

# 混合公比变速系统的基本规律

机械系 王宝兴等

## 提 要

本文分析讨论了混合公比变速系统的基本规律,指出了混合公比与单公比的内在联系,并把形成对称型混合公比和非对称型混合公比的演变方法统一起来。文章对混合公比的几个参数的特性进行了分析讨论,并把有关参数的相互关系用数学公式表达出来,从而可以根据原始设计要求,用公式计算出有关参数的数值,进而画出结构网。文章还讨论了当变速级数较多时所出现的问题及解决办法,给出了公式来检验原始设计方案能否实现,并举例说明混合公比变速系统的拟定方法。

某些通用性较广的机床,因为要照顾到各种加工要求,所以变速范围较大,但各级转速使用的机率并不相同。例如,普通车床的最低转速主要用于精车丝杠,立车的最低转速往往是在安装工件时作调整用。在这种情况下,可以把不常用的这部分转速的公比取大些。这样在主轴的全部转速范围中,就出现了公比不同的等比数列,这就是混合公比变速系统。在机床中用得较多的大公比 $\varphi_{大}$ 与小公比 $\varphi_{小}$ 的关系为: $\varphi_{大} = \varphi_{小}^2$ 。本文只讨论这类双公比的混合公比变速系统的基本规律及其拟定方法。

当前混合公比在摇臂钻床、普通车床等机床中用得越来越多,但在科技资料中,对混合公比变速系统的基本规律以及拟定混合公比变速系统的基本方法,讨论得还不够多。本文的主要目的是想探讨一下混合公比变速系统的基本规律、找出各参数之间的关系及其表达公式、并给出拟定这类混合公比变速系统的基本方法。

## 一、混合公比变速系统的一些特性

### 1. 混合公比与单公比结构网的内在联系

图1 a、b、c分别是单公比、非对称型和对称型混合公比结构网的一个例子。为了说明三者的内在联系,图b和c没有按习惯的对称画法。由图可以看出,这类混合公比可以视为是在大公比的单公比结构网的基础上演变而来的,即将图a中的虚射线右端点向下摆动 $(m+0.5)$ 个大公比间隔的结果,而 $m=0, 1, 2, \dots$ 等。例如图b和c分别是下摆 $(1+0.5)$ 和 $(4+0.5)$ 个大公比间隔而形成的混合公比结构网。显然所取

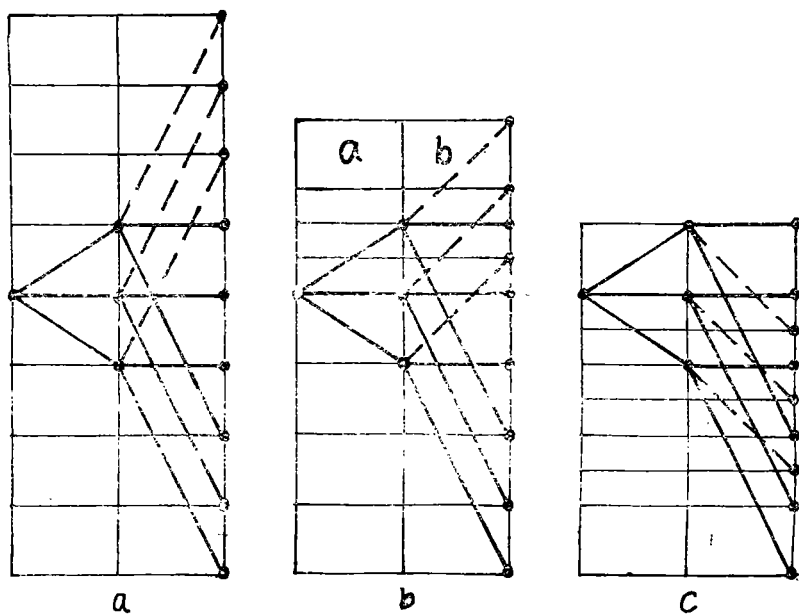


图 1

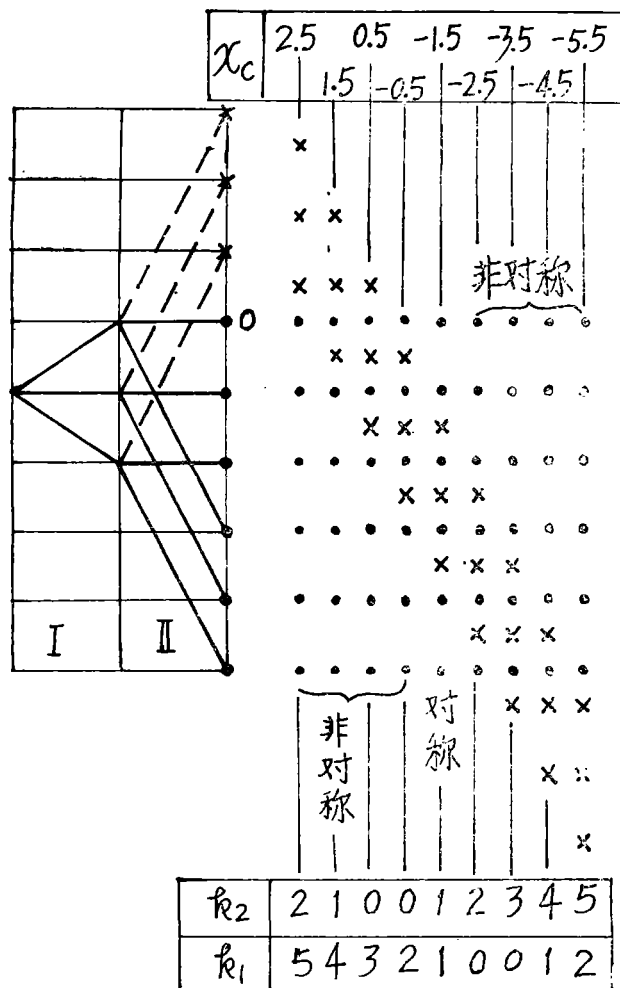


图 1 d

$m$ 值不同, 则最后轴所获得的混合公比转速数列的分布情况就不同。图1d右部表示依次取 $m = 0, 1, 2, 3 \dots$ , 时, 最后轴上的转速分布情况; 符号“ $\cdot$ ”表示不动的实射线右端点的位置, 符号“ $\times$ ”为摆动的虚射线右端点下摆后的位置。

这类混合公比结构网的形成, 也可以视为是在图b和c中实线所示的单公比结构网的基础上增加虚射线而形成的。为了叙述方便, 我们称这种摆动的或增加的虚射线所代表的传动付为“演变付”, 不动的实射线所代表的传动付为“基准付”, 并将这个变速组称为“演变组”。

