

# 有缝薄拱坝的计算与实验研究

兰 振 凯\*

(水利系)

## 提 要

薄拱坝是一种空间壳体受力结构,基础变形在很大程度上控制着坝体的应力状态。本文采用伏格特假定来考虑地基变形的影响,用壳体理论差分法,借助坝基虚结点来实现弹性地基边界条件的影响,推导了弹性固结边界和设置底缝边界条件下实结点和虚结点的变位平衡方程式。通过实例用上述原理进行了计算,并通过结构模型试验予以验证。

对几种不同周边条件的薄拱坝进行了实验研究,分析和评价了它们的优缺点,并建议了一种比较合理的边缝坝型。

## 一 前 言

拱坝坝型从罗马人提出并修建了第一座12米高的园筒型的鲍姆拱坝开始,直到今天,各国学者对拱坝坝体应力计算方法和坝基边界条件的处理都作出了很大的贡献。在所有大量的计算方法中,就静力的观点而论,建立在壳体理论基础上的计算方法具有既更接近于实际又更为精确的特点。然而,积分这种结构的变位平衡微分方程式时,在数学上将会遇到很大的困难。而这些困难则是由于河谷和坝的中心面的形状、厚度和曲率半径的变化而产生的。而不同情况的坝基边界条件又相当复杂,因此,想纯粹用分析方法就很难把这些复杂的坝基边界条件完全表示出来。

前人对以上两个问题的处理已经做了许多工作,处理第一个问题的方法是:根据壳体理论把基本微分方程变换成用位移表示的有限差分方程进行计算。而对第二个问题即坝基边界条件问题的处理:国内外一直还在采用经典的坝高延长法;即把延伸到坝基以外部分也作为坝体从而假定延伸边缘处坝体与基岩是刚性连接,经向、切向和法向位移都等于零,根据这一假定条件,解以上线性方程组而求得坝体应力。

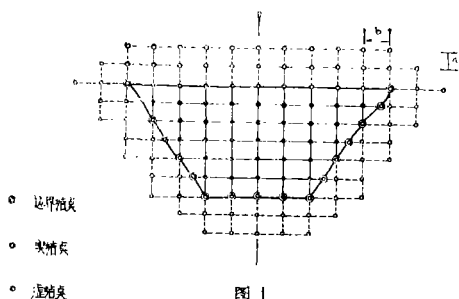
本文针对以上两个问题提出了自己的办法;对坝体变位的计算是根据壳体理论把用数学积分计算困难的变位微分方程转换成计算比较简便的有限变位差分线性代数方程的计算方法。把这些方程式应用到 $n$ 个直角网格上去,最后,就可得到一组含 $3n$ 个未知量的 $3n$ 个线性方程式。这些未知量只是拱坝的中心面在网格结点上面的径向、切向和法向位移。坝基边界条件的处理,对于弹性地基的影响,不采用经典的坝高延长法处理,而是利用壳体理论差分法向坝基外延伸两排虚结点的方法直接实现了坝体与基岩为伏格特(F·Vogt)假定的弹性连接

\* 我院82届硕士研究生。

的边界条件。

## 二 计 算 图 式

为了利用差分法计算薄拱坝,首先需要计算拱坝中面差分点的径向、切向和法向三个变位分量,以便再计算坝体的应力。因此,我们需将拱坝坝体中面展开,用间距为  $a$  的水平线和  $b$  的垂直线将拱坝展开的中面划分成许多直角网格,坝体内网格的交点称为实结点,同时将网格沿坝体周边向外延伸两排,形成两排虚结点,弹性边界条件就是利用这些虚结点来实现的。见图(1)



计算时,每个网格结点和其变位分量用两个角标表示,如:  $u_m^a$ 、 $v_m^a$ 、 $w_m^a$ , 上角标表示的是结点垂直列的顺序号,下角标表示的是水平的顺序号。

对于坝体对称,而且地基弹性模量也对称的拱坝,则只需形成一半坝体的网格就可以了。因为根据对称条件可以求得:

$$\begin{aligned} u_m^a &= u_{-m}^a, \\ v_m^a &= -v_{-m}^a, \\ w_m^a &= w_{-m}^a; \end{aligned}$$

而对于非对称的拱坝,则必须对整个坝体和坝基建立弹性网格。

当坝体和坝基网格划分之后,就需要对每个实结点建立平衡方程的变位差分表达式,再根据伏格特(F·Vogt)假定的弹性边界对坝基以外的虚结点建立表示边界条件的变位差分表达式。如果划分的是  $n$  个正方形网格,那么就可以列出一组含  $3n$  个未知量的  $3n$  个线性方程式,而根据边界条件所列出的边界方程正好补充了因差分点而出 现的坝基边界外虚结点的未知位移分量所需要的方程数。将这些实结点和虚结点的变位线性方程一起求解,就可直接求得所有网格结点的变位分量值,在借助于有限差分表示的某些关系式就可算得用这些位移函数表示的作用于坝体的内力和应力。

## 三 通过平衡微分方程建立结点的变位有限差分方程

### 1. 基本假定

根据壳体理论的基本假定,我们对拱坝同样也可以近似认为:拱坝坝体是连续的,完全弹性的,各向同性的,受力之后位移和形变都是微小的,胶结等材料大体可视为是均匀的,而且坝体拱圈都呈园弧形状。为计算简便,取坝体左右对称。

### 2. 变位微分平方方程式。

根据以上基本假定由坝体截出一园柱元素,利用壳体理论的基本公式考虑园柱元素各个面应力分量在极坐标中的弹性体平衡,即可得到以下三个微分平衡方程式:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial N_{\theta z}}{\partial \theta} + R \frac{\partial N_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\begin{cases} \frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} + R \frac{\partial N_{z\theta}}{\partial z} + \frac{\partial M_{z\theta}}{\partial z} - \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta}}{\partial \theta} = 0 \\ N_{\theta} + \frac{\partial^2 M_{\theta z}}{\partial \theta \partial z} + R \frac{\partial^2 M_z}{\partial z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 M_{\theta}}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 M_{z\theta}}{\partial \theta \partial z} + RP = 0 \end{cases} \quad (1)$$

同时得到以下内力由位移表示的关系式:

$$\begin{cases} N_z = B \left( \frac{\partial w}{\partial z} + \mu \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \mu \frac{u}{R} \right) + \frac{D}{R} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\mu}{R^2} \left( u + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) \right] \\ N_{\theta} = B \left( \frac{\partial v}{R \partial \theta} - \frac{u}{R} + \mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ N_{z\theta} = \frac{B}{2} (1 - \mu) \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + (1 - \mu) \frac{D}{R^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ N_{\theta z} = \frac{1}{2} (1 - \mu) B \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \\ M_z = -D \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\mu}{R^2} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial z} \right] \\ M_{\theta} = -D \left( \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ M_{z\theta} = D (1 - \mu) \left( \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{2R^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \\ M_{\theta z} = -D (1 - \mu) \left( \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial z} + \frac{1}{2R} \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$B = \frac{Et}{1 - \mu^2} \quad D = \frac{Et^3}{12(1 - \mu^2)}$$

对拱坝结构又作如下假定:

- (1) 拱坝产生的垂直变位忽略不计;
- (2) 侧向接触影响可以忽略, 取波桑比  $\mu = 0$ ;
- (3) 拱坝水平方向厚度不变;
- (4) 取计标网格为正方形, 即  $a = b = h$ ;
- (5) 径向位移  $u$  以指向轴心为正, 切向位移为  $v$ ; 见图 2

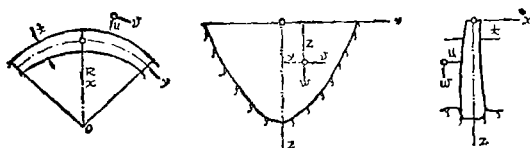


图 2

根据以上假定,由极坐标转换成直角坐标后,公式(2)就可简化成以下形式:

$$\begin{cases} N_z = \frac{D}{R} u'' \\ N_y = B \left( v' - \frac{u}{R} \right) - \frac{D}{R} u'' \\ N_{zy} = \frac{B}{2} v' + \frac{D}{2R} u'' \\ N_{yz} = \frac{B}{2} v' - \frac{D}{2R} u'' \\ M_z = -Du'' \\ M_y = -Du'' - \frac{D}{R^2} u \\ M_{zy} = Du' \\ M_{yz} = -Du' \end{cases} \quad (3)$$

其中  $B = Et$ ,  $D = \frac{1}{12}Et^3$ ,  $\frac{\partial}{\partial z} = ( )'$ ,  $\frac{\partial}{\partial y} = ( )$ .

