

砌体中悬臂挑梁计算方法的研究与建议

张保善 宋雅涵

(土建系)

提 要

本文根据砖砌体中悬臂挑梁的试验结果,分析了悬臂挑梁的破坏型态,提出了用弹性地基梁理论计算悬臂挑梁的计算公式及计算图表,并结合工程实际,提出了简化计算方法的建议,与实验结果吻合较好。

众所周知,埋置在砌体中的悬臂挑梁是建筑工程中广泛应用的一种构件,随着建筑业的发展,这类小构件的用量也愈来愈大,但是,由于对这类构件的试验研究较少,在我国还未提出合理的设计方法,在实际工程中都是根据实践经验进行设计的。为了解决这个问题,郑州工学院土建系从78年无始进行了连续的试验研究,其中一部分是和二机部五院等单位合作进行的。取得的初步成果已反映在河南建筑标准图集(YG211)中,为了更深入地进行研究,试验仍在继续进行中,为了配合试验研究,及时总结已取得的成果,我们试作如下分析,并提出一些设计建议,供参考。

一、受力过程及破坏型态

(一) 受力过程

图一是我们砌筑在实验室内的一段墙和挑梁的简图,梁端的荷载 P 是通过液压千斤顶施加的。我们在梁和砌体的上、下界面处布置了25厘米标距的手持应变仪测点,沿梁长轴线布置不少于5个测点,用百分表测梁的变形曲线。加荷一般分十级进行,在2个小时内完成试验。从28个试件的试验,可将挑梁和砌体的受力过程分为如下几个阶段:

1、弹性工作阶段

砌筑在砌体中的挑梁在受外部荷载之前,它和砌体一样承受着上部砌体及其传递下来的荷载作用,在挑梁和砌体的上、下水平界面上作用着初始压应力 σ_0 。当在挑梁挑出端施加荷载 P 以后,就在挑出端根部产生弯矩 M_0 和剪力 Q_0 ,埋入砌体中的挑梁和砌体共同承受 M_0 和 Q_0 的作用,当荷载较小时,埋入砌体中的挑梁只有一部分参加工作,在挑梁的上、下界面中分别产生了

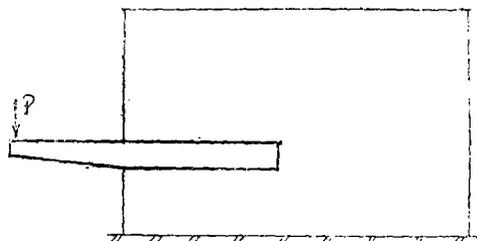


图1 试验挑梁简图

本文1983年9月21日收到

拉应力和压应力,随着荷载的增大, M_0 和 Q_0 也增加,挑梁参加工作的部分也增大,挑梁和砌体的上界面中产生的拉应力也随着增大,一旦拉应力值达到和超过初始压应力 σ_0 和砂浆的拉应力极限之和时,就在挑梁挑出端上部的水平界面处出现水平裂缝。此时,梁埋入端上部砌体的荷载传递到后边去了,此外梁和砌体的共同工作开始消弱,梁中最大弯矩作用点从端部开始向内移。从实测数据可以看出,在水平裂缝产生前,挑梁上、下界面中的拉、压应变曲线基本上呈直线,所以我们称这个阶段为“弹性工作阶段”。在该阶段中,挑梁下砌体中的压应力呈三角形分布,一般情况下,砌体中的最大压应力值远小于砌体的抗压强度。

2、界面水平裂缝发展阶段

随着荷载 P 的增加, M_0 、 Q_0 值逐渐增大,梁上界面处的水平裂缝开始向内部发展,埋入砌体中的挑梁部分参加共同工作的区段愈来愈长,而且开始在梁的尾部上下界面处产生压、拉应力,其值及变化规律与梁的埋置深度有关,当达到某一荷载值时,梁尾部水平界面处产生水平裂缝,梁尾端有向上挠曲的趋势。此时,梁端砌体中的压应变值发展较快,而且砌体开始显示出塑性变形特征,如果荷载继续增加,将会在梁尾端角偶区的砌体中产生水平裂缝,梁下界面区的水平裂缝从尾端向挑梁前部发展愈来愈长,梁下砌体受压区愈来愈短,同时,梁端上界面水平裂缝从前向后也愈来愈长,梁尾部上界面中的受压区段也愈来愈短,在这个阶段中,梁发生较大变形,梁端下部砌体和梁尾上部砌体受到较大压力的作用,由于挑梁后部砌体的咬岔作用以及灰缝的拉力及剪力的作用,挑梁处于稳定阶段,挑梁端部下面砌体发生塑性变形,产生较大压应力,如果边缘最大压应力值超过砌体的局部抗压强度,将在砌体中产生垂直裂缝,如TL11试验梁就是在梁尾端产生裂缝时,梁端砌体中正面产生垂直裂缝的。如果边缘最大压应力不超过砌体的局部抗压强度,可继续加载,此时挑梁的工作进入第三阶段。

