

# 土坝斜墙稳定计算方法评述

张一平

(水利系)

## 提 要

包括土坝在内的土坝稳定分析方法很多。本文通过一个带有粘土截水槽的斜墙土坝上游坝坡稳定计算实例,对不考虑土条间相互作用力的抗力体法和考虑土条间相互作用力的毕夏普法、推力传递法和分块极限平衡法作了比较和评述,认为对于斜墙坝坡的稳定计算,不宜采用推力传递法。本文推荐了分块极限平衡法,并根据不同情况对抗力体法作了修正。

## 一、计算斜墙稳定的抗力体法

对于薄斜墙土坝上游坡的稳定分析,其滑动面都假设为折线形。计算方法很多。这里先介绍一种在我国用的较早且较广泛的方法。

假设斜墙及保护层一起失稳时的滑动面为图1所示的ABCD。将滑动土体分成三个土条, $G_1$ 、 $G_2$ 和 $G_3$ 分别为三个土条的重量。设斜墙和砂壳的结合面CD的抗剪强度指标为 $\phi_1$ 和 $C_1$ ;在粘性土斜墙内的滑动面BC上的指标为 $\phi_2$ 和 $C_2$ ;在保护层内的滑动面AB上的指标为 $\phi_3$ 。则 $G_1$ 和 $G_2$ 沿各自的滑动面产生的滑动力的水平分力的和为

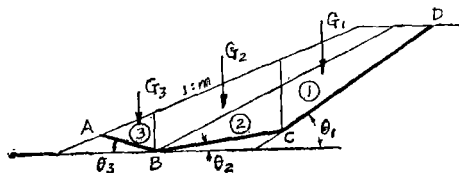


图 1

$$P_a = G_1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 + G_2 \cos \theta_2 \sin \theta_2 \quad (1)$$

抗滑力的水平分力的和为:

$$P_{a1} = G_1 \cos^2 \theta_1 \tan \phi_1 + G_2 \cos^2 \theta_2 \tan \phi_2 + c_1 l_1 \cos \theta_1 + C_2 l_2 \cos \theta_2 \quad (2)$$

$G_3$ 则作为抗滑土体,对右侧的滑动体产生抗滑力,其值按被动土压力计算,

$$P_{a2} = G_3 \tan (\phi_3 + \theta_3) \quad (3)$$

于是斜墙与保护层一起滑动的抗滑稳定安全系数为

$$K = \frac{P_{a1} + P_{a2}}{P_a} \quad (4)$$

对于任一选定的 $\theta_2$ 角,使安全系数最小的 $\theta_3$ 可由条件 $\frac{\partial K}{\partial \theta_3} = \frac{d}{d\theta_3} G_3 \tan (\phi_3 + \theta_3) = 0$ 直接求得:

$$\tan \theta_3 = -f_3 + \sqrt{f_3^2 + \left(1 - \frac{1+f_3^2}{mf_3}\right)} \quad (5)$$

式中 $m$ 为上游坝面坡率,  $f_3 = \tan \phi_3$ 。

显然, (5) 式只取决于 $f_3$ 和 $m$ , 由 (5) 式求得的 $\theta_3$ 以及 $\theta_1$ 都是定值, 不须试算。须要试算的只是 $\theta_2$ 即可求得最小安全系数。

这个方法的主要特点是把保护层内的土条③作为右侧土体的抗滑支承体, 为了后面叙述方便起见, 我们固称此法为抗力体法。

抗力体法是不考虑土条间的相互作用力的。其试算工作量小, 这是该法的优点。不过当

用 (5) 式计算所得的 $\theta_3 < 0$  时, 土条③将向下方滑出 (如图2所示), 此时影响土条③的几何参数较多, 使 $K$ 最小的 $\theta_3$ 难以直接算出, 公式 (5) 也不再适用, 因此 $\theta_3$ 也必须经过试算确定, 因而就难以显示它的优越性。

我们在对一个带有粘性土截水槽的斜墙坝用上列公式进行稳定计算时, 发现计算结果很不合理。本文就以此实例, 对土坝斜墙的稳定计算方法作一些探讨。

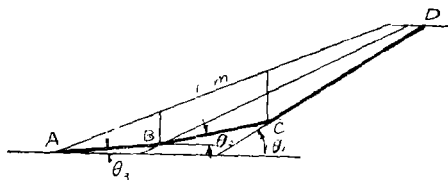


图 2

不合理。本文就以此实例, 对土坝斜墙的稳定计算方法作一些探讨。

## 二、抗力体法的修正

图3 是一个有粘性土截水槽的斜墙坝上游坝坡实例。斜墙和保护层的土料设计指标列于表1;

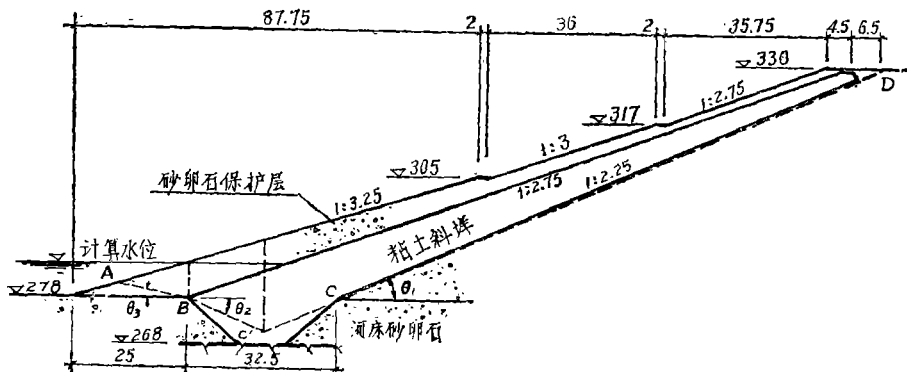


图 3

表 1

土料	湿容重 I 湿 T/m <sup>3</sup>	浮容重 I 浮 T/m <sup>3</sup>	内摩擦角 $\phi$ 度	粘结力 C T/m <sup>3</sup>
粘性土	1.98	1.05	16.6°	3.2
砂卵石	2.25	1.32	水上33° 水下30°	0

坝基为砂卵石, 其土料指标采用与保护层相同的数值。

进行稳定计算时, 先按公式 (5) 计算 $\theta_3$ , 得 $\theta_3 = 11.9582^\circ$ 。然后假设不同的 $\theta_2$ , 由公式 (1) ~ (4) 求出相应的 $K$ 值。试算的结果出现了很不合理的现象。在求最小安全系数时, 土条②的滑动面