把以上内力式子代入(1)式,则得到下列微分方程:

$$\begin{cases} Bv'' - \frac{B}{R}u' + \frac{(Bv')'}{2} + \frac{3(Du'')'}{2R} = 0 \\ \frac{B}{R}v' - \frac{B}{R^2}u - \frac{2D}{R^2}u'' - Du'''' - 2(Du')' - (Du'')'' + P = 0 \end{cases} \quad (4)$$

### 3. 结点有限变位差分方程的建立,

根据图3的结点角标标注和差分一般公式就可以分别得到以下公式:

由公式(3)可得到结点内力的差分表达式:

$$\begin{cases} N_z = \frac{EI_i^c}{R^c h^2} (u_{i-1}^c - 2u_i^c + u_{i+1}^c) \\ N_y = \frac{Et_i^c}{2h} (v_{i+1}^c - v_{i-1}^c) + \frac{E}{R^c} \left( \frac{2I_i^c}{h^2} - t_i^c \right) u_i^c - \frac{EI_i^c}{R^c h^2} (u_{i+1}^c + u_{i-1}^c) \\ N_{zy} = \frac{Et_i^c}{4h} (v_{i+1}^c - v_{i-1}^c) + \frac{1}{2R^c} M_{zy} \\ N_{yz} = \frac{Et_i^c}{4h} (v_{i+1}^c - v_{i-1}^c) - \frac{1}{2R^c} M_{zy} \end{cases} \quad (5)$$

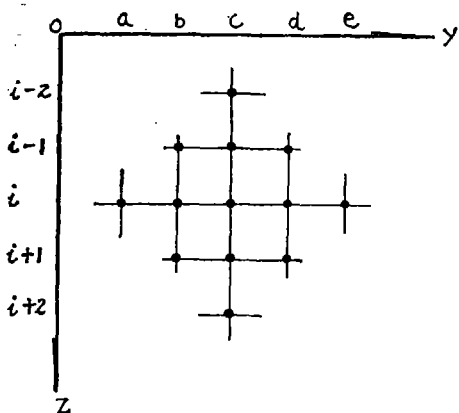


图 3

$$\begin{aligned}
 M_z &= -\frac{EI_i^c}{h^2} (u_{i-1}^c - 2u_i^c + u_{i+1}^c) \\
 M_y &= EI_i^c \left( \frac{2}{h^2} - \frac{1}{R_i^{c2}} \right) u_i^c - \frac{EI_i^c}{h^2} (u_i^b + u_i^d) \\
 M_{zy} &= \frac{EI_i^c}{4h^2} (u_{i-1}^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + u_{i+1}^d) \\
 M_{yz} &= -\frac{EI_i^c}{4h^2} (u_{i-1}^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + u_{i+1}^d)
 \end{aligned}$$

把差分一般式代入 (4) 式, 经化简合并就可得到以下两个由变位微分平衡方程转换成一般线性代数方程的有限差分变位平衡方程式 (6);

$$\begin{aligned}
 & 2R_i^c t_i^c v_i^b + A_i R_i^c v_{i-1}^c - 6R_i^c t_i^c v_i^c + B_i R_i^c v_{i+1}^c + 2R_i^c t_i^c v_i^d - \frac{3C_i}{2h} u_{i-1}^b \\
 & + \frac{F_i}{h} u_i^b - \frac{3D_i}{2h} u_{i+1}^b + \frac{3C_i}{2h} u_{i-1}^d - \frac{F_i}{h} u_i^d + \frac{3D_i}{2h} u_{i+1}^d = 0 \\
 & - \frac{ht_i^c}{2R_i^c} v_i^b + \frac{ht_i^c}{2R_i^c} v_i^d - \frac{I_i^c}{h^2} u_i^a - \frac{I_{i-1}^c}{h^2} u_{i-2}^c + \frac{4}{h^2} (C_i + M_i) u_i^c \\
 & + \left\{ \frac{h^2 t_i^c}{R_i^{c2}} - \frac{6I_i^c}{h^2} - \frac{4p_i I_i^c}{h^2} - \frac{S_i}{h^2} \right\} u_i^c + \frac{4}{h^2} (D_i + N_i) u_{i+1}^c - \frac{I_{i+1}^c}{h^2} \\
 & u_{i+2}^c - 2 - \frac{2C_i}{h^2} u_{i-1}^b + \frac{2I_i^c}{h^2} (p_i + 2) u_i^b - \frac{2D_i}{h^2} u_{i+1}^b - \frac{2C_i}{h^2} u_{i-1}^d \\
 & + \frac{2I_i^c}{h^2} (p_i + 2) u_i^d - \frac{2D_i}{h^2} u_{i+1}^d - \frac{I_i^c}{h^2} u_i^a = -\frac{p_i^c h^2}{E} \quad (6)
 \end{aligned}$$

式中:

$$\begin{aligned}
 4A_i &= t_{i-1}^c + 4t_i^c - t_{i+1}^c & 4B_i &= -t_{i-1}^c + 4t_i^c + t_{i+1}^c & 4C_i &= I_{i-1}^c + 4I_i^c - I_{i+1}^c \\
 4D_i &= -I_{i-1}^c + 4I_i^c + I_{i+1}^c & F_i &= 3I_i^c + h^2 t_i^c & S_i &= I_{i-1}^c + 4I_i^c + I_{i+1}^c \\
 2M_i &= I_{i-1}^c I_i^c & 2N_i &= I_i^c + I_{i+1}^c & p_i &= 2 - \frac{h^2}{R_i^{c2}}
 \end{aligned}$$

用图 4 表示变位差分方程 (6) 式中与结点  $N_i^c$  周围有联系的位移结点。

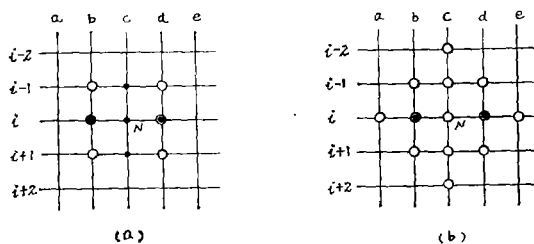


图 4

当计算园柱形拱坝, 即拱坝法向厚度 $t$ 和惯性矩 $I$ 是一个常数时, 方程式(6) 将变成以下两个特殊形式;

$$\left\{ \begin{aligned} & 2htRv_i^b + htRv_{i-1}^c - 6htRv_i^c + htRv_{i+1}^c + 2htRv_i^d + (3I + h^2t)u_i^b \\ & \quad - (3I + h^2t)u_i^d + \frac{3I}{2}(u_{i-1}^d + u_{i+1}^d - u_{i-1}^b - u_{i+1}^b) = 0 \\ & -\frac{h^3t}{2R}v_i^b + \frac{h^3t}{2R}v_i^d - Iu_i^a - 2Iu_{i-1}^b + 2I(4 - \frac{h^2}{R^2})u_i^b - 2Iu_{i+1}^b - Iu_{i-2}^c + 8Iu_{i-1}^c \\ & \quad - (\frac{h^4t}{R^2} + 20I - \frac{4h^2t}{R^2})u_i^c + 8Iu_{i+1}^c - Iu_{i+2}^c - 2Iu_{i-1}^d + 2I(4 - \frac{h^2}{R^2})u_i^d \\ & \quad - 2Iu_{i+1}^d - Iu_i^e = -\frac{h^4p_i}{E} \end{aligned} \right. \quad (7)$$

#### 四 弹性边界条件差分方程的建立

为了应用有限差分变位平衡方程式求拱坝边界内网格结点的变位和应力, 就必须求出延伸到边界外的两排虚结点的变位。因此, 就必须利用拱坝坝顶和坝基的边界条件而列出表示虚结点变位的边界条件方程;

##### 1. 坝顶边界条件

因为拱坝的坝顶是一个自由边, 而它的变位事先是不知道的, 仅知道所有作用在坝顶上的外力都等于零(见图5)

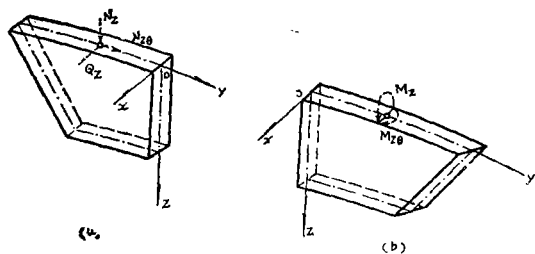


图 5

$$\begin{aligned} \text{即: } & (1) N_z = 0, \quad (2) N_{z\theta} = 0, \\ & (3) Q_z = 0, \quad (4) M_z = 0, \\ & (5) M_{z\theta} = 0; \end{aligned}$$

若按平衡方程计算变位时, 要同时满足这五个条件, 在数学上是不可能的。而按克希荷夫等效剪力的概念, 可把条件(3), (5) 合并为  $Q_z + M_{z\theta} = 0$ , 这里也采用前面法向变位 $\omega = 0$ 和波桑比 $\mu = 0$

的假定就可得到坝顶边界条件关系式(8);

$$\left\{ \begin{aligned} u'' &= 0 \\ v' + \frac{3Du'}{BR} &= 0 \\ u''' &= 0 \end{aligned} \right. \quad (8)$$

把差分一般公式代入坝顶边界条件关系式(8)就可得到坝顶边界条件的三个有限差分变位表达式(9);

$$\left\{ \begin{aligned} u_{i-1}^c - 2u_i^c + u_{i+1}^c &= 0 \\ v_{i+1}^c - v_{i-1}^c + \frac{3I_i}{2hR^c t_i^c}(u_{i-1}^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + u_{i+1}^d) &= 0 \\ u_{i-2}^c - 4u_i^c + 4u_{i+1}^c - u_{i+2}^c &= 0 \end{aligned} \right. \quad (9)$$

坝顶边界条件差分方程式 (9) 中与边界结点  $N$  周围有联系的位移结点见图 6;

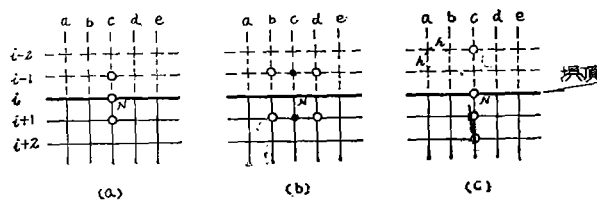


图 6

图 (6)、(a)、(b)、(c) 分别表示坝顶边界条件方程式 (9) 中  
第一式有三个径向位移  
第二式有四个径向位移，二个切向位移  
第三式有四个径向位移