3、破坏阶段

当在梁尾端角偶区砌体中某水平灰缝中产生水平裂缝以后,随着荷载的增加,该裂缝与垂直线成某一角度沿砌体灰缝成阶梯形发展,其发展速度与砌筑质量,砂浆标号有关,其角度大小与梁的埋深、砂浆标号、砌体长度、高度等因素有关,但一般均不小于 45° 角,由于后部砌体中裂缝的产生,梁尾端产生较大竖向变形,梁下界面的裂缝向梁端发展,使得梁端下部砌体局部受压长度进一步减小,这种发展过程随着 M_0 、 Q_0 的增加而继续着。如果在这个发展阶段中梁端下部砌体的最大压应力达到砌体的局部抗压强度,将发生砌体的局部受压破坏,如果梁端下部砌体的最大压应力小于砌体的局部抗压强度,这个发展过程将持续到裂缝一直发展到墙体的尾端,挑梁在上部砌体重量及其传下来的荷载作用下与外部荷载处于平衡,如外部荷载大于上部传来的荷载,将产生倾复破坏,既挑梁失去稳定性。在这个阶段中,砌体中灰缝的抗剪强度和抗拉强度起到很大作用,只要裂缝没有沿砌体全部裂通,就还可以增加荷载,如果裂缝从产生到裂通发生的突然,就会发生突然的倾复破坏,如TL—10梁的试验,当荷载加到1.7吨时,梁尾端部产生裂缝,可是当荷载加到2.4吨时,裂缝在砌体中的发展不很明显,加到2.5吨时,突然裂缝裂通,挑梁倾复,荷载下降到1.7吨才维持其平衡。此后继续加荷,只发生砌体和挑梁的共同转动,而荷载并不能上升,仍为1.7吨,所以我们认为,在挑梁尾部,角偶区砌体中产生裂缝时可看作挑梁进入破坏阶段。

(二) 破坏型态

从上述挑梁的受力过程可以看出，只要挑梁本身的正截面强度和斜截面强度得到保证，砌筑在砌体中的挑梁可能发生两种破坏型态：

- 1、倾复破坏，或称稳定破坏；
- 2、挑梁下砌体局部抗压破坏。

但是，由于挑梁端上部砌体的开裂，挑梁的挠曲变形，以及挑梁尾部上界面压应力的作用，在外荷载作用下挑梁的最大弯矩截面移到了砌体内部某截面处，而且埋置在砌体中的挑梁各个截面上都作用着弯矩，在端部某一区段内的弯矩值相当大，所以应研究弯矩沿挑梁的分布规律，以确定配筋范围，同时也应注意到挑梁中的最大弯矩一定大于 M_0 ，应确定这个最大弯矩的截面位置及大小。

二、挑梁受力的理论分析

(一) 计算公式

根据上边对挑梁受力过程的分析，我们认为在破坏阶段之前，可以把挑梁看作以砌体为基础的弹性地基梁，其计算图形如图2所示。于是当梁在外荷载作用下发生挠曲时，在每一点处，连续分布的反力与该点的竖向变形成正比，设比例常数为砌体的压缩模量 $E(T/m^2)$ ，所以每一点处的应力为 Ey ，考虑到砌体的厚度 d 和梁宽 b 一般相等，因此这个反力应为 $Eby(T/m)$ 。我们运用梁的微分方程式：