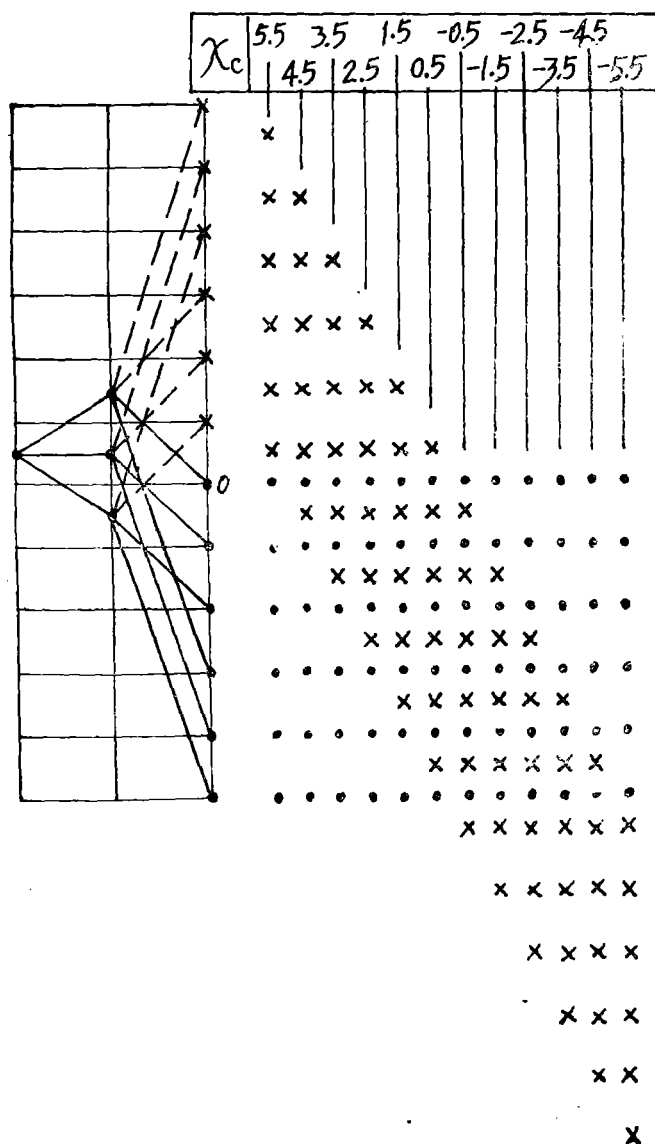


图2

在上述混合公比演变方法的分析中,演变付对基准付的摆动是相对的。所以在图1d中,如取虚射线为基准付,而实射线为演变付,并使后者向上摆动,所得九种转速分布也是完全一样的。又如在同图中,如取演变组中向下斜的一条射线为演变付,并使其向上摆动;或取向上斜及水平的两条射线为演变付,并使其向下摆动,也可分别得到同样的九种转速分布。因此,如设基准付数为 $P_1$ ,演变付数为 $P_2$ ,则不管 $P_1 > P_2$ 或 $P_1 < P_2$ ,也不管 $P_2$ 从上向下摆动或从下向上摆动,所分别得到的一组结构网都是一样的。根据这些特性,我们在下面讨论混合公比的规律时,都按照 $P_1 \geq P_2$ 来考虑。

## 2. 混合公比结构网

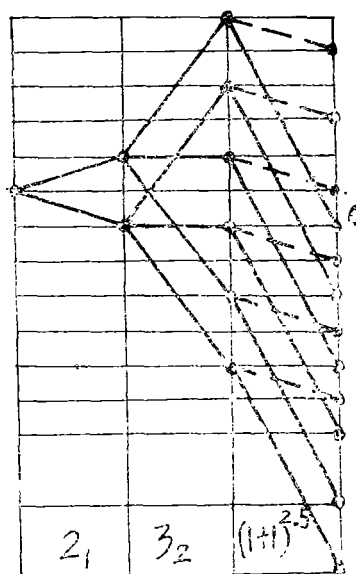


图 3

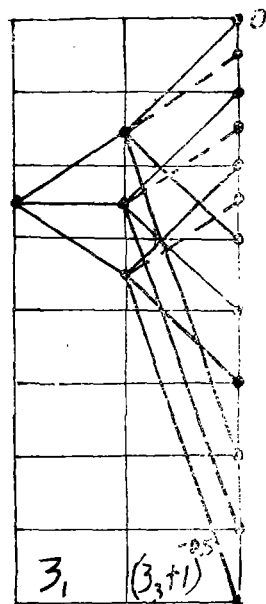


图 4

图2和图3的结构网是取演变组的基准付数 $P_1$ 和演变付数 $P_2$ 相等的混合公比结构网(因而演变组总付数 $P = P_1 + P_2$ 是偶数,变速级数 $Z$ 也为偶数),由于 $P_1$ 与 $P_2$ 的射线具有对称性,所以演变出来的混合公比变速系统也总是对称型的,即低速区的大公比间隔数 $K_1$ 与高速区的大公比间隔数 $K_2$ 是相等的。当演变到 $K_1 = K_2 = 0$ 时,则变为以小公比为基础的单公比结构网(见图2中 $X_c = \pm 0.5$ 时; $X_c$ 的意义见后)。

在图1和图4中,演变组的基准付数 $P_1$ 与演变付数 $P_2$ 不相等,则所得到的混合公比一般都是非对称型的,即低速区和高速区大公比间隔数 $K_1 \neq K_2$ 。但在图1中,除了可得到若干个非对称型混合公比结构网方案之外,还能得到一个对称型混合公比的结构网方案。这是一种特例。它的附加条件是: $Z$ 与 $P$ 均为奇数。这种对称型混合公比结构网两端的大公比间隔数 $K_1 = K_2 = [Z_0(P_1 - P_2) - 1] \div 2$ 。 $Z_0 = \frac{Z}{P}$ 。

图4~6给出选用不同的 $P$ 值,且 $P_1 \neq P_2$ 时所获得的非对称型混合公比结构网。

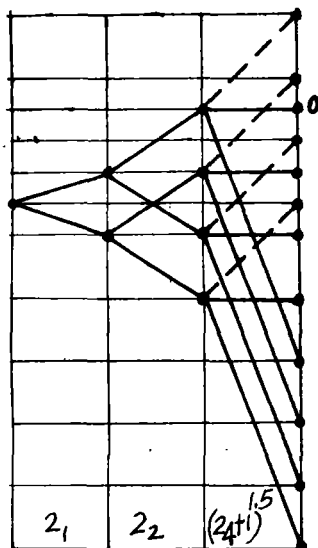


图 5

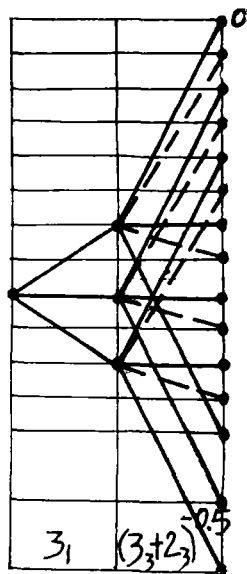


图 6

由上述这些图例可以看出，基准付数  $P_1$  和演变付数  $P_2$  都可以选为不只一对传动付（如图 2 和图 6）。当  $Z$  和  $P$  值一定时，选取不同的  $P_1$  和  $P_2$  值，则所得到的混合公比结构网方案也就不同。例如在图 2 和图 4 中都是  $P = 4$ ，但前者取  $P_1 = P_2 = 2$ ，而后者取  $P_1 = 3$ 、 $P_2 = 1$ ，前者演变出对称型混合公比结构网，而后者演变出非对称型混合公比结构网。

### 3. 混合公比的级比关系及结构式

为了便于分析混合公比各参数间的数学关系，我们规定基准付在结构网中最上面一条射线的终端为“原点”，以“O”表示（见图 1 d 及图 2 等），演变付最上面一条射线的终端距原点“O”的大公比间隔数称为“演变指数”，用“ $X_c$ ”表示， $X_c = \pm 0.5, \pm 1.5, \pm 2.5, \dots$ ；演变付最上面一条射线的终端在原点以上者取“+”值，在原点以下者取“-”值。