## 2. 两岸弹性坝基边界条件

当拱坝修建在岩石基础上时，根据伏格特 (F. Vogt) 假定：

- (1) 将拱坝和基岩的接触面沿河谷线及拱弧线展开为一当量面；
- (2) 基础变形应根据单位坝轴长度的荷载计算；
- (3) 基础岩石质地均匀，展开后的平面为弹性半无限体；
- (4) 不计上游河谷水压力的影响；

采用前面规定的坐标，变位符号，根据伏格特 (F. Vogt) 假定的基本关系式按照图 (7)

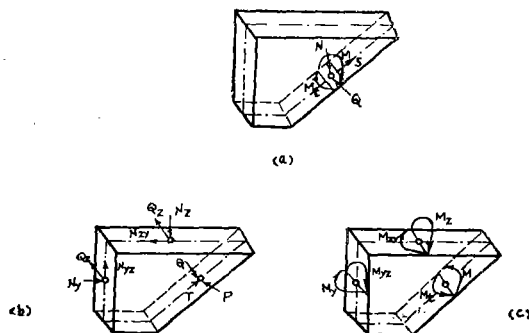


图 7

考虑坝基内力的平衡即可得到变位由内力表示的关系式 (10)；

$$\left\{ \begin{aligned} u &= -\frac{K_3}{E_r} \{ (N'_z + M'_{yz}) \sin \psi + (M'_y + M'_{zy}) \cos \psi \} \\ v &= -\frac{1}{E_r} \{ (N_y + \frac{N_{zy} + N_{yz}}{2} \operatorname{tg} \psi) (k_2 \cos^3 \psi + k_3 \sin^2 \psi \cos \psi) + (k_4 \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -[k_2] \sin \psi \cos \psi (N_z \sin \psi + \frac{N_{zy} + N_{yz}}{2} \cos \psi) \\
 w = & -\frac{1}{E_r} \{ (N_z + \frac{N_{zy} + N_{yz}}{2} \operatorname{ctg} \psi) (k_2 \sin^3 \psi + [k_3] \sin \psi \cos^2 \psi) \\
 & + (k_2 - [k_3]) \sin \psi \cos \psi (N_z \cos \psi + \frac{N_{zy} + N_{yz}}{2} \sin \psi) \} \\
 u' = & \frac{1}{E_r} \{ (M_z + M_{zy} \operatorname{ctg} \psi) (k_1 \sin^3 \psi + k_4 \sin \psi \cos^2 \psi) + (k_4 \\
 & - k_1) \sin \psi \cos \psi (M_y \cos \psi + M_{yz} \sin \psi) \} \\
 u'' = & \frac{1}{E_i} \{ (M_y + M_{yz} \operatorname{tg} \psi) (k_1 \cos^3 \psi + k_4 \sin^2 \psi \cos \psi) + (k_4 - k_1) \\
 & \sin \psi \cos \psi (M_z \sin \psi + M_{zy} \cos \psi) \} \quad (10)
 \end{aligned}$$

把(3)式代入(10)式再经过差分处理、合并、简化就可得到五个弹性坝基边界条件的有限差分变位方程式(11);

$$\begin{aligned}
 & \frac{2h^3}{k_3 I_i^c} u_i^c + (u_{i-1}^b - u_{i+1}^b + u_{i-2}^c - 4u_{i-1}^c + 4u_{i+1}^c - u_{i+2}^c + u_{i-1}^d - u_{i+1}^d) \sin \psi \\
 & + (u_i^a - u_{i-1}^b + \frac{h^2}{R_i^{c2}} u_{i-1}^b - u_{i+1}^b + u_{i-1}^d - \frac{h^2}{R_i^{c2}} u_i^d + u_{i+1}^d - u_i^e) \cos \psi = 0 \\
 v_i^c + (k_2 \cos^3 \psi + [k_3] \sin^2 \psi \cos \psi) \{ \frac{t_i^c}{2h} (v_i^d - v_i^b) + \frac{t_i^c}{4h} (v_{i+1}^c - v_{i-1}^c) \operatorname{tg} \psi \\
 & - \frac{I_i^c}{R_i^c h^2} u_i^b + \frac{1}{R_i^c} (\frac{2I_i^c}{h^2} - t_i^c) u_i^c - \frac{I_i^c}{R_i^c h^2} u_i^d \} \\
 & + (k_2 - [k_3]) \sin \psi \cos \psi \{ \frac{t_i^c}{4h} (v_{i+1}^c - v_{i-1}^c) \cos \psi \\
 & + \frac{I_i^c}{R_i^c h^2} (u_{i-1}^c - 2u_i^c + u_{i+1}^c) \sin \psi \} = 0 \\
 w_i^c + (k'_2 \sin^3 \psi + [k_3] \sin \psi \cos^2 \psi) \{ \frac{t_i^c}{4h} (v_{i+1}^c - v_{i-1}^c) \operatorname{ctg} \psi + \frac{I_i^c}{R_i^c h^2} (u_{i-1}^c \\
 & - 2u_i^c + u_{i+1}^c) \} + (k_2 - [k_3]) \sin \psi \cos \psi \{ \frac{t_i^c}{2h} (v_i^d - v_i^b) - \frac{I_i^c}{R_i^c h^2} u_i^b \\
 & + \frac{1}{R_i^c} (\frac{2I_i^c}{h^2} - t_i^c) u_i^c - \frac{I_i^c}{R_i^c h^2} u_i^d \} \cos \psi + \frac{t_i^c}{4h} u_i (v_{i+1}^c - v_{i-1}^c) \sin \psi \} = 0 \\
 & \frac{1}{2h} (u_{i+1}^c - u_{i-1}^c) + (k_1 \sin^3 \psi + k_4 \sin \psi \cos^2 \psi) \frac{I_i^c}{h^2} \{ (u_{i-1}^c - 2u_i^c + u_{i+1}^c)
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{4}(u_{i-1}^d - u_{i+1}^d - u_{i-1}^d + u_{i+1}^d) \operatorname{ctg} \psi) + (k_4 - k_1) \sin \psi \cos \psi \frac{I_i^c}{h^2} \left\{ u_{i-1}^b \right. \\
 & \left. + \left( \frac{h^2}{R_{ci}^2} - 2 \right) u_{i-1}^c + u_{i-1}^d \right\} \cos \psi + \frac{1}{4}(u_{i-1}^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + u_{i+1}^d) \sin \psi \left. \right\} = 0 \\
 & \frac{1}{2h}(u_{i-1}^d - u_{i-1}^b) + (k_1 \cos^3 \psi + k_4 \sin^2 \psi \cos \psi) \frac{I_i^c}{h^2} (u_{i-1}^b + \left( \frac{h^2}{R_{ci}^2} - 2 \right) u_{i-1}^c + u_{i-1}^d \\
 & + \frac{1}{4}(u_{i-1}^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + u_{i+1}^d) \operatorname{tg} \psi + (k_4 - k_1) \sin \psi \cos \psi \frac{I_i^c}{h^2} ((u_{i-1}^c \\
 & - 2u_{i-1}^c + u_{i+1}^c) \sin \psi - \frac{1}{4}(u_{i-1}^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + u_{i+1}^d) \cos \psi) = 0 \quad (11)
 \end{aligned}$$

坝基弹性固结边界条件差分方程(11)式中与边界结点 $N_i^c$ 周围有联系的位移结点见图 8;

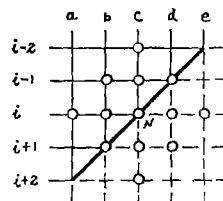
### 3 弹性固结坝底边界条件

由于梁垂直于坝底基础面即 $\psi = 90^\circ$ ，这样把 $\psi = 90^\circ$ 的三角函数值代入坝基边界条件方程(10)式，就可得到以下坝底弹性固结边界条件方程(12)式；

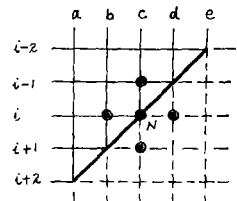
$$\begin{cases}
 u = -\frac{k_3}{E_r}(M'_z + M_{yz}) \\
 v = -\frac{k_3}{E_r} \frac{N_{zy} + N_{yz}}{2} \\
 w = -\frac{k_2}{E_r} N_z \\
 u' = \frac{k_1}{E_r} M_z \\
 u'' = \frac{k_4}{E_r} M_{yz}
 \end{cases} \quad (12)$$

把(3)式代入(12)式再经过差分处理、合并、化简就可得到五个弹性固结坝底边界条件的有限差分变位方程式(13)；

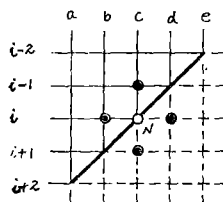
$$\begin{aligned}
 & u_{i-1}^b - u_{i+1}^b + u_{i-2}^c - 4u_{i-1}^c \\
 & + \frac{2h^3}{k_3 I_i^c} u_{i-1}^c + 4u_{i+1}^c - u_{i+2}^c \\
 & + u_{i-1}^d - u_{i+1}^d = 0 \\
 & v_{i-1}^c - \frac{4h}{k_3 t_{ci}} v_{i-1}^c + v_{i+1}^c = 0 \\
 & u_{i-1}^c - 2u_{i-1}^c + u_{i+1}^c
 \end{aligned}$$



