

钢筋混凝土矩形截面偏心受压短柱正截面强度计算方法探讨

张保善

(土建系结构教研室)

提 要

本文根据钢筋混凝土偏心受压矩形截面短柱的受力特征,分析了正截面上混凝土及钢筋的内力变化规律,引入了表示截面内力特征三个参数。并且引用我国偏压专题小组的部分试验资料,确定了参数的函数关系表达式,建立了短柱的强度计算公式,并提出了可供参考的简化计算方法。

一、内力分析的几个假定

众所周知,钢筋混凝土偏压构件正截面的破坏形态分为大偏心受压破坏、小偏心受压破坏及界限破坏三种类型。无论何种破坏类型,其承载能力的丧失均表现为受压区混凝土最后被压碎,而且压碎是在一个相当范围的区段内,因此必须根据该区段的破坏性质,来建立强度计算公式。为此,提出如下几个假定:

(1) 变形平截面假定:

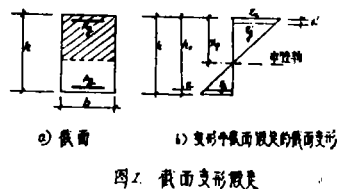
我们假定钢筋混凝土构件正截面在变形后仍然保持为平面,那么截面上各点的变形量呈线性关系。如图1所示,有如下关系:

$$\frac{\varepsilon'_g}{x_p - a'} = \frac{\varepsilon_u}{x_p}, \quad -\frac{\varepsilon_g}{h_0 - x_p} = \frac{\varepsilon_u}{x_p}$$

设 $x_p/h_0 = \xi_p$, 可得到:

$$\varepsilon_g = \left(\frac{1}{\xi_p} - 1 \right) \varepsilon_u \quad \dots\dots (1)$$

$$\varepsilon'_g = \left(1 - \frac{a'/h_0}{\xi_p} \right) \varepsilon_u \quad \dots\dots (2)$$



可见,如果已知 ε_u 的值,那么极易确定钢筋应力和相对受压区高度 ξ_p 之间的关系, ε_u 若为一个定值,则二者关系呈双曲线型。

(2) 受压区混凝土应力分布图块的假定:

我们采用大家熟知的Hognestad建议的函数关系来表示压区混凝土的应力分布规律,并

引入适当参数修正后为如下形式:

$$0 \leq \varepsilon_h \leq \varepsilon_o: \sigma_h = \alpha R \left[2 \frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_o} - \left(\frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_o} \right)^2 \right] \quad \dots\dots (3)$$

$$\varepsilon_o \leq \varepsilon_h \leq \varepsilon_u: \sigma = \alpha R \left[1 - \gamma \frac{\varepsilon_h - \varepsilon_o}{\varepsilon_h - \varepsilon_o} \right] \quad \dots\dots (4)$$

式中: α ——相应于 ε 时的强度修正系数;

γ ——相应于极限应变时的强度降低系数。

为了便于计算, 可将受压区混凝土应力分布图形折算成压区相同的等效矩形应力图形或内力合力作用在矩形中心的等效矩形应力图形等两种, 如图3所示。引入适当参数后, 有如下关系:

$$\text{令: } x = 2\beta x_p;$$

$$\text{则: } N_h = \int_0^{x_p} \sigma dy = 2\beta x_p \cdot WR \cdot b = KRbx_o = KRbh_o \cdot \xi_p \quad \dots\dots (5)$$

$$M_h = 2\beta W\xi_p (1 - \beta\xi_p) Rbh_o^2 = k\xi_p (1 - \beta\xi_p) Rbh_o^2 \quad \dots\dots (6)$$

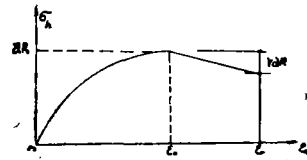


图2 受压区混凝土应力分布假定曲线

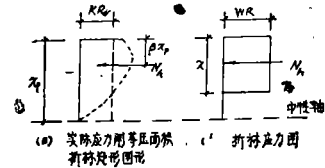


图3 受压区混凝土折算应力图

另外, 可以导出 β 的表达式为:

$$\beta = \frac{1}{\xi_p'} \left(1 - \frac{M_h'}{N_h' \cdot h_o} \right) \quad \dots\dots (7)$$