在机床设计中常采用“结构式”来概括结构网的变速级数、变速组数、各变速组的传动付数及其级比关系等。例如， $30 = 2_1 \cdot 5_6 \cdot 3_2$  是总变速级数  $Z = 30$  的一种单公比结构网的例子，式中也表明了变速组的数目、各变速组的传动付数及其级比关系\*。对于混合公比结构网的数学关系，我们也采用类似的结构式来表示，例如：

$$30 = 2_1 \cdot (3_6 + 2_6)^{2.5} \cdot 3_2$$

结构式中，括号内代表演变组，其第一项数字表示基准付数  $P_1 (= 3)$  及其级比指数  $(= 6)$ ，第二项数字表示演变付数  $P_2 (= 2)$  及其级比指数  $(= 6)$ ，括号右上方

\* 因为结构式是大家熟悉的，因此这里不用繁琐的代号来表示，只用一个具体的数字例子来说明其数学关系。

的数字表示演变指数  $X_c (=2.5)$ 。

既然混合公比是由单公比演变而来的,所以基准付和演变付自身的各对传动付的级比关系应符合单公比的级比规律,因而基准付的级比指数与演变付的级比指数也应符合单公比的级比规律,并应当是相同的。在上例的混合公比结构式中也表明了这种关系。

#### 4. 演变组在结构网中的位置

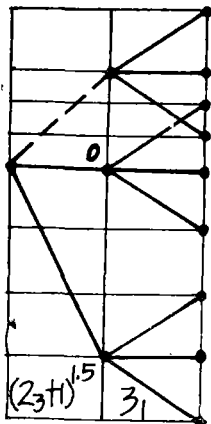


图 7

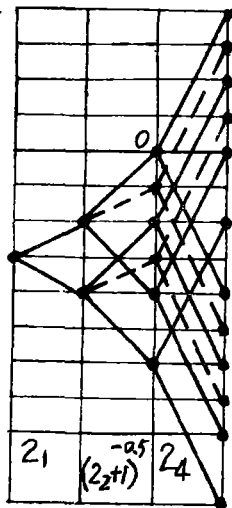


图 8

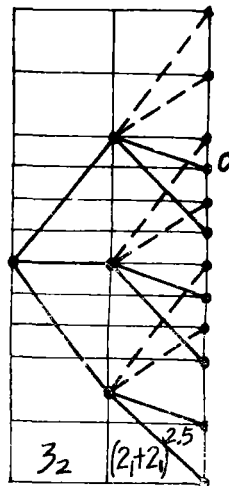


图 9

在单公比结构网中,某一变速组在传动顺序上是可以任意放置的。同样在混合公比结构网中,演变组作为一个变速组,当然其在传动顺序上的位置也是可以任意放置的,而不会影响最后的转速数列分布,对比图 1 b 和图 7 便可说明这一点。

从扩大顺序考虑,非对称型混合公比的演变组均应放在最后扩大组。否则,按正常的级比规律的条件下,转速数列的中间区域就会出现大公比,如图 8 所示。

对于  $P_1 = P_2$  这类对称型混合公比,当  $P_1 = P_2 \geq 2$  时,演变组可以放在任意变速组。例如图 9 是将演变组放在基本组,并取  $X_c = 2.5$ ,其结构式为:  $12 = 3_2 \cdot (2_1 + 2_4)^{2.5}$ ,所得的转速分布是和图 2 中  $X_c = 2.5$  时是一样的,但后者的结构式为:  $12 = 3_1 (2_3 + 2_3)^{2.5}$ 。这类对称型混合公比的级比规律也和单公比的级比规律一样,按扩大顺序而言,后一个变速组的级比指数是前一个变速组的付数及其级比指数的乘积,但在演变组中只取基准付的付数  $P_1$  及其级比指数的乘积为其后一个扩大组的级比指数。例如在图 9 和图 2 中  $x_c = 2.5$  方案的基础上再增加一个双速扩大组,则可得结构式分别为:  $24 = 3_2 \cdot (2_1 + 2_1)^{2.5} \cdot 2_6$  和  $24 = 3_1 \cdot (2_3 + 2_3)^{2.5} \cdot 2_6$ 。

$P_1 = P_2 = 1$  时,基准付(或演变付),本身只有一对传动付,不存在级比指数关系,不能参与级比规律的变化,而其它所有变速组的级比均按单公比结构网的规律而变化,所以习惯上将此演变组视为最后扩大组。

在  $Z$  与  $P$  均为奇数的对称型混合公比中(如图 1 c),演变组不能放在基本组,演变组以后的第一次扩大组的级比指数为基准付数及其级比指数的乘积与演变指数  $X_c$  的代

数和。而更后扩大组的级比指数则仍可按单公比级比规律计算。为了说明这个问题,设在图 1 c 的基础上再二次增加双速扩大组,其结构式为:  $36 = 3_1 \cdot (2_3 + 1)^{-1.5} \cdot 2_{4.5} \cdot 2_6$ , 其中第一次增加的双速扩大组的级比指数为:  $2 \times 3 + (-1.5) = 4.5$ , 第二次增加的双速扩大组的级比指数为:  $4.5 \times 2 = 9$

## 二、混合公比变速系统的拟定

混合公比变速系统的总变速范围  $R_n$ 、级数  $Z$ 、公比  $\varphi$  大和  $\varphi$  小、大公比间隔数  $K_1$  和  $K_2$ 、演变指数  $X$ 、演变组的总付数  $P$  及其  $P_1$  和  $P_2$  等参数是互相制约的,不能任意选取。下面我们先分析这些参数之间的一些数学关系,然后再举例说明混合公比变速系统的拟定方法。

### 1. $(K_1 + K_2)$ 的最大值

由图 2 和图 1 d 的对称型和非对称型混合公比结构网的演变情况,不难看出  $(K_1 + K_2)$  的最大值为:

$$(K_1 + K_2)_{\max} = Z - 2 \quad (1)$$

由式 (1) 可见,  $(K_1 + K_2)$  的最大值只与变速级数  $Z$  有关。

### 2. $(k_1 + k_2)$ 的最小值

在对称型混合公比结构网中,  $k_1 = k_2$ , 当  $k_1 = k_2 = 0$  时,变为以小公比为基础的 单公比结构网 (见图 2)。当  $k_1 = k_2 = 1$  时,出现  $(k_1 + k_2)$  的最小值,即:

$$(k_1 + k_2)_{\min} = 2$$

在非对称型混合公比结构网中,因本文规定  $P_1 > P_2$ , 所以  $(k_1 + k_2)$  的最小值发生在演变付  $P_2$  全部插入基准付  $P_1$  内部时,其数值为:

$$(k_1 + k_2)_{\min} = (P_1 - P_2) Z_0 - 1 \quad (2)$$

### 3. $P_1$ 及 $P_2$ 的合理分配

由式 (2) 可以看出,当  $Z$  和  $P$  值一定时,由于  $P_1$  和  $P_2$  值的分配不同,则  $(k_1 + k_2)_{\min}$  值是不同的,并且  $P_1$  与  $P_2$  之差愈小,则  $(k_1 + k_2)_{\min}$  值也愈小,而这一点对于实际设计中往往需要较少的大公比间隔数来说是很重要的。又因为当  $Z$  值一定时,  $(k_1 + k_2)_{\max}$  值是固定的,所以当  $P_1$  与  $P_2$  之差愈小,则  $(k_1 + k_2)$  的变化范围就愈大,可以演变出较多的有用方案。因此在分配  $P_1$  和  $P_2$  之值时,应尽量使二者接近。

### 4. $(k_1 + k_2)$ 的变化规律

$(k_1 + k_2)$  不是一个任意值,它有一定的变化规律。在对称型混合公比中,如令  $k_1 = k_2 = t$ , 则  $(k_1 + k_2)$  的变化规律可表示为:  $(k_1 + k_2) = 2t$ 。而  $t = 1, 2, 3, \dots$ , 等,  $t$  的最大值为  $t_{\max} = P_2 \cdot Z_0 - 1$ 。