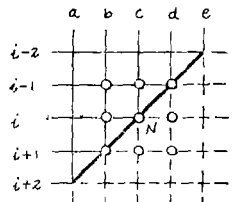
(a) 三个纵向位移



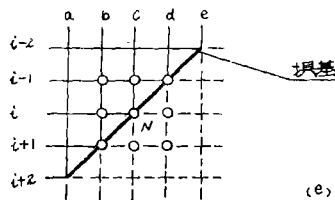
(b) 五个纵向、五个切向位移



(c) 五个纵向、四个切向位移



(d) 九个纵向位移



(e) 九个纵向位移

图 8

$$\begin{aligned}
 & + \frac{R_i^c h^2}{k_2 I_i^c} w_i^c = 0 \\
 & \frac{h - 2k_1 I_i^c}{h + 2k_1 I_i^c} u_{i-1}^c + \frac{4k_1 I_i^c}{h + 2k_1 I_i^c} u_i^c - u_{i+1}^c = 0 \\
 & u_{i-1}^b - \frac{2h}{k_4 I_i^c} u_i^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + \frac{2h}{k_4 I_i^c} u_i^d + u_{i+1}^d = 0
 \end{aligned} \quad (13)$$

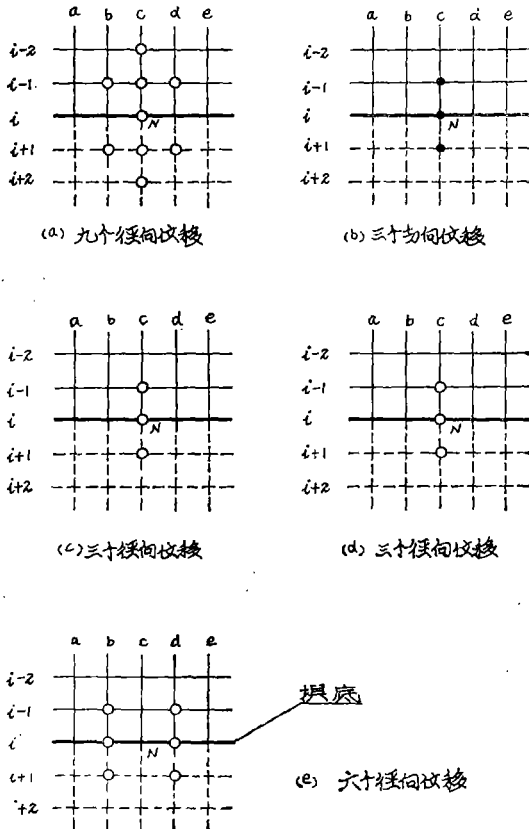


图 9

弹性固结坝底边界条件差分方程(13)式中与边界结点 $N_i^c$ 周围有联系的位移见图9,

#### 4. 坝底设置底缝的边界条件

通过对一些拱坝的计算和参阅有关计算资料发现,拱坝承受荷载后,拱冠梁底上游面拉应力常常超过允许值,此时,虽然引起梁底开裂,但坝体却还有大的承载潜力。因此,单纯控制拱冠梁底拉应力常常使坝体做得很厚,若不对它进行控制则坝有可能开裂,引起漏水。为即能充分发挥拱坝的巨大承载潜力,又能事先采取措施防止坝体漏水的一种处理办法就是在坝底设置底缝。

##### 坝底设置底缝的基本假定

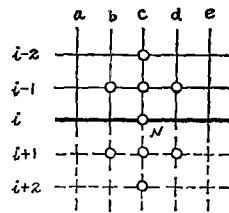
假定梁底是弹性摩擦支承,底缝上游面不再承受拉应力,法向压力 $N_z$ 是向基础传递的,而弯矩则作为偏心受压传递到基础上,即 $M_z = \frac{t}{6} N_z$ ,由于设置了底缝而引起径向位移增加的经向剪力 $Q = N_z f$ ,扭矩不变。这样假定以后的边界条件仍能满足弹性固结坝底边界条件。从而得到设置底缝的边界条件公式(14)

$$\begin{cases}
 u = -\frac{1}{E_r} (k_3 (\frac{t}{6} N_z + M^*_{yz}) + N_z f) \\
 v = -\frac{k_3}{E_r} \frac{N_{zy} + N_{yz}}{2} \\
 w = -\frac{k_2}{E_r} N_z \\
 u' = \frac{k_1 t}{E_r 6} N_z
 \end{cases} \quad (14)$$

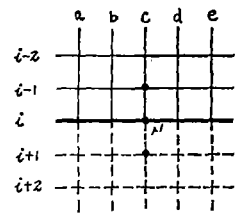
$$\left\{ \begin{aligned} u^{\bullet} &= \frac{k_4}{E_r} M_{YZ} \end{aligned} \right.$$

把(3)式代入(4)式，再经过差分处理、合并、化简就可得到以下五个坝底设置底缝边界条件的有限差分变位方程式(15)；

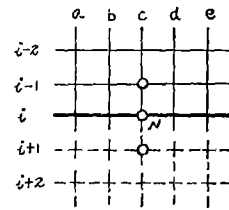
$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{6R_i^c}{t_i^c} (u_{i-1}^b - u_{i+1}^b) - u_{i-2}^c + \left( \frac{12hf}{k_3 t_i^c} - \frac{12R_i^c}{t_i^c} + 2 \right) u_{i-1}^c + \left( \frac{12R_i^c h^3}{k_3 I_i^c t_i^c} \right. \\ & \quad \left. + \frac{24hf}{k_3 t_i^c} \right) u_i^c + \left( -\frac{12hf}{k_3 t_i^c} + \frac{12R_i^c}{t_i^c} - 2 \right) u_{i+1}^c + u_{i+2}^c \\ & \quad + \frac{6R_i^c}{t_i^c} (u_{i-1}^d - u_{i+1}^d) = 0 \\ & v_{i-1}^c - \frac{4h}{k_3 t_i^c} v_i^c + v_{i+1}^c = 0 \\ & u_{i-1}^c - 2u_i^c + u_{i+1}^c + \frac{R_i^c h^2}{k_2 I_i^c} w_i^c = 0 \\ & \frac{3R_i^c h + k_1 t_i^c I_i^c}{3R_i^c h - k_1 t_i^c I_i^c} u_{i-1}^c - \frac{2k_1 t_i^c I_i^c}{3R_i^c h - k_1 t_i^c I_i^c} u_i^c \\ & \quad - u_{i+1}^c = 0 \\ & u_{i-1}^b - \frac{2h}{k_4 I_i^c} u_i^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + \frac{2h}{k_4 I_i^c} u_{i+1}^d \\ & \quad + u_{i+1}^d = 0 \end{aligned} \right. \quad (15)$$



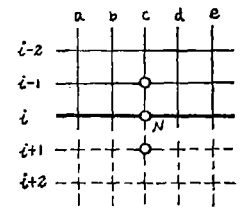
(a) 九个径向位移



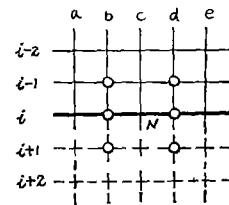
(b) 三个切向位移



(c) 三个径向位移



(d) 三个切向位移



(e) 六个径向位移

以上各式中：

$K_1, K_2, K_3, /K_3, K_4$  为伏格特系数。

$\psi$ 。坝底与坝基夹角，

$f$ 。弹性摩擦系数。

设置底缝坝底边界条件差分方程(15)式中与边界结点  $N_i^c$  周围有联系的位移见图10；

## 五 计算坝体应力的差分表达式

### 1. 双曲拱坝的应力一般表达式；

根据壳体理论即可导出双曲拱坝坝体上下游坝面的法向应力、水平应力和剪应力的一般变位微分方程式：

$$\left\{ \sigma_z \frac{t}{F} = \frac{E_c}{1-\mu^2} (w' + \mu v^{\bullet} + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{\mu}{R_2} \right) u \pm \frac{t}{2} (u'' + \mu u^{\bullet\bullet}) + \frac{t^2}{4} \left( \frac{u'''}{R_1} + \mu \frac{u^{\bullet\bullet\bullet}}{R_2} \right) \right\}$$

图 10

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_y \frac{t}{F} &= \frac{E_c}{1-\mu^2} \{ v' + \mu w' + (\frac{1}{R_2} + \frac{\mu}{R_1}) u \pm \frac{t}{2} (u'' + \mu u'') + \frac{t^2}{4} (\frac{u''}{R_2} + \mu \frac{u''}{R_1}) \} \\ \tau_{zy} &= \frac{E_c}{2(1+\mu)} \{ w' + v' - \frac{2u}{R_{12}} \pm tu' + \frac{t^2}{4} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) u' \} \end{aligned} \right. \quad (16)$$

把差分一般公式代入上式就可得到用位移表示的坝体应力计算公式(17)

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_z \frac{t}{F} &= \frac{E_c}{1-\mu^2} \{ \frac{1}{2h} (w_{i+1}^c - w_{i-1}^c) + \frac{\mu}{2h} (v_i^d - v_i^b) + (\frac{1}{R_1} + \frac{\mu}{R_2}) u_i^c \pm \frac{t_i^c}{2h^2} \\ &\quad \times (\mu u_i^b + u_{i-1}^c - 2(1+\mu) u_i^c + u_{i+1}^c + \mu u_i^d) + \frac{t_i^2}{4h^2} \{ \frac{\mu}{R_2} u_i^b + \frac{1}{R_1} u_{i-1}^c \\ &\quad - 2(\frac{1}{R_1} + \frac{\mu}{R_2}) u_i^c + \frac{1}{R_1} u_{i+1}^c + \frac{\mu}{R_2} u_i^d \} \} \\ \sigma_y \frac{t}{F} &= \frac{E_c}{1-\mu^2} \{ \frac{1}{2h} (v_i^d - v_i^b) + \frac{\mu}{2h} (w_{i+1}^c - w_{i-1}^c) + \frac{1}{R_2} + \frac{\mu}{R_1} u_i^c \pm \frac{t_i^c}{2h^2} (u_i^b \\ &\quad + \mu u_{i-1}^c - 2(1+\mu) u_i^c + \mu u_{i+1}^c + u_i^d) + \frac{t_i^2}{4h^2} (\frac{1}{R_2} u_i^b + \frac{\mu}{R_1} u_{i-1}^c - 2(\frac{1}{R_2} \\ &\quad + \frac{\mu}{R_1}) u_i^c + \frac{\mu}{R_1} u_{i+1}^c + \frac{1}{R_2} u_i^d) \} \\ \tau_{zy} \frac{t}{F} &= \frac{E_c}{2(1+\mu)} \{ (\frac{1}{2h} (w_i^d - w_i^b) + \frac{1}{2h} (v_{i+1}^c - v_{i-1}^c) - \frac{2}{R_{12}} u_i^c) \pm \frac{t_i^c}{4h^2} (1 \\ &\quad + \frac{t_i^c}{4} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})) (u_{i-1}^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + u_{i+1}^d) \} \end{aligned} \right. \quad (17)$$