必须深入到截水槽中, 即 $\theta_2 < 0$ ; 且随着 $\theta_2$ 的负角 (绝对值) 增大而稳定安全系数却单调减小, 直到滑动面与截水槽的上游坡面重合而仍然找不到最小的 $K$ 值 (表2)。这显然是与实际不符的。

至于当  $\theta_2 < 0$  时滑动面的假设,我们是将斜墙的下游边向下延伸而作为土条①的滑动面,并在截水槽内与土条②的滑动面相交,如图3中的BC'C所示。这样的假设是否合理,将在后面讨论。

表 2

抗力体法的计算成果

$\theta_2$	$5^\circ$	$0^\circ$	$-5^\circ$	$-10^\circ$	$-15^\circ$	$-20^\circ$	$-30^\circ$	$-43.3^\circ$
V	1.554	1.519	1.473	1.449	1.428	1.396	1.351	1.282

我们对前面的公式进行了分析。事实上,根据抗力体法的原理,当  $\theta_2 < 0$  时,土条②应和土条③一起成为抗力体的一部分。所以此时应对前面的公式作如下修正:产生滑动力的只有土条①,故土条①沿其滑动面的滑动力的水平分力为

$$P_a = G_1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 \quad (6)$$

土条①沿其滑动面的抗滑力的水平分力为

$$P_{a1} = G_1 \cos^2 \theta_1 \tan \phi_1 + c_1 l_1 \cos \theta_1 \quad (7)$$

土条②和③共同组成抗力体的被动土压力为

$$P_{a2} = G_2 \tan (\phi_2 + \theta_2) + G_3 \tan (\phi_3 + \theta_3) + \frac{c_2 l_2}{\cos \theta_2 - \sin \theta_2 \tan \phi_2} \quad (8)$$

显然,此时(8)式中的  $\theta_2$  应和  $\theta_3$  一样,应以其绝对值代入。安全系数仍按(4)式计算。类似的分析可参阅参考文献[4]

由(8)式也可看出,对于任一选定的  $\theta_2$  角,使K值最小的  $\theta_3$  仍按条件  $\frac{\partial K}{\partial \theta_3} = \frac{d}{d\theta_3} G_2 \tan (\theta_3 + \theta_2) = 0$  求得,因此公式(5)在这里仍然适用。

现在用公式(6)~(8)计算图3所示实例的安全系数,经试算求得  $K_{min} = 1.42$ , 相应的  $\theta_2 = 20^\circ$ 。

### 三、抗力体法的评价

抗力体法具有方法简单,试算工作量小的优点,但在理论上存在有严重的缺点。

1. 抗力体法以土条③作为抗力体为其特点,因此它所考虑的对象并不是整个滑动土体,只是三个土条中的①、②两土条。因而可以认为,求得的安全系数只是土条①和②的而非整个滑动土体的安全系数。

2. 土坡稳定安全系数可以有两种定义方法[2],一种是定义为沿某一滑动面的抗剪强度与该面上的剪应力之比。这样定义意味着安全系数是材料强度的储备系数,反映了抗剪强度的动用程度,概念明确而不含混。另一种定义方法是考虑到土体的摩擦力由主要为土重的荷载产生,因而将荷载减小K倍以使摩擦力降低,可是这样一来,却将荷载产生的滑动力也同时减小了K倍。所以现在一般都趋向于采用第一种定义方法。

我们如果将(4)式改写为

$$P_a = \frac{P_{a1} + P_{a2}}{K} = G_1 \cos^2 \theta_1 \frac{\tan \phi_1}{K} + G_2 \cos^2 \theta_2 \frac{\tan \phi_2}{K}$$

$$+ \frac{c_1}{K} l_1 \cos \theta_1 + \frac{c_2}{K} l_2 \cos \theta_2 + \frac{G_3}{K} \operatorname{tg} (\phi_3 + \theta_3) \quad (9)$$

上式的前四项是符合安全系数的第一种定义方法的,而最后一项如果以  $K$  除  $\operatorname{tg}(\phi_3 + \theta_3)$  显然是无意义的,于是只能将  $G_3$  减小  $K$  倍。其结果使动滑土体三个土条的安全系数赋予不同的意义,这在理论上是混乱而不严密的。

3. 抗力体法是不考虑土条间的相互作用的。但是众所周知,土条间的相互作用力是确实存在的;特别是当滑动面很不规则时,忽略其间的作用力有时将会引起很大的误差。现在一般主张应予考虑。

下面我们着重介绍计算斜墙稳定性的几种考虑土条间相互作用的稳定计算方法。

#### 四、考虑土条间相互作用的各种稳定计算方法

这里介绍的方法都是建立在一定的假设基础上的刚体极限平衡法,尽管在理论上有点,但如果假设得当,其计算结果将与用有限元法的精确计算结果相差无几<sup>[3]</sup>。所以刚体极限平衡法仍有很大的实用价值。

极限平衡法有很多种,假设不同,方法各异。最早的方法不考虑土条间的相互作用。五十年代以后,许多研究者致力于研究考虑土条间作用力的稳定计算方法。现在大体说来,有以下几种。

1. 早期,在对瑞典圆弧法进行改进时,只考虑土条界面上的法向力,此即毕夏普法。

后面的方法都计及了土条间界面上的剪切力作用。

2. 假设土条间的推力方向已知,也即土条间界面上的剪力与法向力之比为已知。一般假设传给下一土条的推力方向平行于本土条的底部滑动面,也有假设平行于土坡表面的。这个方法称为推力传递法。

3. 假设土条间界面上的剪力也达到极限平衡状态,叫作分块极限平衡法。

这几种方法都只考虑土条的外力平衡,不考虑力的作用点位置和力矩平衡。

4. 假设了土条间推力作用点的位置,并考虑了力矩平衡,这就是扬布法<sup>[1]</sup>(有的译为詹布或简布)

以上的方法都是假设土条的分界面为铅垂方向。根据少数的一些试验资料<sup>[1][3]</sup>,斜墙坝坡产生滑动破坏时,证实了滑动面为折线形,且在折线转折处土体确有上下错动而形成塑性错动带。因此将滑动土体分成土条以及土条界面上达到极限状态等假设是符合实际情况的。但是试验表明,土条的分界面并非铅直方向,而是根据不同的坝基情况,或向上游,或向下游倾斜。因此提出了

5. 土条界面倾斜的稳定计算方法。详见参考资料<sup>[3]</sup>

无疑地,第4、5种方法考虑因素比较全面,方法5且有试验根据。但是计算工作量较大。我们在这里不作介绍,读者可详阅专著。此外尚有其他一些方法,亦不拟列举。考虑我国目前较常用的,本文只介绍和讨论前三种方法在斜墙坝稳定计算中的应用,并结合前面的实例进行计算分析。