非对称型混合公比的情况较为复杂,设  $(k_1 + k_2)_{\min} = M$ , 则  $(k_1 + k_2)$  的变化规律可概括为:  $M, [(M + 1 + t) + t]$ ; 而  $t = 0, 1, 2, 3, \dots$ , 等,  $t$  的最大值也是  $t_{\max} = P_2 \cdot Z_0 - 1$ 。

附表 1 给出了非对称型混合公比结构网在不同的  $Z$ ,  $P_1$  及  $P_2$  值时,  $(k_1 + k_2)$  的变化范围。

表中  $(k_1 + k_2)$  一栏中,第一组 (M 列) 的数值系根据式 (2) 求得的  $(k_1 + k_2)$

$\min$ 值,如前所述,这个最小值 $M$ 是发生在演变付 $P_2$ 全部插入基准付 $P_1$ 区内的情况,所以这个 $M$ 值可任意分配为 $k_1$ 和 $k_2$ 二个值。例如,表中 $Z=12$ , $P_1+P_2=2+1$ 时,其 $M=3$ ,此值可分配为 $(k_1, k_2) = (0, 3), (3, 0), (1, 2), (2, 1)$ 等四种方案。

表中 $(k_1+k_2)$ 一栏中的第二组 $[(M+1+t), t]$ 列的数值是发生在 $P_2$ 射线部分或全部超出 $P_1$ 射线区的情况,这时只能分配为: $k_1 = (M+1+t)$ ,  $k_2 = t$ ,或反之: $k_1 = t$ ,  $k_2 = (M+1+t)$ 。仍以 $Z=12$ ,  $P_1+P_2=2+1$ 为例,因 $t_{\max}=3$ ,即 $t=0, 1, 2, 3$ ,所以可分配为: $(k_1, k_2) = (4, 0), (0, 4), (5, 1), (1, 5), (6, 2), (2, 6), (7, 3), (3, 7)$ 等8种组合方案。

#### 5. 演变指数 $X_c$ 的变化范围及结构网方案数

改变 $X_c$ 的数值,可得到不同的混合公比结构网,但 $X_c$ 是有一定的变化范围的(见图2),其表达式为:

$$-(Z_0 P_1 - 0.5) \leq X_c \leq Z_0 \cdot P_2 - 0.5 \quad (3)$$

所以 $X_c$ 的最大值为:

$$X_{c\max} = Z_0 \cdot P_2 - 0.5 \quad (4)$$

$X_c$ 的最小值为:

$$X_{c\min} = -(Z_0 \cdot P_1 - 0.5) \quad (5)$$

对于对称型混合公比,因 $P_1=P_2$ ,所以 $|X_{c\max}| = |X_{c\min}|$ ,而且在 $X_c$ 取“+”值和取“-”值时,所得到的结构网方案一一对应。所以本文在随后的讨论中,对于对称型混合公比的 $X_c$ 值均取“-”值。

由式(3)可求出 $X_c$ 的变化范围,例如在图1d所示的非对称型混合公比中, $X_c$ 的数值由2.5变到-5.5,共有九个值,恰与变速级数相等;又因演变组在传动顺序上可任意放置,所以结构网方案总数等于变速级数 $Z$ 与变速组数的乘积。对于对称型混合公比,因 $X_c$ 均取“-”值,所以结构网方案数较少,其数值为 $t_{\max}$ 与变速组数之乘积。

#### 6. 演变指数 $X_c$ 的计算

对于非对称型混合公比,当 $(k_1+k_2) > M$  [ $M = (k_1+k_2)_{\min}$ ],且 $k_1 > k_2$ 时,可用下式计算 $X_c$ :

$$X_c = k_2 + 0.5 \quad (6a)$$

当 $(k_1+k_2) = M$ ,或当 $(k_1+k_2) > M$ 且 $k_1 < k_2$ 时,以及 $P_1=P_2$ 类对称型混合公比,均可用下式计算 $X_c$ :

$$X_c = -(k_2 + 0.5) \quad (6b)$$

#### 7. $R_n$ 、 $\Phi$ 、 $Z$ 、及 $(k_1+k_2)$ 之间的关系

$$R_n = \Phi_{\text{大}} \frac{Z + \frac{(k_1+k_2)}{2} - 1}{2} = \Phi_{\text{小}} \frac{Z + (k_1+k_2) - 1}{2} \quad (7)$$

上式中有四个参数 $[(k_1+k_2)$ 作为一个参数],当已知其中三个参数时,即可求出另一参数。

#### 8. 混合公比变速系统的拟定步骤



下面举例说明混合公比变速系统的拟定步骤。

例1. 要求拟定  $Z = 12$ ,  $k_1 = k_2 = 3$  的对称型混合公比变速系统。

第一方案:

- 1) 根据给定的  $Z$ 、 $k_1$ 、 $k_2$  值, 选取  $P = 2$ ,  $P_1 = P_2 = 1$ ;
- 2) 根据式 (6b) 确定  $X_c$  值, 得  $X_c = -(k_2 + 0.5) = -3.5$ ;
- 3) 选取较佳的结构式方案, 例如选:  $12 = 2_1 \cdot 3_2 \cdot (1 + 1)^{-3.5}$ ;
- 4) 根据结构式画出结构网, 如图10所示。

在本文中, 演变组中的射线没按习惯的对称画法, 而是先将基准付按对称形式画出来, 如基准付只有一条射线时, 可画为水平线, 然后根据  $X_c$  值用虚线画出演变付的射线。

第二方案:

- 1) 选取  $P = 4$ ,  $P_1 = P_2 = 2$ ;
- 2) 根据式 (6b) 得  $X_c = -3.5$ ;
- 3) 写出选定的结构式:  $12 = 3_1 \cdot (2_3 + 2_3)^{-3.5}$ ;
- 4) 画出结构网, 如图11所示。

例2. 要求拟定  $Z = 12$ ,  $k_1 = 2$ ,  $k_2 = 1$  的非对称型混合公比变速系统。

- 1) 由附表 1 可选  $P_1 + P_2 = 2 + 1$ ,  $M = k_1 + k_2 = 3$ ;
- 2) 用式 (6b) 求得:  $X_c = -(k_2 + 0.5) = -1.5$ ;
- 3) 选用结构式为:  $12 = 2_1 \cdot 2_2 \cdot (2_4 + 1)^{-1.5}$ ;
- 4) 画出结构网, 如图12所示。