## 2. 单曲拱坝的差分表达式

因单曲圆柱拱坝法向曲半径  $R_1 = \infty$ , 假定  $w = 0$ , 再把差分一般公式代入经化简成单曲拱坝的变位微分方程式就可得到以下单曲拱坝计算坝体应力的差分公式(18);

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_z \frac{t}{F} &= \frac{E_c}{1-\mu^2} \{ \frac{\mu}{2h} (v_i^d - v_i^b) + \frac{\mu t^2}{4Rh^2} (u_i^b + (\frac{4h^2}{t^2} - 2) u_i^c + u_i^d) \pm \frac{t}{2h^2} (\mu u_i^b + u_{i-1}^c \\ &\quad - 2(1+\mu) u_i^c + u_{i+1}^c + \mu u_i^d) \} \\ \sigma_y \frac{t}{F} &= \frac{E_c}{1-\mu^2} \{ \frac{1}{2h} (v_i^d - v_i^b) + \frac{t^2}{4Rh^2} (u_i^b + (\frac{4h^2}{t^2} - 2) u_i^c + u_i^d) \pm \frac{t}{2h^2} \\ &\quad \times (u_i^b + \mu u_{i-1}^c - 2(1+\mu) u_i^c + \mu u_{i+1}^c + u_i^d) \} \\ \tau_{zy} \frac{t}{F} &= \frac{E_c}{2(1+\mu)} \{ \frac{1}{2h} (v_{i+1}^c - v_{i-1}^c) + \frac{t^2}{16Rh^2} (u_{i-1}^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + u_{i+1}^d) \\ &\quad \pm \frac{t}{4h^2} (u_{i-1}^b - u_{i+1}^b - u_{i-1}^d + u_{i+1}^d) \} \end{aligned} \right. \quad (18)$$

## 3. 主应力和主应力方向的计算公式

$$\begin{cases} \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{zy}^2} \\ \operatorname{tg} 2\theta = -\frac{2\tau_{zy}}{\sigma_z - \sigma_y} \end{cases} \quad (19)$$

## 六 实例计算和结果分析

本文针对八一年六月建成的小沟园筒形砌石薄拱坝(图11)分别用水平拱法,拱梁分载法等以及本文推荐的坝体结点变位差分方程式和弹性边界条件差分方程式对实例进行了计算;

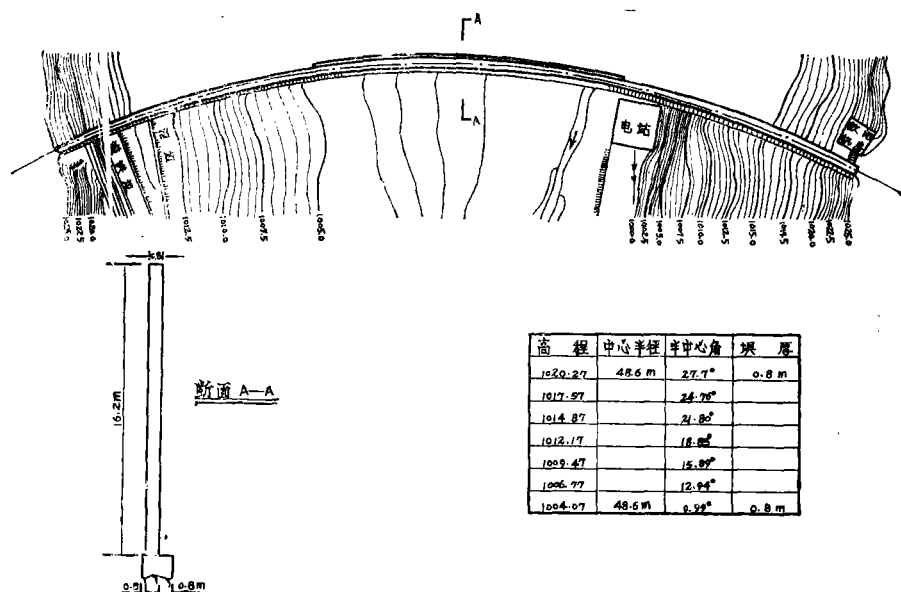


图11: 砌石拱坝的平面图及断面图

## 1. 基本数据

坝高	16.20米	坝厚	0.8米
设计水位水压力		$P = 1.41 \text{ 吨/米}^2$	
坝轴中心半径		$R = 48.6 \text{ 米}$	
坝址河谷为梯形,		左岸岸坡为 $50^\circ$ ,	右岸岸坡为 $40 \sim 50^\circ$ ;
坝顶弧长:		外弧、46.43米,	内弧、45.70米
坝底弧长:		外弧、17.58米,	内弧、17.22米
坝顶拱中心角、	$55.4^\circ$ ,	坝底拱中心角、	$19.98^\circ$
砌石容重	$2.3 \text{ 吨/米}^3$	基岩泊桑比	$\mu = 0.2$
基岩和砌石弹性模量		$E_r = E_c = 100000 \text{ 公斤/厘米}^2$	
坝底缝摩擦系数		$f = 0.3$	

## 2. 差分法计算步骤

首先按坝体左右对称面两岸坡都倾斜 $45^\circ$ ，取坝体一半以 $h = 2.7$  米的计算距离划分正方形计算网格见图12。

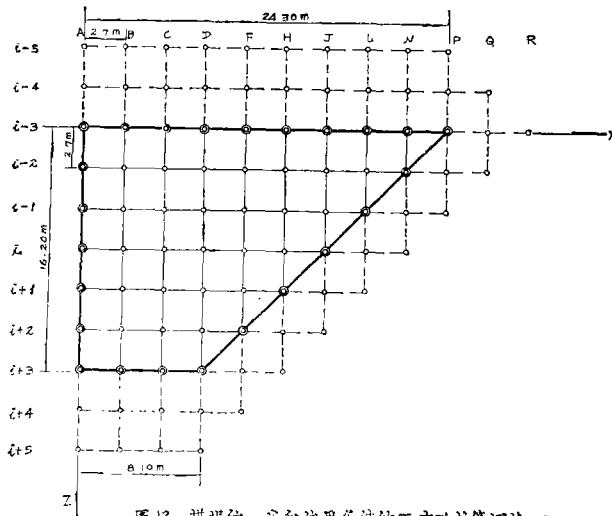


图12 拱坝的一半和边界条件的正方形计算网格 ( $h=2.7m$ ) 1:250

拱坝通过划分正方形网格得到：

坝内共有49个实结点；其中有9个坝顶实结点，30个坝内实结点，7个岸基实点结，3个坝底实结点，还有与实结点的变位计算相关连的44个虚结点。

然后，第一，利用以上园拱形拱坝网格结点的有限变位差分方程式，（7）列出坝内49个结点的98个结点变位线性方程式；

第二，利用坝顶边界条件方程（9）式列出坝顶虚结点的31个变位线性方程式；

第三，利用两岸弹性固结坝基边界条件方程（11）式列出岸坡坝基虚结点的22个变位线性方程式；

第四，分别利用弹性固结坝底边界条件方程（13）式和设置底缝的坝底边界条件方程（15）式，分别列出两种不同坝底边界情况的坝底虚结点各12个变位线性方程式。这样就分别对两种不同坝底边界条件的坝体各列出了163个变位线性方程式。由于计算时取拱坝左右对称，因此，拱冠断面的9个切向位移 $v = 0$ ，因此，最后各剩下154个变位方程。而在这154个变位未知量中包括了93个径向位移 $u$ 和61个切向位移 $v$ 。在这二种边界情况的变位线性方程里，最后只有15个未知量，而未知量的系数仅是拱坝形状的几何函数。

最后，在求得这154个变位线性方程组的未知量系数后，再利用AIGOL语言编写的无围代主元消去法程序在TQ—16计算机上运算。就可十分顺利地解得这154个坝体网格结点的变位值。接着在把这些变位值输入计算坝体应力程序中运算，就可最终求得拱坝弹性固结边界和设置底缝二种情况的坝体上下游面的法向应力、水平应力、剪应力和主应力。