上述这些方法中的安全系数,都用上述第一种定义方法。

关于滑动面形状,即土条③是向上(图1)抑或向下(图2)滑动,在各种著作和论文中都没有专门论述。但似乎各有倾向性。有的(例如抗力体法)倾向于图1的形状;而更多则倾向于图2的形状,因而常常在一些人中引起不必要的争论。其实这两种滑动面都有可能出现。从理论上说,在滑动土体滑出点A处的滑动面与土坡表面之间的夹角应为 $45^\circ - \phi/2$ 。如果坝坡平缓,则可能出现图1的情况,反之则为图2的情况。

在斜墙下接截水槽且滑动面穿过截水槽时,在截水槽内的滑动面形状似以圆弧面较为合理,如图4所示。但为简便起见,考虑到这段滑动面长度相对较短,用图3所示的折线代替是可以的(有时圆弧复合型滑动面的K值较小)。类似如心墙土坝的例子,当滑动面穿过心墙时,也有以直线代替粘性土的圆弧滑动面的<sup>[5]</sup>。

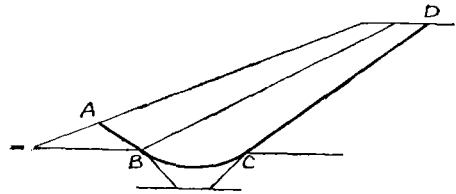


图 4

## 五、毕夏普法

毕夏普法的原理是考虑了土条之间存在的法向力而忽略界面上的切向力。设从滑动土体取出第*i*土条,土条上的外力如图5所示。图中 $S_i$ 为土条底部滑动面上的剪力,

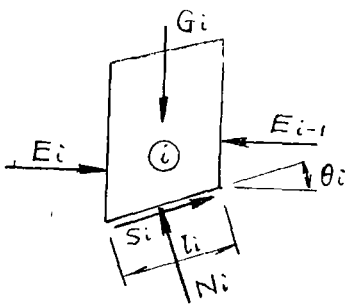


图 5

$$S_i = \frac{1}{K} (c_i l_i + N_i \tan \phi_i) \quad (10)$$

由外力平衡可得

$$\Delta E_i = E_i - E_{i-1} = G_i \tan \theta_i - \frac{c_i l_i + N_i \tan \phi_i}{K \cos \theta_i} \quad (11)$$

式中

$$N_i = \frac{G_i - \frac{c_i}{K} l_i \sin \theta_i}{\cos \theta_i + \frac{\tan \phi_i}{K} \sin \theta_i} \quad (12)$$

由 $\sum \Delta E_i = 0$ , 即可推导出安全系数公式为

$$K = \frac{\sum [c_i l_i \cos \theta_i + G_i \tan \phi_i] \frac{1}{\cos^2 \theta_i (1 + \frac{1}{K} \tan \phi_i \tan \theta_i)}}{\sum G_i \tan \theta_i} \quad (13^*)$$

上式表明,对于每一选定的滑动面,K值难以直接求出,须迭代试算。为使公式简化,令

$$n_i = \cos^2 \theta_i (1 + \frac{1}{K} \tan \phi_i \tan \theta_i) \quad (14)$$

\*本文没有考虑地震力Q和滑动面上的水压力U,下同。如果将这两个力考虑进去,则(13)式应为:

$$K = \frac{\sum [c_i l_i \cos \theta_i + (G_i - U_i \cos \theta_i) \tan \phi_i] \frac{1}{\cos \theta_i (1 + \frac{1}{K} \tan \phi_i \tan \theta_i)}}{\sum \theta_i + \sum G_i \tan \theta_i}$$

$$A_i = c_i l_i \cos \theta_i + G_i \operatorname{tg} \phi_i \quad (15)$$

$$B_i = G_i \operatorname{tg} \theta_i \quad (16)$$

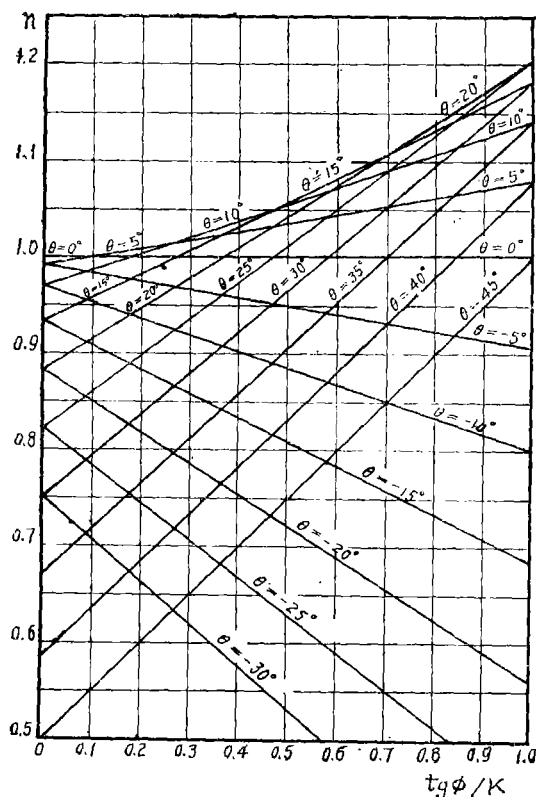


图 6

现以毕夏普法列表计算图3实例的安全系数值。设  $\theta_2 = -5^\circ$ ,  $\theta_3$  仍用抗力体法的计算结果, 即  $\theta_3 = -11.9582^\circ$ 。计算表格如表3所示。

表 3

毕夏普法计算表

$\theta_1 = 23.9625^\circ$ $\theta_2 = -5^\circ$ $\theta_3 = -11.9582^\circ$							$K_0 = 1.4$		$K_1 = 1.446$		$K_2 = 1.449$	
土条号	$G_i$ (吨)	$I_i$ (米)	$B_i =$ $G_i \operatorname{tg} \theta_i$	$G_i \operatorname{tg} \phi_i$	$C_i \cos \theta_i$	$A_i$	$n_i$	$\frac{A_i}{n_i}$	$n_i$	$\frac{A_i}{n_i}$	$n_i$	$\frac{A_i}{n_i}$
1	2584.1	134.2	1148.5	770.3	392.4	1162.8	0.9141	1272.8	0.9116	1275.6	0.9114	1275.8
2	532.4	27.1	-46.6	158.7	86.4	245.1	0.9739	251.7	0.9745	251.5	0.9745	251.5
3	71.8		-15.2	41.4	0	41.4	0.8735	47.4	0.8761	47.3	0.8763	47.3
$\Sigma$			1086.7					1571.2		1574.4		1574.6
K								1.446		1.449		1.449