$$\text{式中: } N_h^s = N_p^s - \sigma_g' A_g' + \sigma_s A_s$$

$$M_h^s = N_p^s e - \sigma_g' A_g' (h_o - a')$$

分析(5)式, (7)式可知, K 、 β 主要与混凝土标号 R 及相对受压区高度 ξ_p^s 有关, 分别设为如下函数形式:

$$K = \phi_1 (R \cdot \xi_p^s) \quad \dots\dots (8)$$

$$\beta = \phi_2 (R \cdot \xi_p^s) \quad \dots\dots (9)$$

由式(6)得到:

$$W = \frac{K}{2\beta}$$

如果利用偏压专题小组106个矩柱的试验资料, 按上述公式进行反演算, 及数理统计分析, 简化后可得到 K 、 β 的经验公式:

$$K = 0.70 - 35 \times (R - 150) \times 10^{-5} \xi_p^s \quad \dots\dots (10)$$

$$\beta = 0.44 - 11 \times (R + 300) \times 10^{-5} \xi_p^s \quad \dots\dots (11)$$

如果受压区的应力较小按弹性考虑, 应力分布图形则为三角形, 这时压应力合力点到受压区外缘参数 β 值应为 $\frac{1}{3}$, 所以(11)式的下限值是 $\frac{1}{3}$, 如计算值小于 $\frac{1}{3}$ 时, 应取 $\frac{1}{3}$ 作为计算值。

而W值按 $K/2\beta$ 确定。

图4至图10表示实测结果与公式(10)或(11)式结果的比较。其中,图4至图7中的阴影部分为(10)、(11)式所表示的投影范围;图8至图10是将部分试件分混凝土标号和钢材品种进行的比较。可见,经验公式(10)和(11)式能较好地反映K、 β 的变化规律。

(3) 钢筋应力变化规律的假定:

钢筋混凝土偏心受压构件的破坏特性揭示出受拉钢筋的应力有如下特点:

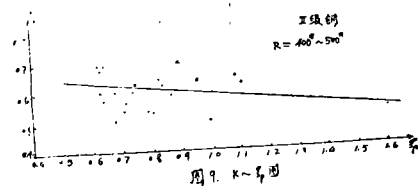
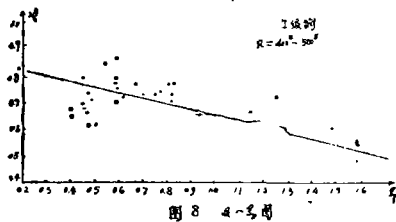
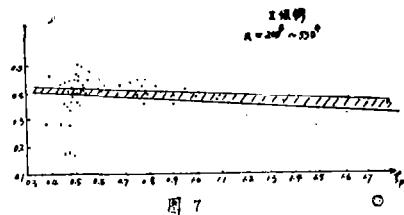
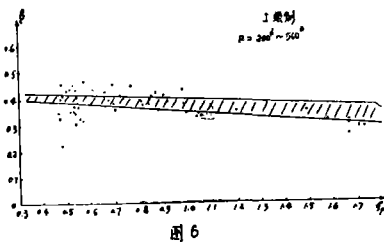
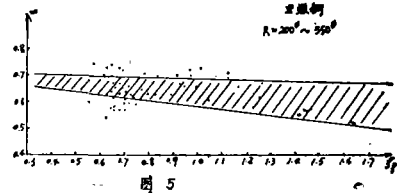
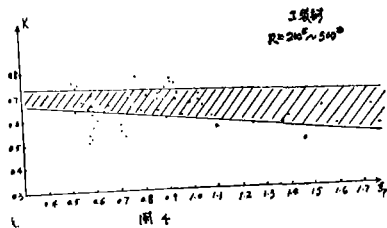
1. 在大偏压构件中, 即 $\xi < \xi_j$ 时, $\sigma_s = R_s$;
2. 在小偏压构件中, 即 $\xi > \xi_j$ 时, $\sigma_s < R_s$;
3. 在界限破坏时, 即 $\xi = \xi_j$ $\sigma_s = R_s$ 。

这里, ξ_j 表示界限破坏时混凝土受压区的相对高度。

至于受压钢筋的应力, 一般情况下取 $E_s \varepsilon_0$ ($\varepsilon_0 = 0.002$), 且等于或小于屈服应力。我国偏压专题小组综合分析实测的受拉钢筋应力, 得到如下经验公式:

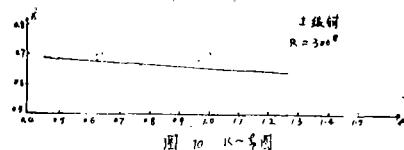
$$\sigma_s = 9290 - 10918.3\xi^4 \quad \text{kg/cm}^2;$$

与按平截面假定确定的应力进行比较, 比较接近, 所以, 假定钢筋的应力变化规律遵循(1)、(2)式, 即:



$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \left(\frac{1}{\xi_p} - 1 \right) \cdot \varepsilon_u \leq R_s \quad \dots\dots (12)$$

$$\sigma_s' = E_s' \varepsilon_s' = E_s' \left(1 - \frac{a'/h_0}{\xi_p} \right) \varepsilon_u \leq R_s' \quad \dots\dots (13)$$



4、忽略受拉混凝土拉应力的影响。

二、强度计算统一公式

在上面讨论的基础上，对于钢筋混凝土偏心受压矩形截面短柱，可以不分大小偏心，建立统一强度计算公式如下：

$$N_p = k R b h_0 \xi_p + \sigma_s' R_s' - \sigma_s R_s \quad (14)$$

$$N_p e = k \xi_p (1 - \beta \xi_p) R b h_0^2 + \sigma_s' R_s' (h_0 - a') \quad (15)$$

中性轴位置由下式确定：

$$\xi_p = \frac{1}{2\beta} \left\{ \left(1 - \frac{e}{h_0} \right) + \left[\left(1 - \frac{e}{h_0} \right)^2 + \frac{\sigma_s A_s e + \sigma_s' A_s' (h_0 - e - a')}{\frac{K}{2\beta} R b h_0^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (16)$$

界限破坏时受压区相对高度

$$\xi_j = \varepsilon_u / (\varepsilon_u + \varepsilon_v); \quad (17)$$

式中： $\varepsilon_v = R_s / E_s$ 或 $\varepsilon_v = \varepsilon_{0.2}$ ；

如果计算出的 $\xi_p < \xi_j$ ，则属大偏心受压， $\xi_p > \xi_j$ ，则属小偏心受压。

计算时，按实际选用的混凝土标号及钢材品种，由(17)式确定 ξ_j 值，作为第一次假定值代入(10)、(11)式求出 K 、 β 值，同时由(12)、(13)式求出钢筋应力，将这些值代入(16)式求出 ξ_p 的第一次计算值 ξ_{p1} ，检查 ξ_{p1} 与假定值的误差是否在允许范围内；否则，再把 ξ_{p1} 作为第二次假定值重复上述运算，求出 K 、 β 、 σ_s 、 σ_s' 及第二次计算值 ξ_{p2} ，再检查 $\xi_{p2} - \xi_{p1}$ 的差值是否小于允许误差 δ ，如果进行 n 次运算，最后

$$\xi_{pn} - \xi_{p(n-1)} < \delta;$$

那么，可取 ξ_{pn} 作为最后计算结果，用其相应的 K 、 β 值代入(14)式或(15)式确定该构件在选定配筋率及混凝土标号情况下的承载能力。由于计算出了 ξ_p 值，所以其破坏性质也确定了。计算中，允许误差 δ 可以根据实际情况选定，如选 δ 为 10^{-3} 或 10^{-4} 均可。

根据上述的计算方法，我们选 $\delta = 10^{-4}$ ，对126个试件进行了强度分析， N_p^{II} / N_p^S 的平均值为1.0116，标准均方差为0.0941，离散系数为0.093。按TJ10—74规范公式计算结果为 N_p^{II} / N_p^S 的平均值为0.980，标准均方差为0.1491，离散率为0.1521。在小偏压范围内，规范公式计算结果误差更大。所计算的这批试件 ξ_p^{II} 在0.2~1.8范围内，可见(10)、(11)

式适应范围相当广泛。

上述强度计算方法, 由于采用了迭代循环步骤, 应用起来不便, 同时, 考虑到设计中为了充分发挥钢筋的强度, 一般情况下, 按屈服强度计算, 这与界限破坏情况类似, 所以采用 ξ_1 来近似代替 ξ_p , 由(10)、(11)式得到K、 β 值, 由 $W = K/2\beta$ 可得混凝土平均抗压强度系数作为计算强度系数, 用以代替规范中的 R_w/R , 来计算混凝土部分的承载能力, 是比较方便的。