部分结果见表1，图13~19；

表 1 各种理论计算方法的拱冠梁的变位、切向应力、法向应力成果表

kg/cm<sup>2</sup> + 为压, - 为拉

结 点 号	考虑径向变位一致 的拱冠梁法				径向、扭转、变位一致 的改进简约法				差分法计算弹性固结边界								差分法计算设置底缝边界											
	切向应力 $\sigma_y$				切向应力 $\sigma_y$				法向应力 $\sigma_z$				法向应力 $\sigma_z$				变 位				变 位				法向应力 $\sigma_z$			
	上游		下游		上游		下游		上游		下游		上游		下游		u	v	u	v	u	v	u	v	u	v		
	上	下	上	下	上	下	上	下	上	下	上	下	上	下	上	下												
i-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.81	0	-5.29	8.89	2.78	-2.06	4.81	0	-5.29	8.89	2.78	-2.06			
i-2	19.99	10.23	0.62	0.62	20.42	10.46	5.42	-4.18	8.48	0	6.01	10.33	6.74	8.48	0	6.01	10.33	6.74	-3.48	8.32	0	6.08	10.35	6.87	-3.58			
i-1	32.51	14.11	5.49	-3.01	29.18	12.66	20.42	-17.94	15.14	0	28.20	12.72	23.03	14.85	0	27.81	12.42	23.28	-14.85	14.80	0	27.81	12.42	23.28	-15.24			
i	42.50	13.23	11.76	-8.03	34.98	10.88	35.72	-31.99	18.63	0	40.58	12.92	37.20	26.50	18.05	0	39.63	12.93	-26.50	18.05	0	39.63	12.93	36.90	-26.39			
i+1	45.45	7.15	6.43	-1.46	32.77	5.16	37.85	-32.88	16.82	0	39.41	10.19	40.15	-30.23	16.02	0	37.51	9.43	-30.23	16.02	0	37.51	9.43	38.67	-29.28			
i+2	25.98	-1.04	-29.99	36.21	19.07	-0.77	6.50	-0.29	9.13	0	18.51	6.67	10.72	-5.68	8.31	0	15.68	6.76	-5.68	8.31	0	15.68	6.76	8.68	0.80			
i+3	0.51	-0.13	-127.69	135.14	0.82	-0.22	-90.77	98.23	0.16	0	-4.26	1.09	-13.57	12.94	3.50	0	2.21	-3.96	12.94	3.50	0	2.21	-3.96	4.28	4.63			

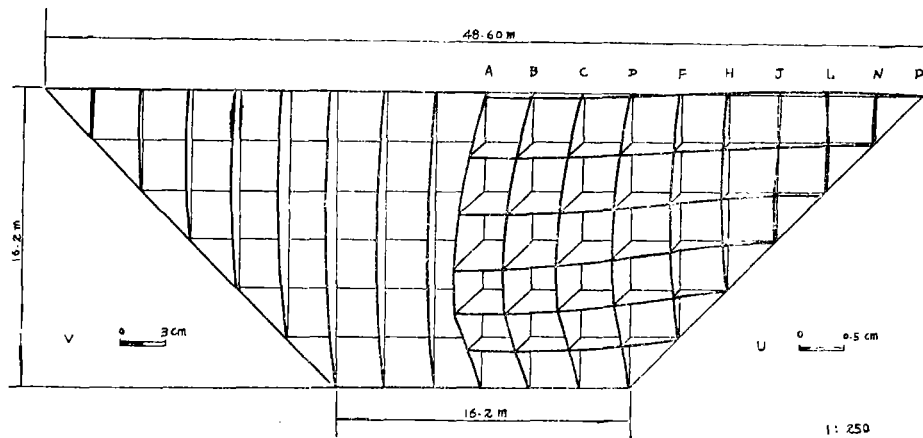
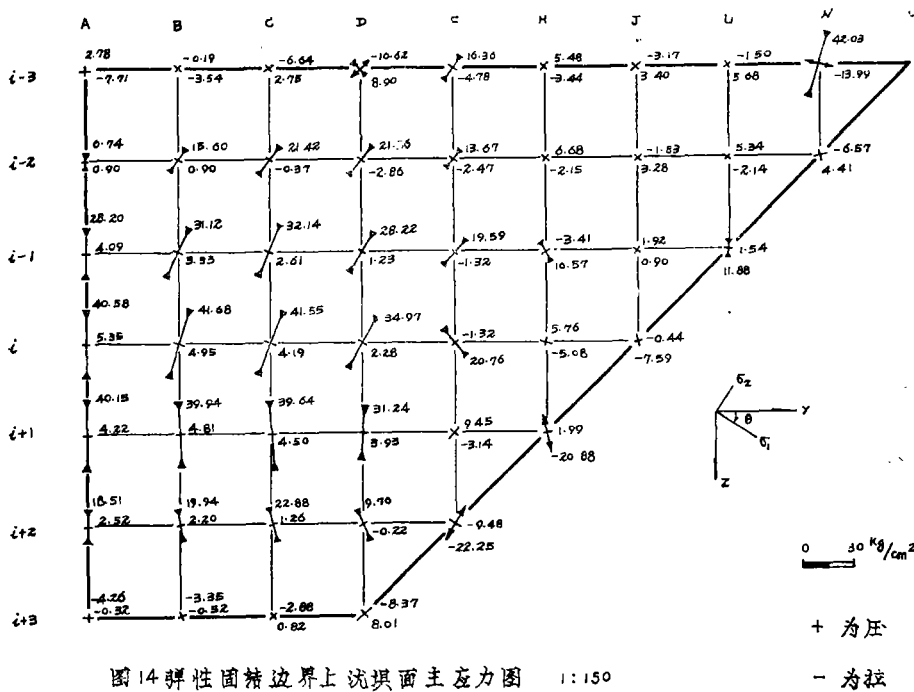
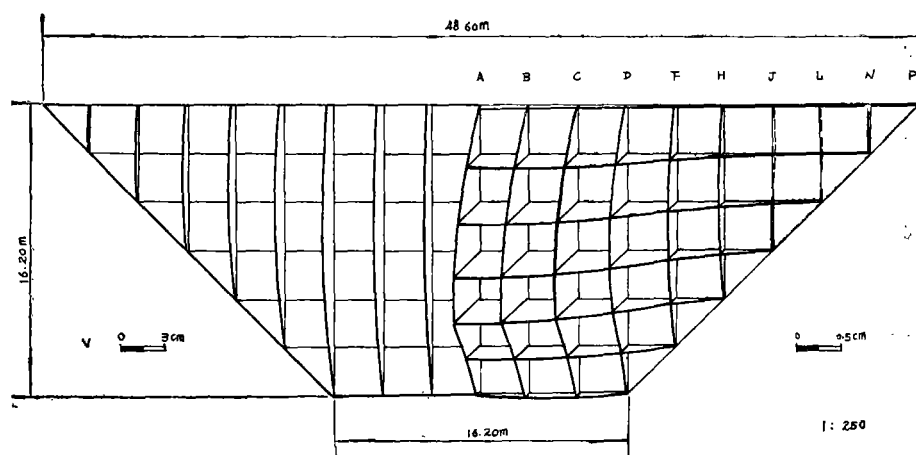
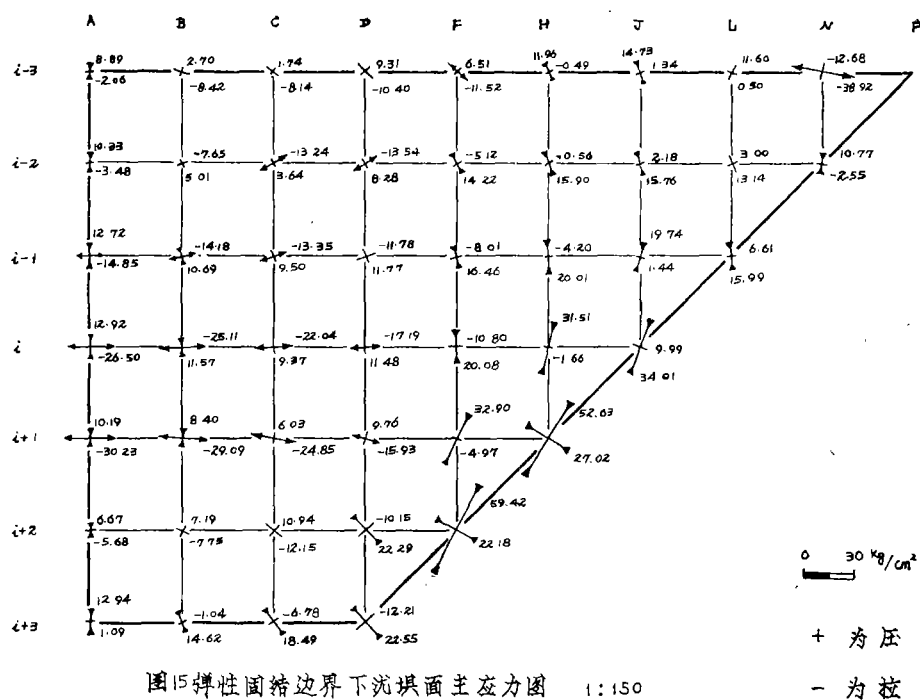