经对不同的  $\theta_2$  试算后求得  $K_{\min} = 1.437$ , 相应的  $\theta_2 \cong -12^\circ$ 。然后变换  $\theta_3$ , 对于每个  $\theta_3$  重复试算得该坝坡最终的最小安全系数仍为 1.437。较抗力体法的计算结果提高了 0.017。

则 (13) 式可表示为

$$K = \frac{\sum \frac{A_i}{n_i}}{\sum B_i} \quad (17)$$

滑动面既经选定, 则各土条的  $A_i$  和  $B_i$  均可事先算出, 迭代求  $K$  时, 只须重复计算  $n_i$  值。一般迭代两至三次即可。

由 (14) 式可以看出,  $n_i$  与  $\theta_i$ 、 $\operatorname{tg} \phi_i$  和  $K$  值有关。为使  $n_i$  计算方便, 在扬布的《堤坝工程》(华东水利学院译本为《土石坝工程》[1]) 中有  $n_i$  的曲线图可供查用, 但精度较低。考虑到  $n_i$  是  $\frac{\operatorname{tg} \phi_i}{K}$  的一次函

数, 故本文以  $\frac{\operatorname{tg} \phi_i}{K}$  为横坐标,  $n_i$  为纵坐标, 以  $\theta_i$  为参数, 得到一直线族(图6), 可提高查用的精度。

必须注意的是, 这里和后面各种方法中的滑动面倾角  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  和  $\theta_3$  均以向上游倾斜为正, 反之则应以负角代入。

## 六、分块极限平衡法

所谓分块极限,是指土条不仅在底部滑动面,且土条两侧界面都同时达到极限状态。因此,设土条界面上的法向推力为 $E$ ,则界面上的剪力应为

$$T = \frac{cH}{K} + \frac{E \operatorname{tg} \phi}{K} \quad (18)$$

式中 $H$ 为界面上粘性土部分的高度, $c$ 和 $\phi$ 为界面上土料的粘结力和内摩擦角。上式表明,剪力 $T$ 只是法向力 $E$ 的函数,并不是独立的未知量。

分块极限平衡法的前提是必须承认在界面两侧的土条将产生相对错动。一般说来,滑动面如果是光滑曲线,例如圆弧滑动面,土条之间是不易产生相对错动的;而不规则的折线滑动面则比较容易满足上述前提条件。所以斜墙坝坡的稳定分析可以用分块极限平衡法计算。

斜墙和保护层一起滑动时,土条的界面要穿过两种土料,因此(18)式中 $\phi$ 的取值就比较复杂。考虑到土条界面上的土压力强度呈三角形分布的特点,且斜墙部分的高度往往大于保护层的高度(图7),所以建议界面上的 $\phi$ 值采用粘性土料的指标,这样处理比较简单,且稍偏于安全。

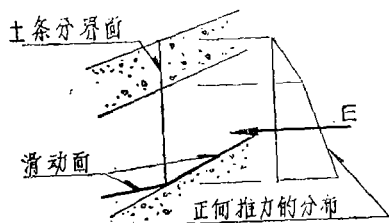


图 7

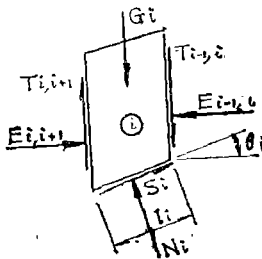


图 8

令取第 $i$ 土条进行分析,土条上的各外力如图8所示。设右侧界面上的法向力 $E_{i-1,i}$ 已从第 $i-1$ 土条求得为已知,则由外力平衡条件即可求得左侧面法向力 $E_{i,i+1}$ 。各界面上的 $E$ 中包含了事先假设的 $K$ 值。如果从 $E_{12}$ 算起,逐个土条计算 $E_{i,i+1}$ 值,直至最后第 $n$ 土条,于是由条件 $E_{n,n+1} = 0$ 即可验算假设的 $K$ 值是否正确。

计算斜墙和保护层的稳定安全系数时,土条不多,只有三个,因此应用分块极限平衡法不会很复杂。且一般说来,土条②和③的界面完全在保护层内,所以 $C_{23} = C_3 = 0$ 。今为简便起见,令

$$\phi_i' = \arctg \frac{\operatorname{tg} \phi_i}{K}, \quad c_i' = \frac{c_i}{K},$$

$$\phi_{i-1,i}' = \arctg \frac{\operatorname{tg} \phi_{i-1,i}}{K}, \quad C_{i-1,i}' = \frac{C_{i-1,i}}{K},$$

$$\phi_{i,i+1}' = \arctg \frac{\operatorname{tg} \phi_{i,i+1}}{K}, \quad C_{i,i+1}' = \frac{C_{i,i+1}}{K}。$$

经推导,各界面上的法向力可用下列公式表示:

$$E_{12} = \frac{V_1 F_1 - c_1' l_1 \Theta_1}{\psi_1} \quad (19)$$

$$E_{23} = \frac{V_2 F_2 - c_2' l_2 \Theta_2}{\psi_2} + E_{12} \frac{\psi_4}{\psi_2} \quad (20)$$

$$E_{34} = G_3 F_3 + E_{23} \psi_3 \quad (21)$$

式中各符号的意义为:

$$V_1 = G_1 - c_1' l_1 H_1,$$

$$V_2 = G_2 + c_1' l_1 H_1,$$

$$F_1 = \operatorname{tg}(\theta_1 - \phi_1')$$

$$F_2 = \operatorname{tg}(\theta_2 - \phi_2')$$

$$F_3 = \operatorname{tg}(\theta_3 - \phi_3')$$

$$\Theta_1 = \cos \theta_1 + \sin \theta_1 \operatorname{tg}(\theta_1 - \phi_1')$$

$$\Theta_2 = \cos \theta_2 + \sin \theta_2 \operatorname{tg}(\theta_2 - \phi_2')$$

$$\psi_1 = 1 + \operatorname{tg} \phi_1' \operatorname{tg}(\theta_1 - \phi_1')$$

$$\psi_2 = 1 + \operatorname{tg} \phi_2' \operatorname{tg}(\theta_2 - \phi_2')$$

$$\psi_3 = 1 + \operatorname{tg} \phi_3' \operatorname{tg}(\theta_3 - \phi_3')$$

$$\psi_4 = 1 + \operatorname{tg} \phi_1' \operatorname{tg}(\theta_2 - \phi_2')$$

在实际计算时,可先假设若干个K值,分别依次计算 $E_{12}$ 、 $E_{23}$ 和 $E_{34}$ ,然后从这几个 $E_{34}$ 中找出使 $E_{34} = 0$ 的K值即为所求值。一般假设三个K值即可,而求出的相应的三个 $E_{34}$ 中至少有一个 $E_{34}$ 的符号与其余几个异号。