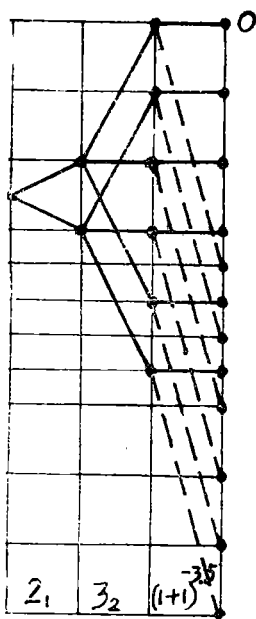


图10

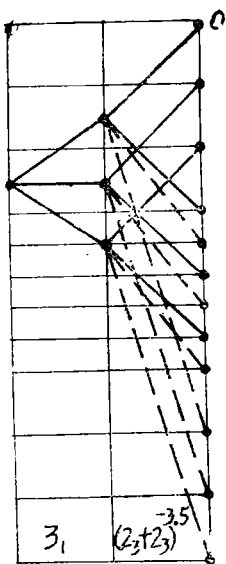


图11

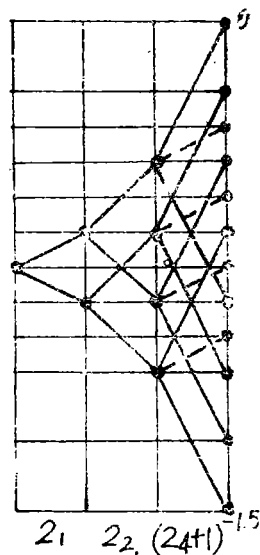


图12

### 三、一些特殊情况的处理办法

如前所述, 对称型混合公比的  $k_1 = k_2 = t$ , 在  $t_{\max}$  的范围内总是可以获得所需要的  $k_1 = k_2$  的变速系统。但在非对称型混合公比变速系统中, 当变速级数  $Z$  和演变付数  $P = P_1 + P_2$  确定后, 由附表 1 可以看出, 其  $k_1$  与  $k_2$  的组合方案也随之而定, 这些方案并不总是能够满足设计所要求的  $Z$ 、 $k_1$  与  $k_2$  值的; 特别是当变速级数较大时,  $[k_1 + k_2]_{\min} = M$  也随之增大, 但实际设计中又往往要求较少的大公比间隔数, 这些情况都是采用前述正常的演变方法无法实现的。因此, 需要讨论几种其他的解决办法。

#### 1. 速度重迭法

这种方法是先采用前述的一般方法, 拟出非对称型的或  $P_1 = P_2 \geq 2$  的对称型的混合公比结构网方案, 然后再把演变组中的某些基准付或演变付的级比指数缩小, 使之重复一些速度, 以改变 (增大或缩小) 大公比间隔数, 从而获得设计所要求的  $Z$ 、 $k_1$  和  $k_2$  值。

为使重复速度后, 实际得到的  $Z$ 、 $k_1$  及  $k_2$  值能符合设计要求; 所以在选取用作重复速度的基础结构网方案时, 不仅应选取一个比要求的  $Z$  值较大的  $[Z]$  值 ( $[Z]$  应符合  $Z = 2^a \cdot 3^b \cdot P$  的关系或附表 1 中可查到的数值), 而且还应合理分配  $[k_1]$  和  $[k_2]$  值\*。

原始设计要求是否能够实现, 可用下式判断:

$$[Z] - Z = |[k_1] - k_1| + |[k_2] - k_2| + 2n \dots\dots\dots (8)$$

式中  $n = 0, 1, 2, \dots\dots$ , 及  $k_x + 0.5, k_x + 1.5, \dots\dots$ 。而  $k_x$  为  $k_1$  和  $k_2$  中较小者。

上式中等号左边表示重复速度数  $Z_{\text{重}} = [Z] - Z$ , 等号右边则表示应缩小基准付还是缩小演变付, 并给出缩小的数值。当绝对值号 “| |” 内为 “+” 值时, 则应缩小形成  $[k_1]$  或  $[k_2]$  的传动付 (基准付或演变付) 本身的级比指数, 其数值就是应缩小的数值, 从而可减少  $[k_1]$  或  $[k_2]$ ; 如绝对值号内为负值时, 则应缩小非形成  $[k_1]$  或  $[k_2]$  的传动付的级比指数 (即  $[k_1]$  或  $[k_2]$  如由基准付形成时, 则应缩小演变付的级比指数, 或反之), 其绝对值就是应缩小的数值, 这样就增大了  $[k_1]$  或  $[k_2]$  的数值;  $n$  值表示应对基准付和演变付同时缩小的级比指数的数值, 这时只减少变速级数而不改变大公比间隔数。

由于在大多数情况下要求减少  $[k_1]$  或  $[k_2]$  值, 所以在确定  $[k_1]$  和  $[k_2]$  值时, 一般应使  $[k_1] \geq k_1$ ,  $[k_2] \geq k_2$ , 即应使式 (8) 的绝对值号内为 “+” 值或零。对于非对称型混合公比, 当  $P_2 = 1$  时, 应使由  $P_2$  形成的  $[k_1]$  或  $[k_2]$  等于要求的  $k_1$  或  $k_2$  值。

根据式 (8) 所表示的缩小量, 可分别算出基准付和演变付的级比指数总缩小量  $y_{\text{基}}$  和  $y_{\text{演}}$ , 然后再由基准付和演变付中的最大与最小速比间的总级比指数分别减去  $y_{\text{基}}$  和  $y_{\text{演}}$ , 就得到缩小后的总级比指数, 用  $X_{s_{\text{基}}}$  和  $X_{s_{\text{演}}}$  表示, 则:

$$X_{s_{\text{基}}} = (P_1 - 1) \cdot [X_0] - y_{\text{基}} \dots\dots\dots (9a)$$

\* 为避免符号乱淆, 将基础结构网的有关参数用方括号 “[ ]” 括起来。

$$X_{s\text{演}} = (P_2 - 1) \cdot [X_0] - y_{\text{演}} \dots\dots\dots (9b)$$

式中  $[X_0]$  为基准付或演变付的级比指数,  $[X_0] = [Z] \div P$ 。

求出  $X_{s\text{基}}$  和  $X_{s\text{演}}$  之后, 各相邻传动付间的级比指数, 可在不超出  $[X_0]$  的条件下任意分配, 而演变指数  $X_c$  仍可用式 (6a) 或 (6b) 计算。当  $(k_1 + k_2) < M$  时, 也仍用式 (6b) 计算  $X_c$ 。

下面举例说明拟定方法:

例 1. 要求拟定  $Z = 21$ ,  $k_1 = 2$ ,  $k_2 = 0$  的非对称型混合公比变速系统。

1) 选取  $[Z] = 24$ ,  $P_1 = P_2 = 2$ ,  $[k_1] = [k_2] = 2$  的对称型混合公比结构网为基础结构网, 由式 (8) 得:

$$24 - 21 = |2 - 2| + |2 - 0| + 2n, \text{ 所以 } n = 0.5;$$

2) 因  $k_x = k_2 = 0$ , 所以  $k_x + 0.5 = 0.5 = n$ , 表明方案可以实现。因为本文中对称型混合公比的演变指数  $x_c$  均取 “-” 值, 所以  $[k_1]$  由演变付形成,  $[k_2]$  由基准付形成, 本例中  $[k_1] - k_1 = 0$ ,  $[k_2] - k_2 = 2$ , 再考虑到  $n$  值为 0.5, 所以基准付和演变付的总缩小量分别为:  $y_{\text{基}} = 2 + 0.5 = 2.5$ ,  $y_{\text{演}} = 0 + 0.5 = 0.5$ , 由式 (9a) 和 (9b) 可得: ]

$$X_{s\text{基}} = (2 - 1) \cdot 6 - 2.5 = 3.5,$$

$$X_{s\text{演}} = (2 - 1) \cdot 6 - 0.5 = 5.5;$$

$$\begin{aligned} 3) \text{ 由式 (6b) 得: } X_c &= -(k_2 + 0.5) \\ &= -0.5; \end{aligned}$$

4) 结构式选为:

$$21 = 3_1 \cdot 2_2 \cdot (2_{3.5} + 2_{5.5})^{-0.5} - Z_{\text{重}},$$

结构网如图 13 所示。

例 2. 要求拟定  $Z = 21$ ,  $k_1 = 3$ ,  $k_2 = 1$  的非对称型混合公比变速系统。

1) 从附表 1 中选  $[Z] = 24$ ,  $P_1 + P_2 = 2 + 1$ , 并将  $M = 7$  分配为  $[k_1] = 6$ ,  $[k_2] = 1$  (也可分配为  $[k_1, k_2] = [5, 2]$ ,  $[4, 3]$ ,  $[3, 4]$ );