图 13 弹性固结边界的拱坝在设计水位水压力作用下所引起的径向( $u$ )和切向( $v$ )位移







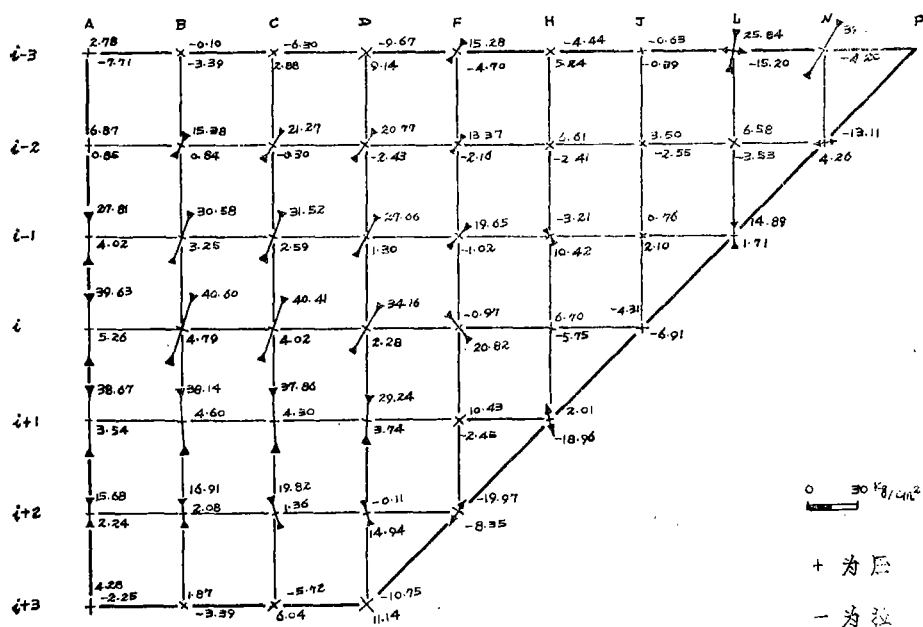


图17拱底坝底缝边界上坝面主应力图 1:150

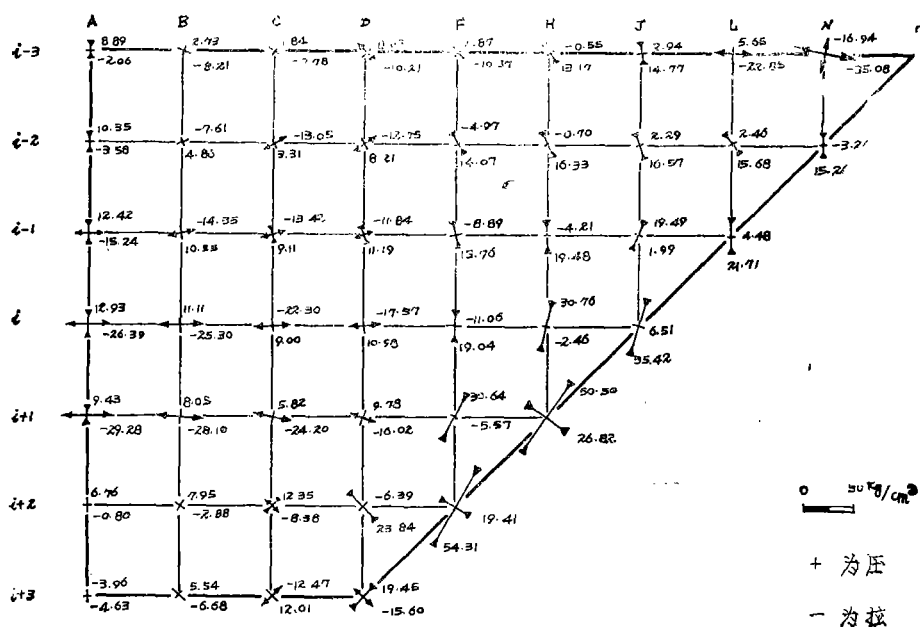


图18拱底坝底缝边界下坝面主应力图 1:150

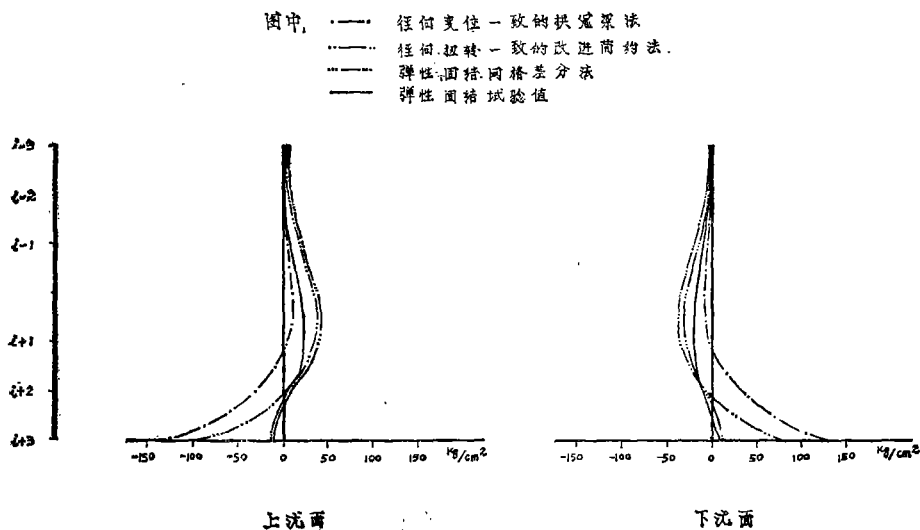


图 19 悬臂梁上下游面法向应力  $\sigma_z$  分布曲线图 1:250 (计算与试验比较曲线)

通过以上对实例用几种理论方法对比计算得出:

1. 如果对该薄拱坝采用常规方法时, 计算结果, 拱向一般都是压应力, 而最大则没有超过 45 公斤/厘米<sup>2</sup>, 然而, 作为控制坝体断面厚度的拱冠梁上游面则出现了 100 公斤/厘米<sup>2</sup>左右的拉应力, 这就远远超过了砌体材料的许可拉应力。出现这种情况的原因, 本文认为主要是由于拱、梁分载法计算时, 把底拱看做是自由的, 没有考虑底拱与地基的共同作用, 即没有考虑拱坝的空间作用, 故而加大了悬臂梁的应力。

2. 由用壳体理论差分法和伏格特 (F · Vogt) 假定的边界条件方程计算得的结果中可以看出: 整个坝面拱向应力变化不大, 大都是压应力, 一般均在 40 公斤/厘米<sup>2</sup> 以下。而梁上应力却大大的得到了改善, 上游面梁底拉应力已几倍的缩小为 13.57 公斤/厘米<sup>2</sup>。由于充分考虑了地基变形的影响, 在梁的下游面出现了 30 公斤/厘米<sup>2</sup> 的拉应力。但由于拉应力是在下游面, 而且由于拱坝的空间结构作用, 这种拉应力不会造成很大的危害。据此可以初步得到这样的结论: 对于薄拱坝而言, 由于考虑地基变形的影响, 坝下游面会出现梁向拉应力, 而且拉应力的大小和范围将随基础变形的增加而增加。同时需要指出, 本文在实例计算中没有考虑坝体自重的影响, 如加上自重对改善梁上应力则是有利的。

3. 由用壳体理论差分法加伏格特 (F · Vogt) 假定的边界条件方程的理论计算与弹性固结边界的结构模型试验结果的对比中发现:

#### (1) 径向变位:

对于薄拱坝来说, 在充分考虑了拱坝的空间结构作用和地基变形的影响后, 其最大变位不是发生在拱顶, 而是发生在离坝底 1/3 高度处。其理论计算最大径向变位值是 18.6 毫米, 而试验百分表的量测最大值是 17.76 毫米, 结果基本一样。

#### (2) 拱、梁应力:

从针对弹性固结和设底缝边界这两种情况的理论计算与结构模型试验的结果对比中可以

得出:

拱向应力: 两种情况都大体分别相一致;

梁向应力: 设置底缝的梁上游面计算与试验都是压应力, 而弹性固结的梁上游面计算梁底拉应力是 $-13.57$ 公斤/厘米<sup>2</sup>, 试验梁底拉应力是 $-13.06$ 公斤/厘米<sup>2</sup>, 在从拱冠梁理论计算与试验应力对比曲线上也看出两条曲线基本吻合。由此得出的结论是:

就是用考虑了拱坝空间结构作用的壳体理论差分法加上考虑了地基变形影响的伏格特 (F · Vogt) 边界条件方程计算薄拱坝是符合拱坝的实际受力状况的。

4. 本文采用的壳体理论差分法和伏格特 (F · Vogt) 假定的边界条件方程, 不仅符合实际的边界情况, 而且便于掌握。一旦坝体网格划分, 列系数矩阵等准备工作完成后, 对电算, 选用本文采用的用 AOGOL 语言编写的无围代主元消去法程序在 TQ-16 机上运算, 仅需 7 分钟的时间即可求得坝体网格结点上下游面的全部应力成果。经试验验证确知, 用这种方法求得的应力结果是合理的。

## 七. 不同型式的边缝拱坝的试验研究

由于拱坝的几何形状和边界情况都十分复杂, 而要完全依靠理论分析的方法精确计算拱坝的应力, 在目前还存在着一定的困难。因此, 本文第一, 要通过结构模型试验从而验证一下在利用壳体理论差分法和对不同坝基边界条件的处理应用后计算坝体应力的精度。第二, 对弹性固结、设置底缝, 部分周边缝和全周边缝四种边界条件的结构进行模型试验研究, 分析评论各种边界情况的应力状态和破坏机理。建议一种比较合理的边缝坝型。

### 1. 材料与比值

四组不同边界情况的模型试验选用了石膏作为模型材料, 兰色包书纸作为边缝摩擦填塞材料。在试验中采用  $C_e \neq 1$  的不完全相似系数,  $C_l = 1/50$  的几何比值,  $C_\sigma \approx 8$  的面力比值。

### 2. 电阻应变测量结果

部分量测结果见表2和图20;

### 3. 量测成果分析

弹性固结边界:

上游拱冠梁底出现 $-10.04$ 公斤/厘米<sup>2</sup>的拉应力, 下游面在离 $1/3$ 坝底高度处出现了 $-13.3$ 公斤/厘米<sup>2</sup>的拉应力。最大径向变位 $17.8$ 毫米;

设置底缝边界:

上游面梁上最大压应力为 $19.82$ 公斤/厘米<sup>2</sup>, 下游面最大拉应力为 $-12.59$ 公斤/厘米<sup>2</sup>, 而拱底转角处则出现了 $48.6$ 公斤/厘米<sup>2</sup>的集中压应力。最大径向变位为 $17.97$ 毫米。