现以图3所示实例的数据用(19)至(21)式对 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 进行试算,求得该坝斜墙和保护层一起滑动的稳定安全系数 $K = 1.511$ ,相应滑动面的各倾角为 $\theta_1 = \arctg(1/2.25)$ , $\theta_2 = -6^\circ$ , $\theta_3 = 0^\circ$ ,比抗力体法的计算结果提高了0.091。

表4是设 $\theta_2 = -5^\circ$ 和 $\theta_3 = -11.9582^\circ$ 的分块极限平衡法的计算表。

表4 分块极限平衡法计算表

土条号	$\theta_i$	$\phi, C,$	$G_i$	$l_i$	$H_{12}$	$Cd_1$	$C_{12}H_{12}$
1	$20.9625^\circ$	$\phi_1 = \phi_2 = \phi_{12} = 16.6^\circ$	2584.1	134.2	12.1	429.5	38.72
2	$-5^\circ$	$c_1 = c_2 = c_{12} = 3.2$	532.4	27.1		86.7	
3	$-11.9582^\circ$	$\phi_3 = \phi_{23} = 30^\circ$	71.8			0	

土条号	K	$\phi_1' = \phi_2' = \phi_3'$	$F_1$	$V_1$	$V_1 F_1$	$C_1' l_1 \Theta_1$	$\Psi_1$	$E_{12} = \frac{⑤ - ⑥}{⑦}$
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.45	$11.6178^\circ$	0.218852	2557.4	559.69	296.96	1.0450	251.42
	1.50	$11.2406^\circ$	0.225761	2558.3	577.56	287.87	1.0449	277.25
	1.55	$10.8868^\circ$	0.232260	2559.1	594.38	279.31	1.0447	301.60



续表4

土条号	K	$F_2$	$V_2$	$V_2 F_2$	$c' z l_2 \otimes 2$	$\psi_2$	$\frac{\textcircled{11}-\textcircled{12}}{\textcircled{13}}$	$\psi_4 / \psi_2$	$E_{23} = \textcircled{14} + \textcircled{15} \times \textcircled{8}$
	1	9	10	11	12	13	14	15	16
2	1.45	-0.298452	559.1	-166.86	61.14	0.8312	-258.74	1.0652	9.08
	1.50	-0.291296	558.2	-162.60	59.06	0.8879	-249.65	1.0611	44.54
	1.55	-0.284609	557.3	-158.62	57.12	0.8940	-241.33	1.0574	77.56

土条号	K	$\phi'_3$	$F_3$	$G_3 F_3$	$\psi_3$	$E_{34} = \textcircled{19} + \textcircled{20} \times \textcircled{16}$	使 $E_{34} = 0$ 的 K 值
	1	17	18	19	20	21	22
3	1.45	21.7111°	-0.666143	-47.82	0.7348	-41.15	
	1.50	21.0517°	-0.649653	-46.63	0.7499	-13.23	1.525
	1.55	20.4296°	-0.634319	-45.53	0.7637	13.70	

## 七、推力传递法

推力传递法也叫传递系数法。它假设一个土条传给下一土条的推力方向平行于该土条底部的滑动面,如图9所示。图中 $p_{i-1}$ 是第 $i-1$ 土条传给第 $i$ 土条的推力,称为第 $i-1$ 土条的不平衡推力或不平衡下滑力。同样地, $P_i$ 是第 $i$ 土条的不平衡推力。 $p_{i-1}$ 和 $P_i$ 的倾角分别为 $\theta_{i-1}$ 和 $\theta_i$ 。

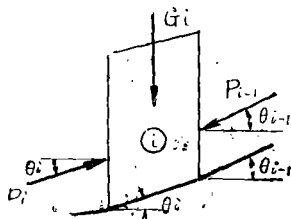


图9

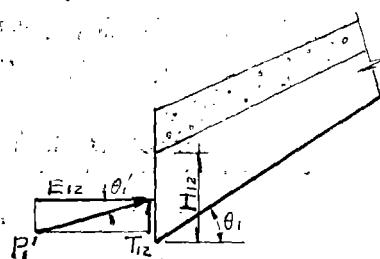


图10

推力传递法的原理是将第 $i$ 土条所受外力都向该土条的滑动面投影,即得

$$P_i = G_i \sin \theta_i - \frac{1}{K} (c_i l_i + G_i \cos \theta_i \tan \phi_i) + P_{i-1} \psi_{i-1} \quad (22)$$

式中 $\psi_{i-1}$ 称为传递系数,

$$\psi_{i-1} = \cos_2 (\theta_{i-1} - \theta_i) - \frac{\tan \phi_i}{K} \sin (\theta_{i-1} - \theta_i) \quad (23)$$

计算步骤和分块极限平衡法一样。先假设若干个 $K$ 值,分别逐条计算 $P_i$ 值,由最后土条

的条件  $P_n = 0$  可求得所需求的  $K$  值。在斜墙土坝或心墙土坝的稳定计算中,国内推荐采用条力传递法的较多。例如1964年水利水电科学研究院编《碾压式土坝设计规范》初稿就引用此法。由于不平衡推力方向已知,这个方法亦便于采用力多边形的图解法。此外,铁路设计部门也用此法计算滑坡体的抗滑稳定安全系数。

但是推力传递法有比较明显的缺点,值得提出讨论并加以注意。

首先,假如某些土条的滑动面比较陡,以致使土条间不平衡推力  $P$  的界面上切向分力  $T$  超过界面上的土料抗剪力,即

$$T > \frac{cH}{K} + \frac{E \tan \phi}{K}$$

( $H$ 、 $E$ 的意义同分块极限平衡法),这就显然不合理了。而斜墙下游面的倾角  $\theta_1$  一般总是比  $\phi_1' (= \arctg \phi_1/k)$  大得多(参看表4),即使增加了粘结力一项,也仍然如此。且在斜墙坝坡滑动面的三段折线中,土条①的重量  $G_1$  和滑动面的长度  $l_1$  数值都较大,由此而造成的偏差是不宜忽视的。因此在斜墙坝的稳定计算中,在求得  $P_1$  以后,必须核算土条①和②的界面上的切向分力  $T_1$  是否超过抗剪力  $T_{\text{极限}}$ 。由  $P_1$  知:

$$T_1 = P_1 \sin \theta_1 \quad (24)$$

$$T_{\text{极限}} = \frac{c_{12}}{K} H_{12} + P_1 \cos \theta_1 - \frac{\tan \phi_{12}}{K} \quad (25)$$