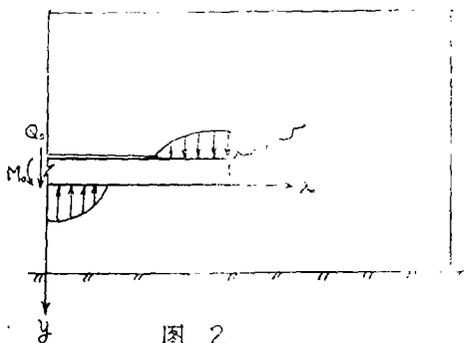


图 2

$$E_h I_z \frac{d^4 y}{dx^4} = - Eby \dots\dots\dots (1)$$

式中： E_h ——挑梁混凝土的弹性模量；

I_z ——挑梁横截面的惯性矩。

采用级数解法，设方程的解为：

$$y = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \dots\dots\dots (2)$$

那么，可得到：

$$\frac{dy}{dx} = \sum_{i=1}^{\infty} i a_i x^{i-1}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \sum_{i=2}^{\infty} i(i-1) a_i x^{i-2}$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \sum_{i=3}^{\infty} i(i-1)(i-2) a_i x^{i-3}$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \sum_{i=4}^{\infty} i(i-1)(i-2)(i-3) a_i x^{i-4}$$

由原微分方程式(1)可得到

$$\sum_{i=4}^{\infty} (i-1)(i-2)(i-3) a_i x^{i-4} = -\frac{Eb}{E_h I_y} \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i$$

展开后为如下恒等式:

$$\begin{aligned} & 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 a_4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 a_5 x + 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 a_6 x^2 + 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 a_7 x^3 + \dots \\ & = -\frac{Eb}{E_h I_z} (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + \dots) \end{aligned}$$

比较等式两边的同次幂系数可得:

$$a_4 = \frac{1}{4!} a_0 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right)$$

$$a_5 = \frac{1}{5!} a_1 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right)$$

$$a_6 = \frac{2!}{6!} a_2 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right)$$

$$a_7 = \frac{3!}{7!} a_3 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right)$$

$$a_8 = \frac{4!}{8!} a_4 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right) = \frac{1}{8!} a_0 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^2$$

$$a_9 = \frac{5!}{9!} a_5 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right) = \frac{1}{9!} a_1 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^2$$

$$a_{10} = \frac{6!}{10!} a_6 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right) = \frac{2!}{10!} a_2 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^2$$

$$a_{11} = \frac{7!}{11!} a_7 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right) = \frac{3!}{11!} a_3 \cdot \left(-\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^2$$

可以看出, a_{4k} , a_{4k+1} , a_{4k+2} , a_{4k+3} 分别是 a_0 , a_1 , a_2 , a_3 的倍数, 所以系数的通式可表达为:

$$a_{4k} = (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{1}{(4k)!} a_0$$

$$a_{4k+1} = (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{1}{(4k+1)!} a_1$$

$$a_{4k+2} = (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{2!}{(4k+2)!} a_2$$

$$a_{4k+3} = (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{3!}{(4k+3)!} a_3$$

于是, 方程的解为:

$$\begin{aligned} y &= \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \\ &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \sum_{k=1}^{\infty} a_{4k} x^{4k} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} a_{4k+1} x^{4k+1} + \sum_{k=1}^{\infty} a_{4k+2} x^{4k+2} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} a_{4k+3} x^{4k+3} \\ &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \\ &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{1}{(4k)!} a_0 x^{4k} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{1}{(4k+1)!} a_1 x^{4k+1} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{2!}{(4k+2)!} a_2 x^{4k+2} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{3!}{(4k+3)!} a_3 x^{4k+3} \\ &= a_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{1}{(4k)!} x^{4k} \right] \\ &\quad + a_1 \left[x + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{1}{(4k+1)!} x^{4k+1} \right] \\ &\quad + a_2 \left[x^2 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{2!}{(4k+2)!} x^{4k+2} \right] \end{aligned}$$

$$+ a_3 \left[x^3 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{Eb}{E_h I_z} \right)^k \cdot \frac{3!}{(4k+3)!} x^{4k+3} \right]$$

令 $\alpha = \sqrt[4]{\frac{Eb}{E_h I_z}}$, 则 $\frac{Eb}{E_h I_z} = \alpha^4$ 上式为:

$$\begin{aligned} y = & a_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k)!} (\alpha x)^{4k} \right] \\ & + a_1 \left[x + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{\alpha(4k+1)!} (\alpha x)^{4k+1} \right] \\ & + a_2 \left[x^2 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{2!}{\alpha^2(4k+2)!} (\alpha x)^{4k+2} \right] \\ & + a_3 \left[x^3 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{3!}{\alpha^3(4k+3)!} (\alpha x)^{4k+3} \right] \end{aligned}$$