2) 由式 (8) 得:

$$24 - 21 = |6 - 3| + |1 - 1| + 2n, \text{ 所以 } n = 0;$$

3) 因  $[k_1]$  和  $[k_2]$  均由基准付形成, 且  $[k_1] - k_1 = 3$ ,  $[k_2] - k_2 = 0$ , 所以基准付的总缩小量为:  $y_{\text{基}} = 3$ , 由式 (9a) 可得:  $X_{s\text{基}} = (2 - 1) \cdot 8 - 3 = 5$ ;

4) 因  $(k_1 + k_2) < M$ , 故用式 (6b) 得  $X_c = -(k_1 + 0.5) = -1.5$ ;

5) 结构式选为:  $21 = 2_1 \cdot 2_2 \cdot 2_4 \cdot (2_5 + 1)^{-1.5} - Z_{\text{重}}$ , 结构网如图 14 所示。

## 2. 增加变速组法

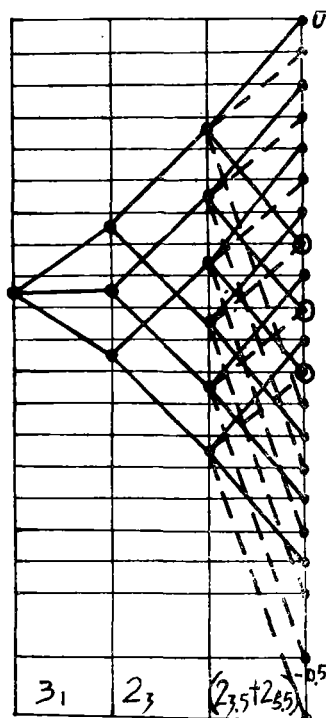


图 13

这种方法是在非对称型混合公比结构网的基础上, 再增加一个或二个变速组\*, 从而可在变速级数较多的情况下, 获得  $(k_1 + k_2)$  较小的方案。增加变速组以后, 演变组在整个结构网中就不再是最后扩大组, 如仍按正常的级比规律选取新增变速组的级比指数时, 在转速数列的中间区域就会出现大公比, 如图15所示。为了解决这个问题, 需适当缩小新增变速组的级比指数, 使之重复一些速度, 以消除中间区域的大公比, 如图16所示。

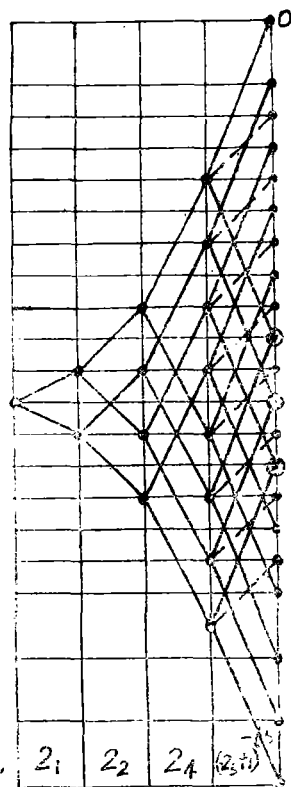


图14

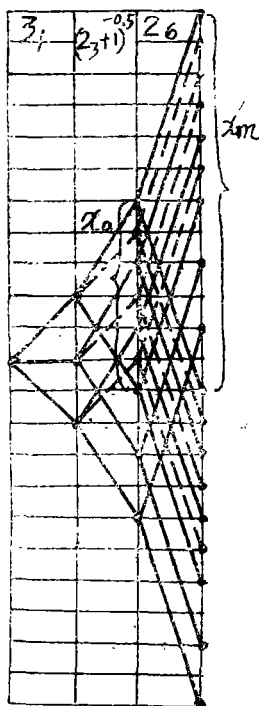


图15

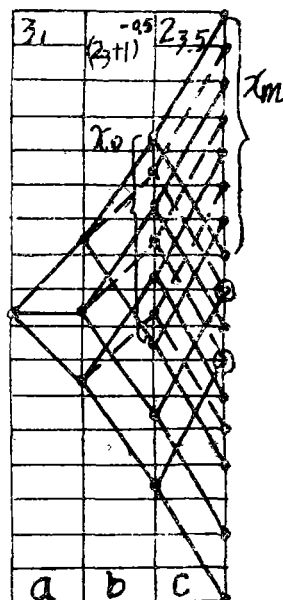


图16

设增加变速组之前的变速级数为  $[Z]$ , 第一次和第二次增加的传动付数分别为  $P_m$  和  $P_n$ , 显然所选取的  $P_m \cdot P_n \cdot [Z]$  的乘积应大于设计要求的变速级数  $Z$ 。由于在一般情况下, 重复速度后仍保持  $[k_1] = k_1$ ,  $[k_2] = k_2$ , 所以  $[Z]$  值的选择一般应使其大公比间隔数可分配成  $[k_1] = k_1$ ,  $[k_2] = k_2$ 。

设  $[k_1] = k_1$ ,  $[k_2] = k_2$  中的较小者和较大者分别用  $[k_x] = k_x$  和  $[k_d] = k_d$  表示, 则第一次增加变速组的级比指数  $x_m$  可用下式计算:

$$x_m = \frac{[Z] - [k_d - k_x]}{2} \dots\dots\dots (10)$$

\* 可增加更多的变速组, 但这时重复的速度也随之增多, 在实际设计中很少需要, 故不作讨论。

如按上式计算所得的 $x_m < k_d$ ，且又不是整数时，则是一种特殊情况，这时只有 $P_m$ 为奇数才能在增加变速组后保持 $k_x = [k_x]$ ， $k_d = [k_d]$ ；如 $P_m$ 为偶数，则所获得的 $k_d = (x_m - 0.5) < [k_d]$ ，且这种情况的各相邻传动付间的级比指数并不均等，而是交替变化的。这种情况只是在 $(P_1 - P_2) > 1$ 及 $[k_x]$ 和 $[k_d]$ 之差较大且均由基准付形成时才出现的为数不多的情况，并且增加变速组之后，重复速变一般都较多，可供实际采用的方案为数就更少，所以本文不再专门讨论这种情况。

下面我们只讨论 $x_m \geq [k_d]$ ，或者虽然 $x_m < [k_d]$ 但为整数的情况。这种情况下，第一次增加变速组的级比指数 $x_m$ 用式(10)计算，第二次增加变速组的级比指数为：

$$x_n = P_m \cdot x_m \dots\dots\dots (11)$$

有关参数必须满足下式关系，方案才能实现。

$$Z = P_m \cdot P_n \cdot [Z] - (P_m \cdot P_n - 1) [k_d - k_x] - 2n \dots\dots\dots (12)$$

式中 $n$ 的意义与式(8)中的 $n$ 相同，该值只在最后变速组中采用，即当增加二个变速组时，只在第二次增加的变速组中采用。当增加一个变速组时，应取 $P_n = 1$ 。