式中  $c_{12}$ 、 $H_{12}$ 、 $\phi_{12}$  的意义以及  $\phi_{12}$  的取值同上一节分块极限平衡法。如果  $T_1 > T_{\text{极限}}$ ,则建议按分块极限平衡法求出法向力  $E_{12}$ ,按(18)式计算  $T_{12}$ ,然后由  $E_{12}$  和  $T_{12}$  求得它们的合力  $P'$ ,及其方向的倾角  $\theta'$ ,以代替公式(22)、(23)中的  $P_1$  和  $\theta_1$  (图10)。其具体计算详见下面的算例。

但是在土条②、③的界面上也可能出现同样的情况,即当  $\theta_2$  的绝对值较大时,  $P_2$  在界面上的切向力也有可能大于界面的极限抗剪能力。如果  $P_2$  也用分块极限平衡法求得的  $P_2'$  代替,则推力传递法在解决斜墙土坝的稳定问题中就失去使用价值了。由于土条②对整个滑动土体的影响较小,故在本文的实例中不考虑对  $P_2$  的修正。

其次,当  $\theta_2 \leq 0$  时,推力传递法还可能存在下述第二个问题。现在观察如图11所示的三种滑动面形状,并按概化的几何模型来分析各土条的变形状态。当土体滑动时,土条之间将发生上下错动。如果滑动面是图11中a)和b)两种形状时,在滑动变形后的土条②将高于土条③,因而土条③的右侧将受到向上的剪力,这刚好与  $P_2$  的切向分力方向一致。然而当滑动面为c)时,滑动变形后土条③将高于土条②,土条③右侧所受剪力应该向下,这恰与向上翘的  $P_2$  方向相矛盾。

产生上述两个问题的根源在于不平衡推力的方向是一种理论根据不足的假设,因而在某些情况下不可避免地将会暴露出方法本身在理论上的相互矛盾,并因此在方法的应用方面会带来较大的局限性。

现以图3的实例用推力传递法计算稳定安全系数。仍设滑动面的三个  $\theta$  角为  $\theta_1 = \arctg 1/2.25$ ,  $\theta_2 = -5^\circ$ ,  $\theta_3 = -11.9582^\circ$ 。

首先计算  $P_1$

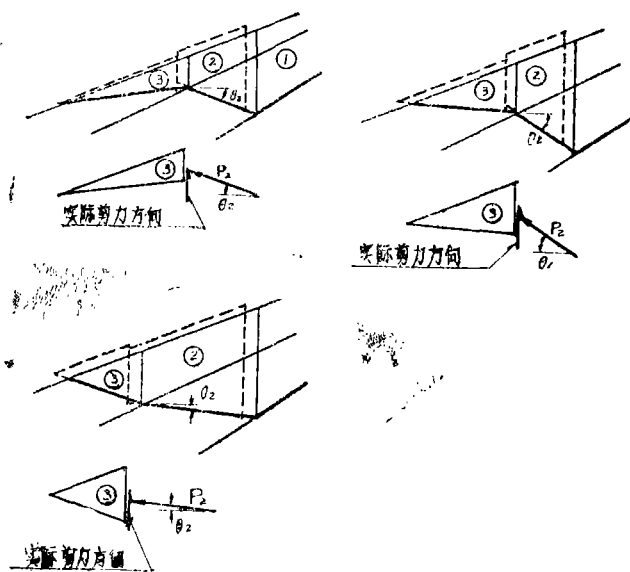


图 11

原来的 $\theta_1 = 23.9625^\circ$ 小得多。

表 5

 $T_1$ 和 $T$ 极限计算表

K	$\frac{1133.4}{K}$	$P_1$	$T_1 = P_1 \sin \theta_1$	$P_1 \cos \theta_1 \frac{\lg \phi_{12}}{K}$	$\frac{C_{12} H_{12}}{K}$	$T_{\text{极限}}$
1.45	781.7	267.8	108.8	50.3	26.7	77.0
1.50	755.6	293.9	119.4	53.4	25.8	79.2
1.55	731.2	318.3	129.3	55.9	25.0	80.9

表 6

 $P_1'$ 和 $\theta_1'$ 的计算

K	$E_{12}$	$T_{12} = \frac{1}{K}(C_{12} H_{12} + E_{12} \lg \phi_{12})$	$P_1' = \sqrt{E_{12}^2 + T_{12}^2}$	$\theta_1' = \arccos \frac{T_{12}}{P_1'}$
1.45	251.42	78.39	263.35	$17.3179^\circ$
1.50	277.25	80.92	288.82	$16.2697^\circ$
1.55	301.60	82.99	312.80	$15.3847^\circ$

然后用 $P_1'$ 和 $\theta_1'$ 代替 $P_1$ 和 $\theta_1$ ,继续按公式(22)和(3)在表7中列表计算 $P_2$ 和 $P_3$ 。最后由条件 $P_3 = 0$ 得安全系数 $K = 1.509$ 。

按这样的解题步骤对不同的 $\theta_2$ ,然后对不同的 $\theta_3$ 进行试算,最后得到该实例的安全系

已知 $G_1 = 2584.1$ 吨、 $l_1 = 134.2$ 米、 $\phi_1 = 16.6^\circ$ 、 $c_1 = 3.2$ 吨/平方米。代入(22)式得,

$$P_1 = G_1 \sin \theta_1 - \frac{1}{K} (c_1 l_1 + G_1 \cos \theta_1 \lg \phi_1) = 1049.5 - \frac{1133.4}{K}$$

设三个K值进行试算,令 $K_1 = 1.45$ 、 $K_2 = 1.50$ 、 $K_3 = 1.55$ ,计算相应 $P_1$ 值。继而按(24)、(25)式计算 $T_1$ 和 $T$ 极限,计算成果列于表5。由表可知, $T_1$ 比 $T$ 极限大甚多,所以 $P_1$ 改用分块极限平衡法计算得 $P_1'$ 和 $\theta_1'$ ,计算过程列于表6。表中 $E_{12}$ 和 $C_{12} H_{12}$ 等值直接引用表4中的成果。由表6可知, $\phi_1$ 为 $15^\circ$ 至 $17^\circ$ ,比