利用梁端边界条件:

$$y(x=0) = y_0$$

$$\frac{dy}{dx}(x=0) = \varphi_0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}(x=0) = M_0 / E_h I_z$$

$$\frac{d^3y}{dx^3}(x=0) = Q_0 / E_h I_z$$

可得到:

$$\alpha_0 = y_0$$

$$\alpha_1 = \varphi_0$$

$$\alpha_2 = \frac{M_0}{2 E_h I_z}$$

$$\alpha_3 = \frac{Q_0}{6 E_h I_z}$$

所以有:

$$\begin{aligned} y = & y_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k)!} (\alpha x)^{4k} \right] \\ & + \varphi_0 \left[x + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k+1)!} (\alpha x)^{4k+1} \cdot \frac{1}{\alpha} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{M_0}{2 E_h I_z} \left[x^2 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{2!}{(4k+2)!} (\alpha x)^{4k+2} \frac{1}{\alpha^2} \right] \\
& + \frac{Q_0}{6 E_h I_z} \left[x^3 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{3!}{(4k+3)!} (\alpha x)^{4k+3} \frac{1}{\alpha^3} \right] \\
= & y_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k)!} (\alpha x)^{4k} \right] \\
& + \frac{\varphi_0}{\alpha} \left[\alpha x + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k+1)!} (\alpha x)^{4k+1} \right] \\
& + \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} \left[\frac{(\alpha x)^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k+2)!} (\alpha x)^{4k+2} \right] \\
& + \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I_z} \left[\frac{(\alpha x)^3}{6} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k+3)!} (\alpha x)^{4k+3} \right]
\end{aligned}$$

$$\text{令： } A_1 = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k)!} (\alpha x)^{4k}$$

$$B_1 = \alpha x + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k+1)!} (\alpha x)^{4k+1}$$

$$C_1 = \frac{(\alpha x)^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k+2)!} (\alpha x)^{4k+2}$$

$$D_1 = \frac{(\alpha x)^3}{6} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(4k+3)!} (\alpha x)^{4k+3}$$

那么：

$$y = y_0 A_1 + \frac{\varphi_0}{\alpha} B_1 + \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} C_1 + \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I_z} D_1$$

为了得到 $\varphi(x)$, $M(x)$, $Q(x)$ 的表达式, 我们对(3)式求导:

$$\begin{aligned}
\varphi(x) = \frac{dy}{dx} = & y_0 \frac{dA_1}{dx} + \frac{\varphi_0}{\alpha} \cdot \frac{dB_1}{dx} + \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} \cdot \frac{dC_1}{dx} \\
& + \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I_z} \cdot \frac{dD_1}{dx} \dots\dots\dots (4)
\end{aligned}$$

$$\frac{M(x)}{E_h I_z} = \frac{d^2 y}{dx^2} = y_0 \frac{d^2 A_1}{dx^2} + \frac{\varphi_0}{\alpha} \cdot \frac{d^2 B_1}{dx^2} + \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} \cdot \frac{d^2 C_1}{dx^2} + \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I_z} \frac{d^3 D_1}{dx^3} \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{Q(x)}{E_h I_z} = \frac{d^3 y}{dx^3} = y_0 \frac{d^3 A_1}{dx^3} + \frac{\varphi_0}{\alpha} \cdot \frac{d^3 B_1}{dx^3} + \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} \cdot \frac{d^3 C_1}{dx^3} + \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I_z} \frac{d^3 D_1}{dx^3} \dots\dots\dots (6)$$

因为:

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dx} &= \alpha \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k-1)!} (\alpha x)^{4k-1} = -D_1 \alpha \\ \frac{dB_1}{dx} &= \alpha \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k)!} (\alpha x)^{4k} \right] = A_1 \alpha \\ \frac{dC_1}{dx} &= \alpha \left[\alpha x + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k+1)!} (\alpha x)^{4k+1} \right] = B_1 \alpha \\ \frac{dD_1}{dx} &= \alpha \left[\frac{(\alpha x)^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k+2)!} (\alpha x)^{4k+2} \right] = C_1 \alpha \end{aligned}$$

所以: $\frac{\varphi(x)}{\alpha} = -y_0 D_1 + \frac{\varphi_0}{\alpha} A_1 + \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} B_1 + \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I_z} C_1 \dots\dots\dots (7)$

