于细观结构统计特征的混凝土几何代表体尺寸研究[J]. *工程力学*, 2012,29(12): 1–6.
- [18] 王娟,李庆斌,卿龙邦,等. 混凝土单轴抗压强度三维细观数值仿真[J]. *工程力学*, 2014, 31(3): 39–44.
- [19] 李伟政. 二轴拉压应力全组合下砼的强度及变形试验研究[D]. 北京: 清华大学土木水利学院, 1989.
- [20] 杨木秋,林泓. 混凝土单轴受压受拉应力—应变全曲线的试验研究[J]. *水利学报*, 1992(6): 60–66.
- [21] SUN C T, VAIDYA R S. Prediction of composite properties from a representative volume element[J]. *Composites science and technology*, 1996, 56(2): 171–179.
- [22] 党发宁,韩文涛,田威. 混凝土单轴压缩破坏过程的三维细观数值模拟[J]. *西安理工大学学报*, 2006, 22(2): 113–118.

[8] 罗马吉,黄震.二甲醚均质压燃燃烧化学反应动力学机理数值模拟[J].上海交通大学学报,2005,39(8):1266-1271.

[9] 罗马吉,黄震,彭小圣,等.二甲醚 HCCI 燃烧高温反应动力学分析[J].工程热物理学报,2006,27(1):155-158.

[10] PRINCE J C, WILLIAMS F A. A short reaction mechanism for the combustion of DME[J]. Combustion and flame, 2015, 162: 3589-3595.

[11] ZHAO Z W, CHAOS M, KAZAKOV A, et al. Thermal decomposition reaction and a comprehensive kinetic model of dimethyl ether[J]. International journal of chemical kinetics, 2007,40(1):1-18.

Effect of EGR on the Performance in Dimethyl Ether Fueled HCCI Engine

HUANG Jinyao¹, YAN Shilun¹, CHEN Zhaoyang^{1, 2}

(1. School of Automobile, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Combustion performance of DME fueled homogeneous charge compression ignition (HCCI) engine under different exhaust gas recirculation (EGR) rate and different coefficient of excess air (λ) was studied numerically by using the software CHEMKIN. Influences of EGR and λ on the combustion performance of DME HCCI engine were analyzed. The result showed that at a specific λ , the pressure, temperature and the heat release rate decreased with the increase of EGR rate and the high temperature reaction was delayed. With a specific EGR rate, the pressure, temperature and the heat released rate in cylinder decreased with the increase of λ . And the low temperature reaction advanced while the high temperature reaction delayed. It could be recognized that the ignition time of HCCI engine could be controlled by changing the EGR rate or λ .

Key words: dimethyl ether; EGR; HCCI; combustion performance; numerical simulation

(上接第 17 页)

Quantitative Study on the Representative Volume Element Size of Concrete Strength under Uniaxial Loading

WANG Juan¹, WANG Huijuan², XU Yaoqun¹, WU Xiaopeng¹

(1. School of Water Conservancy and Environment Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. Xinlian College of Henan Normal University, Zhengzhou 45000, China)

Abstract: Based on meso-numerical simulation technology, a new method was developed for the determination of the RVE (representative volume element) size of concrete. The uniaxial tensile and compressive strength of concrete specimens with various RVE size were calculated by means of the interfacial spring element model. Then the RVE size was determined quantitatively by analyzing the discreteness of concrete strength and the increase trend of concrete strength. Results showed that the RVE size for concrete uniaxial tensile and compressive strength were 5 times and 6.5 times of maximum aggregate diameter of concrete respectively, which were close to the RVE sizes for concrete micro-structure. This study could enrich the numerical methods for strength analysis of concrete and lay a foundation for multi-scale analysis of concrete.

Key words: concrete; representative volume element; strength; meso-scale; quantitative study