数为1.506,稍小于分块极限平衡法的计算结果。相应滑动面的各倾角为 $\theta_2 = -6^\circ$ ,  
 $\theta_3 = -12^\circ$ ,  $\theta_1$ 仍不变。

表 7 不平衡推力计算表

土条	$\theta_i$	$G_i$	$l_i$	$G_i \sin \theta_i$	$G_i \cos \theta_i \tan \varphi_i$	$c_i l_i$	⑤+⑥
	1	2	3	4	5	6	7
2	$-5^\circ$	532.4	27.1	-46.40	158.10	86.72	244.82
3	$-11.9182^\circ$	71.8		-14.87	40.54	0	40.54

土条	K	⑦ K	$\theta_1' - \theta_2$	$\Psi_1 =$ $\cos \theta_1' \frac{\sin \theta_1' \tan \phi_2}{K}$	$\Psi_1 P_1'$	$P_2 = ④ - ⑨ + ⑩$
	8	9	10	11	12	13
2	1.45	168.84	$22.3179^\circ$	0.8470	223.06	7.82
	1.50	163.21	$21.2697^\circ$	0.8598	248.33	38.72
	1.55	157.95	$20.3847^\circ$	0.8704	272.26	67.91

土条	K	⑦ K	$\theta_2 - \theta_3$	$\Psi_2 =$ $\sin \theta_2' - \frac{\sin \theta_2' \tan \phi_3}{K}$	$\Psi_2 P_2$	$p_3 = ④ - ⑭ + ⑰$
	8	14	15	61	17	18
3	1.45	27.96		0.9444	7.39	-35.45
	1.50	27.03	$6.9582^\circ$	0.9460	36.63	-5.27
	1.55	26.16		0.9475	64.34	23.31

## 八、各种方法的比较和结论

本文共介绍了五种计算方法,并用实例进行了计算。为便于比较、对照,现将各种方法的计算成果列表汇总,并绘制成相应的曲线图。

首先,各种方法均用相同的 $\theta_3$ ,即用抗力体法的公式(5)计算所得的 $\theta_3 = 11.9582^\circ$ 并以负角表示,变换 $\theta_2$ ,分别求出K值。这样便于各种方法直接比较,成果列于表8,K随 $\theta_2$ 的变化曲线绘于图12。由曲线可得相应于该 $\theta_3$ 的 $K_{min}$ 。然后选不同的 $\theta_3$ ,以同样的步骤求得各 $K_{min}$ ,继而可确定 $(K_{min})_{min}$ 即为该坝坡所需要求得的稳定安全系数值。不同 $\theta_3$ 的 $K_{min}$ 列于表9, $K_{min}$ 随 $\theta_3$ 的变化曲线绘于图13。

根据图12和图13的曲线进行分析比较,可以归纳总结出下面几点结论:

1. 从各个方法所得的最小安全系数看来,很明显,分块极限平衡法的结果最大,其次顺序为推力传递法、毕夏普法和抗力体法。这说明不了考虑土条间相互作用的结果是过于保守

表 8 固定 $\theta_1$ 和 $\theta_3$ , 不同 $\theta_2$ 的K值表  $\theta_1 = \arctg(1/2.25)$ ,  $\theta_3 = -11.9582^\circ$ 

方 法	$\theta_2$									Kmin
	$5^\circ$	$0^\circ$	$-5^\circ$	$-10^\circ$	$-15^\circ$	$-20^\circ$	$-25^\circ$	$-30^\circ$	$-43.3^\circ$	
抗力体法	1.554	1.519	1.473	1.449	1.428	1.396		1.351	2.282	
修正的抗力体法		1.519	1.460	1.439	1.431	1.420		1.433	1.487	1.420
毕夏普法	1.520	1.486	1.449	1.439	1.438		1.444	1.449		1.438
推力传递法										
P1经修正	1.561	1.553	1.509	1.513	1.527		1.580	1.618		1.508
P1未经修正		1.567	1.547	1.562						1.547
分块极限平衡法	1.577	1.553	1.525	1.524	1.536		1.574	1.597		1.522

表 9 不同 $\theta_3$ 的Kmin值表

方 法		$\theta_3$						(Kmin)min
		$10^\circ$	$5^\circ$	$0^\circ$	$-5^\circ$	$-11.96^\circ$	$-20^\circ$	
毕夏普法	Kmin	1.519	1.458	1.439	1.438	1.437	1.439	1.437
	相应 $\theta_2$	$-12^\circ$	$-12^\circ$	$-12^\circ$	$-12^\circ$	$-12^\circ$	$-12^\circ$	
推力传递法	Kmin	1.619	1.543	1.511	1.509	1.506	1.508	1.506
	相应 $\theta_2$	$-12^\circ$	$-10^\circ$	$-6.5^\circ$	$-6^\circ$	$-6^\circ$	$-6^\circ$	
分块极限 平衡法	Kmin	1.697	1.535	1.511	1.514	1.520	1.532	1.511
	相应 $\theta_2$	$-13^\circ$	$-11^\circ$	$-6^\circ$	$-6^\circ$	$-6^\circ$	$-6^\circ$	

的, 而假设土条界面上的剪力达到极限状态, 这是表明已将土料抗剪的潜力已完全挖掘出来, 因而在理论上应该得到最大的K值。这已是众所周知的结论。

2. 与最小安全系数相应的滑动面称之为临界滑动面。各个方法所得的临界滑动面的各倾角见表9, 抗力体法的 $\theta_2 = -20^\circ$ ,  $\theta_3 \approx -12^\circ$ 。各种方法所得的临界滑动面是不一样的, 如图14所示。从本例来看,  $\theta_2$ 和 $\theta_3$ 都小于零。并且从图13可看出, 当 $\theta_3 < 0$ 时, 各个方法所得K值变化不大; 而当 $\theta_3 > 0$ 时, K值随 $\theta_3$ 的增大而急剧增加。应该说明的是, 这个变化规律只是本例的情况, 并不具有普遍性。如果能用实验的办法或用精确计算方法(如用有限元法求出土体的应力分布等)找出临界滑动面形状的影响因素, 则对用刚体极限平衡法计算中事先假设滑动面时将会有所帮助。

3. 对于设计者来说, 关心的是计算所得的安全系数是否满足规范要求。我国1979年11月制定的“碾压式土石坝设计规范”给出了计及土条间相互作用力的允许安全系数值, 并且指明, IV、V级坝在用不计土条间相互作用力的方法计算时, 可酌情降低安全系数。但从本实例所得的曲线图12和13看来, 虽同属于考虑土条间相互作用力, 然而考虑的程度不同, 结果仍然相差较大。故在使用规范时, 要求设计人员必须根据建筑物的规模、等级、土料参数