因为:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_1}{dx^2} &= \alpha^2 \left[\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k-2)!} (\alpha x)^{4k-2} \right] = -\alpha^2 C_1 \\ \frac{d^2 B_1}{dx^2} &= \alpha^2 \left[\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k-1)!} (\alpha x)^{4k-1} \right] = -\alpha^2 D_1 \\ \frac{d^2 C_1}{dx^2} &= \alpha^2 \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k)!} (\alpha x)^{4k} \right] = \alpha^2 A_1 \\ \frac{d^2 D_1}{dx^2} &= \alpha^2 \left[\alpha x + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k+1)!} (\alpha x)^{4k+1} \right] = \alpha^2 B_1 \end{aligned}$$

所以: $\frac{M(x)}{\alpha^2 E_h I_z} = -y_0 C_1 - \frac{\varphi_0}{\alpha} D_1 + \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} A_1 + \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I_z} B_1 \dots\dots\dots (8)$

因为：

$$\frac{d^3 A_1}{dx^3} = \alpha^3 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k-3)!} (\alpha x)^{4k-3} = -B_1 \alpha^3$$

$$\frac{d^3 B_1}{dx^3} = \alpha^3 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k-2)!} (\alpha x)^{4k-2} = -C_1 \alpha^3$$

$$\frac{d^3 C_1}{dx^3} = \alpha^3 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k-1)!} (\alpha x)^{4k-1} = -D_1 \alpha^3$$

$$\frac{d^3 D_1}{dx^3} = \alpha^3 \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k)!} (\alpha x)^{4k} \right] = \alpha^3 A_1$$

所以：
$$\frac{Q(x)}{\alpha^3 E_h I_z} = -y_0 B_1 - \frac{\varphi_0}{\alpha} C_1 - \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} D_1 + \frac{\varphi_0}{\alpha^3 E_h I_z} A_1 \dots \dots \dots (9)$$

通过上述推证，我们得到了埋置在墙体中挑梁的竖向变形 y ，转角 φ ，弯距 M ，剪力 Q 的表达式，它们都是 αX 的函数。但是，其中参数 y_0 、 φ_0 还是未知的，所以我们利用挑梁尾部的条件进行推证。一般情况下，埋置在砌体中的挑梁，其尾部的变形和转角都很小，可忽略不计，作用在梁尾端部的剪力值也很小，仍可忽略不计，所以有条件：

$$M(x=1) = 0$$

$$Q(x=1) = 0$$

那么将 $X=1$ 代入 A_1, B_1, C_1, D_1 表达式中确定了它们的值后，可由(8)、(9)式确定 λ_0 、 φ_0 的值，列出如下方程：

$$-y_0 C_1 - \frac{\varphi_0}{\alpha} D_1 + \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} A_1 + \frac{\varphi_0}{\alpha^3 E_h I_z} B_1 = 0$$

$$-y_0 B_1 - \frac{\varphi_0}{\alpha} C_1 - \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} D_1 + \frac{\varphi_0}{\alpha^3 E_h I_z} A_1 = 0$$

求解后得：

$$y_0 = \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} \cdot \frac{A_1 C_1 + D_1^2}{C_1^2 - B_1 D_1} + \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I_z} \cdot \frac{B_1 C_1 - A_1 D_1}{C_1^2 - B_1 D_1} \dots \dots \dots (10)$$

$$\frac{\varphi_0}{\alpha} = \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I_z} \left(\frac{-A_1 B_1 - C_1 D_1}{C_1^2 - B_1 D_1} \right) + \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I_z} \cdot \frac{A_1 C_1 - B_1^2}{C_1^2 - B_1 D_1} \dots \dots \dots (11)$$

由(10)(11)式可以看出， M_0 、 Q_0 的系数有如下物理意义：

$$\frac{A_1 C_1 + D_1^2}{C_1^2 - B_1 D_1} \cdot \frac{1}{\alpha^2 E_h I_z} \text{ —— 表示当 } M_0 = 1, Q_0 = 0 \text{ 时，在梁端处产生的}$$

竖向位移，

$$-\frac{A_1 B_1 + C_1 D_1}{C_1^2 - B_1 D_1} \cdot \frac{1}{\alpha^2 E_h I_z} \text{ —— 表示当 } M_0 = 1, Q_0 = 0 \text{ 时，在梁端处产生}$$