部分周边缝边界:

上游坝面梁向全部受压, 最大压应力为 $20.9$ 公斤/厘米<sup>2</sup>,

下游最大拉应力为 $-14.23$ 公斤/厘米<sup>2</sup>。最大径向变位为 $18.33$ 毫米。

全周边缝边界:

梁向上游最大压应力为 $22.15$ 公斤/厘米<sup>2</sup>, 下游面全部受拉, 最大拉应力为 $-15.76$ 公斤/厘米<sup>2</sup>, 最大径向变位 $23.7$ 毫米。

通过对弹性全固结, 设置底缝, 部分周边缝和全周边缝四种边界情况的拱坝结构模



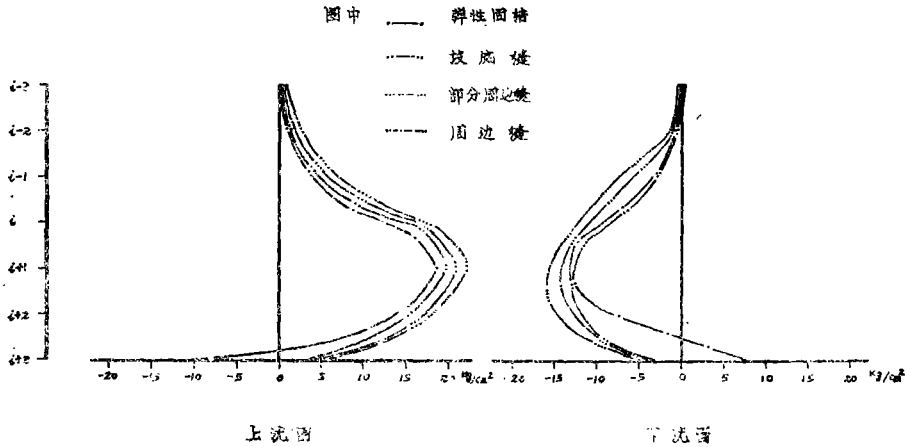


图20不同边界的坝型规范基坝上下流面法向应力 $\sigma_x$ 分布曲线图(1:25)

的试验研究,本文分析认为:

#### 全周边缝坝:

由于周边拱坝是近年来国内兴建的一种新型坝型,优点是:

(1) 无论河谷如何不规则,都能通过砌筑坝基垫座保证坝体周边的对称、平缓、连续,从而限制由于坝体不对称而产生过大的扭转应力。而且坝基垫座又起构造河谷的作用,致使拱端推力均匀分布到大面积基岩上去,增加坝体的安全度。

(2) 设周边缝后能减少拱端上游侧和梁底的拉应力,周边缝还可以起到工作缝的作用。

虽然这种坝型存在以上优点,然而它也存在如下的缺点:

(1) 结构比较复杂,施工不便掌握处理,尤其是对周边缝边界条件的计算处理尚没有适当的方法可以选用。

(2) 设周边缝后,作用于基础的轴力较大,位移也有显著增加。尤其是当单曲平薄拱坝设置这种型式时,在水平荷载作用下,模型出现了明显地上抬位移,使底拱轴线拉长,致使在底拱下游面拱冠附近产生裂缝,在水平荷载继续作用下,逐渐形成直通坝顶的垂直开裂,最后,拱坝就会像两扇门一样被推开,使拱坝结底被破坏。

#### 设置底缝坝:

具备的优点是:

(1) 为了便于拱坝设置底缝,必须在坝底砌一基座,经这样处理后,峡谷便形成一个基本规则的梯形断面,它不仅能改善坝体的扭转应力,而且还能利用这一标准峡谷断面选择合适的坝型。致使坝底与坝顶中心角相差不致十分悬殊,更接近于最优中心角。

(2) 设置底缝后,拱的作用增加了,因而明显地减小了上游悬臂梁底的拉应力。

(3) 由于设置底缝的拱坝两岸坝端是固结的,因此它就避免了周边缝拱坝在水平荷载作用下坝体出现上抬位移的现象。

虽然设置底缝拱坝具备许多优点,但是,这种坝型在水平荷载作用下,其最大缺点就是

作用于基础的轴力增加,致使坝底水平变位增大。坝体下游拱冠附近产生远大于坝体的许可拉应力,因而开裂,并逐渐向上延伸至坝顶,最后,导致坝体破坏,丧失蓄水能力。而在坝底转角处,还产生了较大的集中压应力,这种局部应力集中现象对坝身安全也是十分不利的。

部分周边缝拱坝:

部分周边缝拱坝即坝体上部固结下部设缝。这种坝型除具备以上两种坝型的优点外,它还具备下列优点:

(1) 由于部分固结,坝体不会出现上抬现象。

(2) 在底部 $1/3$ 模围内消除了上游拱端所出现的较大拉应力,在底部与坝基交界处会出现过大的压应力集中。

(3) 部分周边缝拱坝对抵抗侧向地震作用是有利的

## 结 论

1. 用壳体理论差分法与伏格特(F·Vogt)假定的弹性边界计算薄拱坝的坝体应力将更真实地反映拱坝这个三向空间结构的实际受力状况。而且计算成果将比用诸如水平拱、拱梁分载等其它方法更为精确。

2. 通过用数学差分变换可以把计算复杂的,变位微分方程转换成计算简单的变位线性代数方程,而在计算机广泛使用的今天,解这样一组简化后的变位线性方程组就更加简便。

3. 用坝高延长法不仅存在着由于对不同拱坝坝体的延长高度不是一个定值而不宜准确确定外,而简单地按延伸边缘处是刚性固结,三向变位都是零的假定边界条件是不合适地。地基变位对计算拱坝的应力有较大的影响,不宜忽略。而选用伏格特(F·Vogt)假定边界,用壳体理论差分法的虚结点予以反应这种边界条件,不仅与薄拱坝的实际边界条件相一致,而伏格特边界在理论上也较为成熟,同时具有丰富地使用经验,长期以来已基本被工程界所接受。

4. 壳体理论差分法不仅可用在单曲平薄拱坝上,而且同样可应用在双曲率薄拱坝的计算上。它不仅可以用来计算水平荷载作用的拱坝,而且也可用来计算温度、地震等各种荷载共同作用在拱坝上的坝体应力。对双变曲薄拱坝的变位平衡方程,仅未知量的数目有所增加,方程中未知量的系数较为复杂一些,而计算出的成果同样具有足够的精度。用它不仅能对坝体和坝基是同一弹模的可以计算,而对异弹模的照样也可以计算。

5. 由于壳体理论差分法的变位平衡方程中未知数的系数仅为坝体几何形状的函数,因此,在对不同荷载作用时,仅需修正取决于荷载作用的各项。而用伏格特(F·Vogt)假定的弹性边界,在计算不同边界的坝体应力时,仅需修正边界条件变位方程即可。所以,对不同边界条件的拱坝作不同荷载作用的方案计算比较尤其方便。

6. 通过用壳体理论差分法和伏格特(F·Vogt)假定边界针对弹性固结,设置底缝两种边界条件的实例计算,又经实验验证后发现,不管是变位或者应力,计算和试验数值都十分相近。因此,大体可以确认用这种方法和这种边界条件的处理来计算拱坝是一种切实可行的简便方法。

7.通过对以上,弹性固结,设置底缝,部分周边缝,全周边缝边界坝型的试验研究,本文初步认为:在梯形河谷中修建薄拱坝,若采用周边缝坝型,在水平荷载作用下,坝体将上抬位移,致使底拱下游拱冠附近出现裂缝,裂缝逐渐扩伸,将导致坝体结底破坏。若选用设置底缝坝型,在水平荷载作用下,由于底拱水平位移较大,因此,在底拱下游拱冠附近就出现了较大的拉应力,这是导致坝底出现裂缝破坏坝体的不利因素。并且在坝底转角处还产生了较大的超过砌体材料许可的集中应力。而部分周边缝拱坝避免了上抬位移现象,在离坝底1/3高度处消除了拱端拉应力和拱底转角处的压力集中。因此,初步认为,部分周边缝拱坝是优于其它两种有缝坝型的,在修建体积小,重量轻的薄拱坝时是值得推广的。

由于多篇幅限制,本文仅列出拱冠梁法向量测应力成果予以对比分析,其余试验量测成果均未列出。

最后,感谢指导教师在作者的研究生学习期间和论文撰写中所给予的指导。对实验室和其它有关老师的指导在此一并表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] R. 普里居斯(罗马尼亚), 网格法计算拱坝 1958
- [2] 龙巴地 薄拱坝 1955
- [3] Treatise on Dams, Chapter 10, 《Arch Dams》 U.S. Bureau of Reclamation, 1949
- [4] 汪景奇 拱坝的设计和计算 1965
- [5] 王毓泰 拱坝 1978
- [6] S.Timoshekko and S.Woinowsky—krieger second Edition. Theory of plate and shell.1959
- [7] 钱伟长 叶开源 弹性力学 1956
- [8] K.V. Swamiatthan, structural Behaviour of Arch Dams on Elastic Theory of Arch Dams. 1965
- [9] А А ПАСАБЕРИДЗЕ РАСЧЕМ АРОЧНЫХ ПЛУМИН 1966.
- [10] 中山大学计算数学教研室 薄拱坝的网格法计算公式 1973
- [11] 浙江水电研究所, 杭州大学数学系 网格法计算底缝拱坝应力 1977
- [12] 周鸿钧, 张一平, 李树生 小沟部分周边缝拱坝模型试验研究 1982
- [13] 清华大学 计算方法 1974