即:
$$N_k = 2\beta\xi_p W_j R b h_0 \quad (18)$$

$$N_{pe} = 2\beta\xi_p (1 - \beta\xi_p) W_j R b h_0^2 + \sigma'_g A'_g (h_0 - a') \quad (19)$$

$$\xi_p = \frac{1}{2\beta} \left\{ \left(1 - \frac{e}{h_0}\right) + \left[\left(1 - \frac{e}{h_0}\right)^2 + \frac{\sigma_g A_g e + \sigma'_g A'_g (h_0 - e - a')}{0.5 W_j R b h_0^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (20)$$

上面各式中, 若 $2\beta\xi_p = 1$ 时, 则 $\sigma_g = 0$

$2\beta\xi_p h_0 > h$ 时, 取 $2\beta\xi_p h_0 = h$ 进行计算。W, R值汇总表如下:

简化强度计算表

标号		200	250	300	350	400	500	600
钢 种	I 级	170	208	247	281	322	395	465
	II 级	168	206	245	283	321	394	464
	冷拨丝	165	203	242	280	318	393	463

三、结 论

根据上述分析, 得出初步结论如下:

1、计算轴心受压构件时应规定最小偏心距 e_{min} 作为初始偏心距, 然后, 按偏心受压构件计算。

2、确定压区混凝土平均抗压强度系数K时, 应考虑混凝土标号, 钢材品种及强度, 受压区相对高度、混凝土极限应变等因素的影响。

3、可应用平截面假定来计算钢筋的应力 σ_g 及 σ'_g 。

4、按本文建议公式(10)、(11)、(14)、(15)、(16)、(17)可建立统一强度计算公式, 不需再按大、小偏心情况分别采用两套公式。

5、为了简化计算, 近似地采用混凝土简化平均抗压强度 $W_j R$, $W_j R$ 对一定的混凝土及钢材取定值。只需 ξ_p 与 β 迭代, 使计算简化。

(下转12页)

参 考 文 献

- [1] A. S. 哈尔, A. P. 凯培拉著, 赵超斐等译, 结构分析原理, 中国建筑工业出版社, 1981。
- [2] J. S. 普齐米尼斯基著, 王德荣等译, 矩阵结构分析理论, 国防工业出版社, 1974。
- [3] 华东水利学院, 弹性力学问题的有限单元法修订版, 水利电力出版社, 1978。
- [4] C. S. 德赛等著, 江伯南等译, 有限元素法引论, 科学出版社, 1978。
- [5] 清华大学工程力学系, 机械振动(上册), 机械工业出版社, 1980。
- [6] R. H. Gallagher, Finite Element Analysis Fundamentals, 1975。
- [7] G. B. Warburton, The Dynamical Behaviour of structures, second edition, 1976, 附录5。
- [8] K. J. Bathe, E. L. Wilson, Numerical Methods in Finite Element Analysis, 1976。
- [9] R. D. Cook, Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 1974。
- [10] O. C. Zienkiewicz, The Finite Element Method, 1977。
- [11] W. McGuire, R. H. Gallagher, Matrix structural Analysis, 1979。
- [12] W. M. Jenkins, Matrix and Digital computer Methods in Structural Analysis, 1969。
- [13] R. K. Livesly, Matrix Methods of structural Analysis, 1964。
- [14] W. Flügge, Handbook of Engineering Mechanics 1962, 第33章。
- [15] F. B. Hildebrand, Methods of Applied Mathematics, 1960。
- [16] 寿楠椿, 杆系结构中局部间断的程序处理, 中国建筑学会结构委员会有限元计算法学术会议论文集, 第二集, 1979年11月。

(上接73页)

参考文献

- 1. R. PARK and T. PAULAY "Reinforced, concrete Structure" 1975年。
- 2. 《钢筋混凝土偏心受压构件正截面强度问题试验研究报告》钢筋混凝土结构设计规范偏压专题小组, 1976年。
- 3. 《钢筋混凝土偏心受压构件正截面强度问题试验研究报告》附件二, 钢筋混凝土结构设计规范偏压专题小组, 1976年。