下面举例说明拟定方法

例1、要求拟定 $Z = 21$ ， $k_1 = 3$ ， $k_2 = 0$ 的非对称型混合公比变速系统。

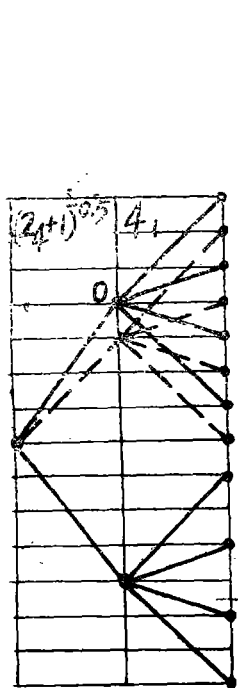


图17

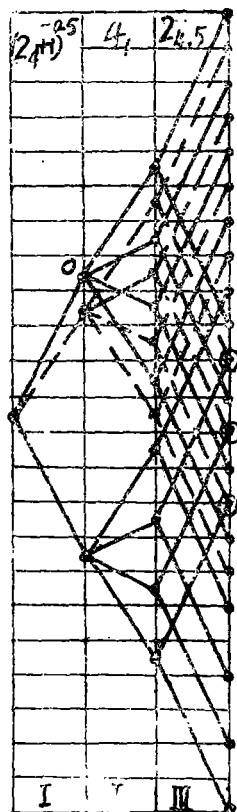


图18

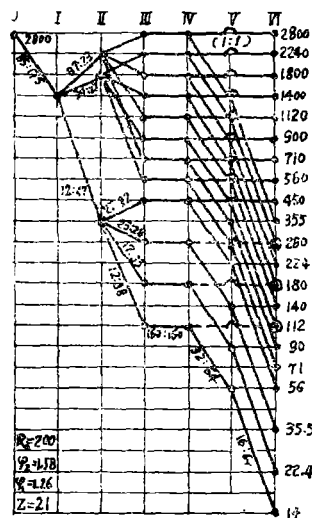


图19

1) 由附表1选 $[Z]=12$ ,  $P_1+P_2=2+1$ ,  $M=3$ , 将其分配为:  $[k_1]=3$ ,  $[k_2]=0$ , 并取 $P_m=2$ 。将有关参数代入式(12)得:

$21=2 \cdot 1 \cdot 12 - (2-1)(3-0) - 2n$ , 所以 $n=0$ , 故方案可以实现。

2) 作12级混合公比结构网, 使 $[k_1]=3$ ,  $[k_2]=0$ ; 由式(6b)算出 $x_c = -(k_2+0.5) = -0.5$ , 结构式选为:  $12 = (2_4+1)^{-0.5} \cdot 4_1$  或  $12 = (2_4+1)^{-0.5} \cdot 2_1 \cdot 2_2$ , 前者的结构网如图17所示。

3) 在图17的基础上, 增加一个 $P_m=2$ 的变速组, 利用式(10)算出 $x_m = \frac{[Z] - [k_d - k_x]}{2} = \frac{12-3}{2} = 4.5$ , 结构网如图18所示。

图18实际上就是捷克出产的SV18R型普通车床的结构网。

图19是SV18R型普通车床的转速图, 与图18对比起来, 不同的地方有二点: (1) 在转速图中增加了定比传动付, (2) 增加的双速变速组采用了背轮机构。

例2 要求设计 $Z=21$ ,  $k_1=1$ ,  $k_2=0$ 的混合公比变速系统。

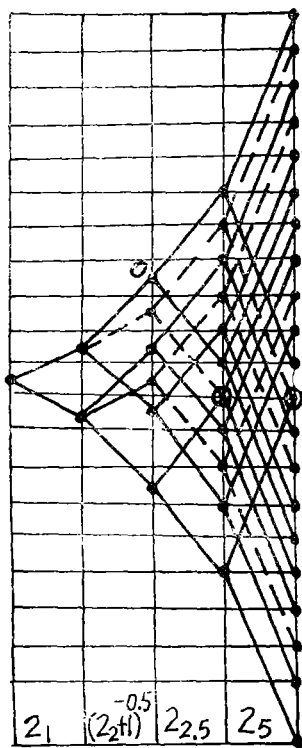


图20

多, 致使总变速范围小于用单公比所能得到的总变速范围时, 则将是无利的。

1) 由附表1选 $[Z]=6$ ,  $P_1+P_2=2+1$ , 或 $[Z]=4$ ,  $P_1+P_2=3+1$ , 两者均为 $M=1$ , 故均可组成 $[k_1]=1$ ,  $[k_2]=0$ 的方案。本例选用 $[Z]=6$ 。为得到 $Z=21$ 的变速系统, 需选取 $P_m=2$ ,  $P_n=2$ 。

2) 先作6级混合公比结构网, 使 $[k_1]=1$ ,  $[k_2]=0$ , 用式(6b)算出 $x_c = -0.5$ ; 结构式选为:  $6 = 2_1 \cdot (2_2+1)^{-0.5}$ ;

3) 在6级速度的结构网的基础上, 再增加二个变速组, 由式(10)得 $x_m = \frac{6 - (1-0)}{2} = 2.5$ , 由式(11)得 $x_n = P_m \cdot x_m = 2 \times 2.5 = 5$ , 结构网如图20所示。

在本文这一部分提出的特殊处理办法中, 都是靠牺牲一些速度而实现设计要求的。因此, 在采用这些特殊办法时, 到底是否有利, 应根据具体情况进行具体分析。

采用这些特殊办法时, 在保持最后扩大组的变速范围不超过8的情况下, 一般应比采用单公比得到较大的总变速范围, 这样才是有利的。如重复速度过

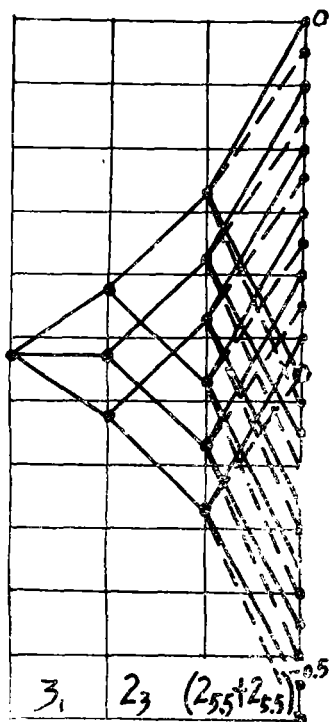


图21

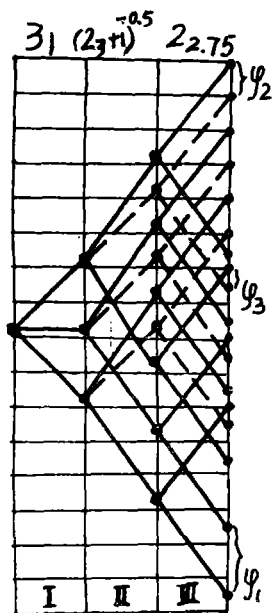


图22

在式(8)中,当绝对值号内为“-”时,表示重复一些速度,以增多大公比间隔数,但并不改变总变速范围,也没有减少演变组的变速范围。在这种情况下,不一定拘于原始设计要求,因为不重复速度,即多保留一些速度,不仅无害,反而是有利的。

又如图13所示的结构网,是在对称型混合公比结构网的基础上,经重复速度后而得到非对称型混合公比结构网。如果保持图13所示的变速范围恒定,将基准付的级比指数由3.5改为5.5,则可变为如图21所示的结构网。两个图比较起来,总变速范围及各个变速组的变速范围均相同,但图21比图13多了两级速度,虽然图21没有大公比间隔,未满足原始设计要求,但性能却更好了。在这种情况下,不一定拘于原始设计要求,而应作具体分析,以求得到更合理的设计方案。

### 3.三公比变速系统简述

上面谈到,在采用增加变速组法时,为了避免中间区域出现大公比,必须重复一部分速度。在这种情况下,由于重复了速度,一些传动付的作用未能充分发挥出来,这是一个不足之处。为了克服这个不足点,可在新增的变速组中,进一步改变其级比指数,这样就可得到三公比变速系统。