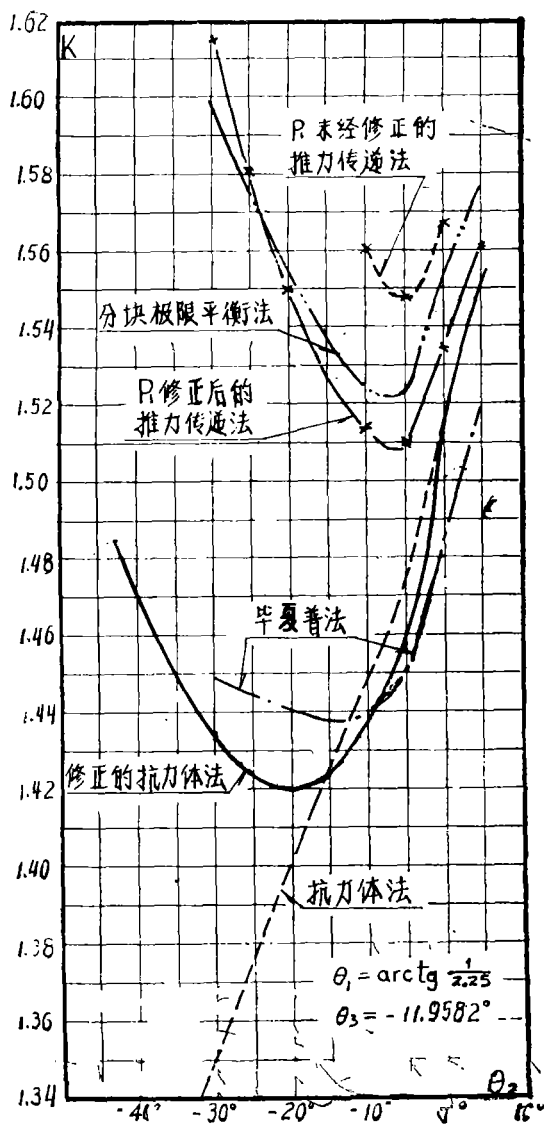


图 12

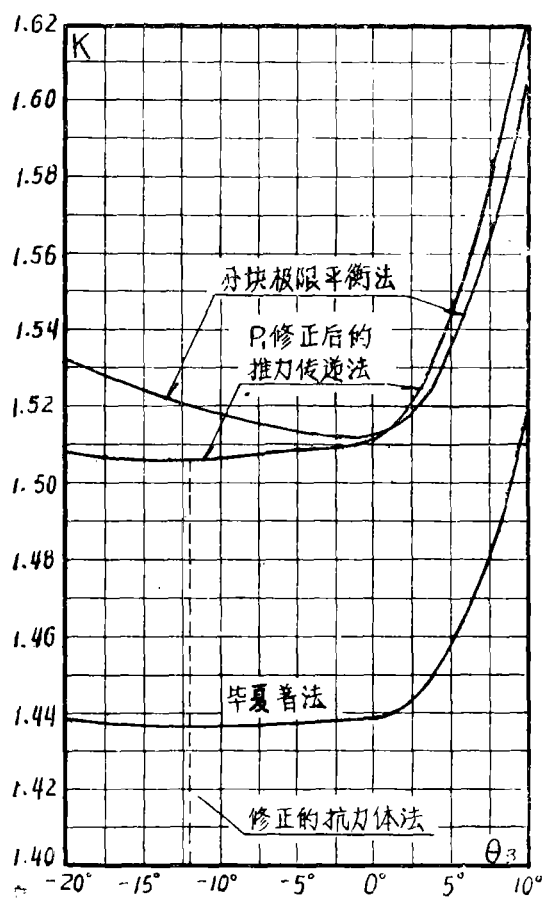


图 13

的取值和计算方法等因素慎重选取允许值。

4. 图12和13都表明,分块极限平衡法和推力传递法的计算结果十分接近,两者相差一般不超过0.01。而推力传递法由于土条间推力方向的假设在理论上根据不足;尤其对于斜墙坝,其推力方向的假设与实际有很大出入,因而带来较大的误差。从图12最上面的一条曲线以及表8中相应的K值可以看出,本文实例如果完全按推力传递法计算而对 $P_1$ 不加修正,所得K值甚至超过分块极限平衡法的结果。因此作者认为,在斜墙坝的稳定分析中不宜采用推力传递法。而以采用分块极限平衡法为宜。

5. 抗力体法计算简单,试算工作量小。按1979年土坝规范(第一稿)的规定,对于Ⅳ级斜墙坝仍有实用价值。但必须注意的是,当土条②向坝中倾斜(即 $\theta_2 < 0$ )时,公式必

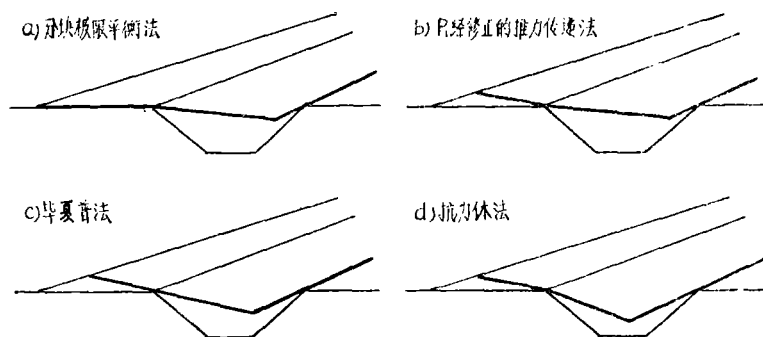


图 14

须修正。此外，当土条③向坝外倾斜时， $\theta_3$ 仍须经试算。

### 参 考 文 献

- 〔1〕 N.扬布《边坡稳定分析》，华东水利学院译《土石坝工程》（《Embankment-Dam Engineering》1973）第三章。
- 〔2〕 潘家铮《建筑物的抗滑稳定和稳定分析》。
- 〔3〕 陈明致《土石坝稳定计算新方法》，《东北水利科技》1979.1。
- 〔4〕 黄中元《土坝斜墙及其保护层的稳定计算》，《水利水电建设》1960.8。
- 〔5〕 中国科学院、水利电力部水利水电科学研究院编《碾压式土坝设计规范（初稿）》，1964.1。
- 〔6〕 西北勘察设计院汇总《碾压式土石坝设计规范（第一稿）》1979.11。
- 〔7〕 水利电力部第五工程局、东北勘测设计院《土坝设计》，1978.8。