图22所示的结构网,是将图16中的C变速组的级比指数由3.5改为2.75而作出的。新的级比指数是将原级比指数减 $0.25h$ 而得到的( $h$ 为正奇数)。本例中取 $h=3$ ,即 $3.5-0.25\times 3=2.75$ 。

这三个公比的关系为:  $\varphi_1 = \varphi_2^2 = \varphi_3^4$ , 其中  $\varphi_1$  为原来的大公比,  $\varphi_2$  为原来的小公比,  $\varphi_3$  是新出现的更小的公比。这种结构网虽然在中间区域有  $\varphi_2$ 、 $\varphi_3$  两种公比,但其数值都不大。这样以来,变速级数增多了,而且没有重复速度,充分发挥了各传动付的作用。

这个结构网就是大连机床厂生产的C6140型普通车床结构网的一部分。

#### 四、关于在混合公比变速系统中采用双公用齿轮的问题

在采用双公用齿轮时,不但各变速组本身的各速比需符合级比规律,而且两个公用齿轮的齿数还要同时满足两个变速组的速比要求,所以必须把两个变速组看作一个整体来确定其速比关系。

当应用双公用齿轮时,  $\varphi$  值愈小、两个变速组中的级比指数  $x_a$  和  $x_b$  愈大、且  $|x_a - x_b|$  愈小时,则愈易获得较紧凑的变速机构(可参看资料[1])。在混合公比变速系统中,一般是在演变组与其相邻的变速组中采用双公用齿轮。

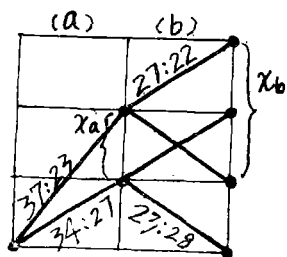


图23

例如在 SV18R 型普通车床中,就是在演变组与其相邻的变速组中采用了双公用齿轮。采用双公用齿轮这一部分的转速图如图23所示,这是从图19中抽出来的两对速比。在图23中,两个变速组的级比指数分别为  $x_a = 1$ ,  $x_b = 2$ , 两者之差为 1。又因  $x_a < x_b$ , 所以这是以升速为主的双公用齿轮。

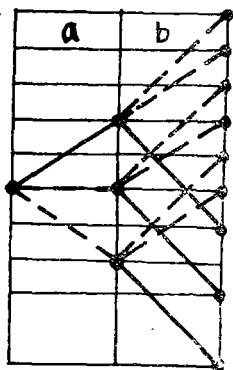


图24

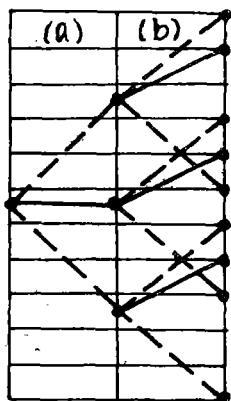


图25

在选择双公用齿轮的两对速比时,其级比指数应以小公比为基础,因为这样实现的机会更多些,而且能获得较紧凑的机构。

例如在图16中,可在(a)、(b)变速组中选取  $x_a = 2$ 、 $x_b = 1$ ,或选  $x_a = 4$ 、 $x_b = 5$  两组速比。

图24是大连机床厂生产的 C6140 型普通车床结构网的一部分,图中虚线所示的两对速比采用了双公用齿轮,这里  $x_a = 2$ ,

$x_b = 1$ 。

图25是 CM6132 型精密普通车床的部分结构网,图中虚线所示的两对速比采用了双公用齿轮,这里  $x_a = 6$ ,  $x_b = 5$ 。

从上面举例可知,在绝大部分混合公比结构网中,一般都可选出能采用双公用齿轮的两对速比。这是因为演变组中  $x_c = \pm 0.5, \pm 1.5, \pm 2.5, \dots$ ,如果改为以小公比为基础,则  $x_c = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ ,即出现级比指数为奇数的两个速比;而在相邻变速组中,由于都是以大公比为基础,所以其级比指数可能为 1, 2, 3,  $\dots$ ,如改为以小公比为基础,则级比指数变为 2, 4, 6,  $\dots$ ,这样又出现了级比指数为偶数的两个速比,因此一般都可选出级比指数相差 1 的两对速比。



附表1 非对称型混合公比变速系统各参数数值表

Z	$P_1 + P_2$	$k_1 + k_2$		$(k_1 + k_2)_{\max}$	tmax
		M	$(M + 1 + t) + t$		
3	2 + 1		$(1 + t) + t$	1	0
4	3 + 1	1	$(2 + t) + t$	2	0
6	2 + 1	1	$(2 + t) + t$	4	1
8	3 + 1	3	$(4 + t) + t$	6	1
9	2 + 1	2	$(3 + t) + t$	7	2
12	2 + 1	3	$(4 + t) + t$	10	3
12	3 + 1	5	$(6 + t) + t$	10	3
15	3 + 2	2	$(3 + t) + t$	13	5
15	2 + 1	4	$(5 + t) + t$	13	4
16	3 + 1	7	$(8 + t) + t$	14	3
18	2 + 1	5	$(6 + t) + t$	16	5
20	3 + 2	3	$(4 + t) + t$	18	7
20	3 + 1	9	$(10 + t) + t$	18	4
24	2 + 1	7	$(8 + t) + t$	22	7
24	3 + 1	11	$(12 + t) + t$	22	5
27	2 + 1	8	$(9 + t) + t$	25	8

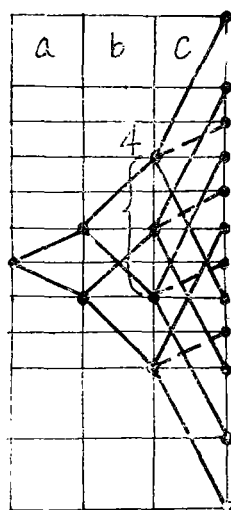


图26

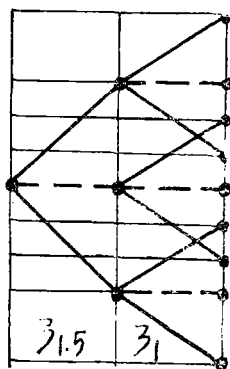


图27

例如在9级结构网中(图16), 如以小公比来表示, 则在a组的级比指数有2, 4, 演变组的级比指数有3, 所以能得到  $x_a = 2, x_b = 3$ ; 或  $x_a = 4, x_b = 3$  等二组能采用双公用齿轮的速比。

又如在12级结构网中(图26), 其(b)组可选用的级比指数为4, (c)组可选用的级比指数有3, 5, 所以能选出  $x_b = 4, x_c = 3$  或  $x_b = 4, x_c = 5$  等二组速比。

当要求在相邻两变速组中采用三公用齿轮时, 只有在公比  $\varphi$  很小时, 才能得到不重复速度的等比数列, 并且还需要对齿轮进行变位修正。

如果采用图27所示的对称型混合公比结构网, 则能够在常用的  $\varphi$  值时得到三公用齿轮传动。这种三公用齿轮传动是在图中实线所示的双公用齿轮的基础上, 再增加一组公用齿轮而得到的。

### 参 考 文 献

- [1] 十院校联合编写小组: 《金属切削机床设计》1977.12.
- [2] 上海纺织工学院机械制造专业教研室编: 《机床设计参考图册》(车床部分) 1977.7.
- [3] А.Л.Воронов, И.А.Гребенкин. «Коробки передач металлорежущих станков» 1964.