的转角;

$$\frac{B_1 C_1 - A_1 D_1}{C_1^2 - B_1 D_1} \cdot \frac{1}{\alpha^3 E_h I z} \text{ —— 表示当 } M_0 = 0, Q_0 = 1 \text{ 时, 在梁端处产生的}$$

竖向位移;

$$\frac{A_1 C_1 - B_1^2}{C_1^2 - B_1 D_1} \cdot \frac{1}{\alpha^2 E_h I z} \text{ —— 表示当 } M_0 = 0, Q_0 = 1 \text{ 时, 在梁端处产生的转}$$

角(方向为负)。

根据位移互等定理, 有

$$\frac{A_1 C_1 + D_1^2}{C_1^2 - B_1 D_1} = - \frac{A_1 C_1 - B_1^2}{C_1^2 - B_1 D_1}$$

我们令:

$$A = \frac{B_1 C_1 - A_1 D_1}{C_1^2 - B_1 D_1}$$

$$B = \frac{B_1^2 - A_1 C_1}{C_1^2 - B_1 D_1}$$

$$C = \frac{A_1 B_1 + C_1 D_1}{C_1^2 - B_1 D_1}$$

$$\text{式中: } A_1 = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k)!} (\alpha l)^{4k}$$

$$B_1 = \alpha l + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k+1)!} (\alpha l)^{4k+1}$$

$$C_1 = \frac{(\alpha l)^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k+2)!} (\alpha l)^{4k+2}$$

$$D_1 = \frac{(\alpha l)!}{6} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(4k+3)!} (\alpha l)^{4k+3}$$

那么(10), (11)式可写成如下形式:

$$y_0 = B \cdot \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I z} + \frac{\varphi_0}{\alpha^3 E_h I z} \cdot A \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\varphi_0}{\alpha} = -C \cdot \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I z} - \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I z} \cdot \dots\dots\dots (13)$$

将(12)、(13)式代入(3)、(7)、(8)、(9)式得:

$$y = \frac{Q_0}{\alpha^3 E_h I z} (A_1 A - B_1 B + D_1) + \frac{M_0}{\alpha^2 E_h I z} (A_1 B - B_1 C + C_1) \dots\dots (14)$$

$$\varphi = \frac{Q_0}{\alpha^3 E_b I_z} (-D_1 A - A_1 B + C_1) + \frac{M_0}{\alpha^2 E_b I_z} (-D_1 B - A_1 C + B_1) \dots\dots\dots (15)$$

$$M = \frac{Q_0}{\alpha} (D_1 B - C_1 A + B_1) + M_0 (D_1 C - C_1 B + A_1) \dots\dots\dots (16)$$

$$Q = Q_0 (A_1 - B_1 A + C_1 B) + \alpha M_0 (C_1 C + B_1 B - D_1) \dots\dots\dots (17)$$

应力 σ_y 的表达式可写成:

$$\sigma_y = \frac{\alpha Q_0}{b} (A_1 A + B_1 B + D_1) + \frac{\alpha^2 M_0}{b} (A_1 B + B_1 C + C_1) \dots\dots\dots (18)$$

在上述公式中, A、B、C是 αl 的函数, A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 是 αx 的函数, 它们都与 α 密切相关, 可见, α 是挑梁计算中的一项重要参数, 因此, 我们称它为柔度系数, 同时称 αl 为换算埋置深度。

(二) 算例

为了检验上述理论公式是否可应用于挑梁的计算, 我们以挑梁上铺有楼板又有砌体的 TL5-2 试验梁为例。该梁的主要参数指标如下, 梁断面为 $24 \times 35 \text{cm}^2$, 压入墙内 2.0m , 挑出 1.9m , 梁上砌体高 2m , 混凝土200号, 砖75号, 砂浆27号, 试验破坏荷载 4t , 梁尾部砌体开裂荷载 3.4t 。根据上述资料, 计算出柔度系数 α 等于 2.0178 , 换算埋置深度为 4.0356 。我们计算了梁尾部砌体开裂前几级荷载时梁下砌体的变形曲线, 并和实测曲线一起绘在图3中。可以看出在开裂前的使用阶段, 理论曲线和实测曲线比较吻合, 理论公式能反映出梁下砌体的变形规律。这说明了上述理论公式可应用于挑梁及其下砌体的计算中。

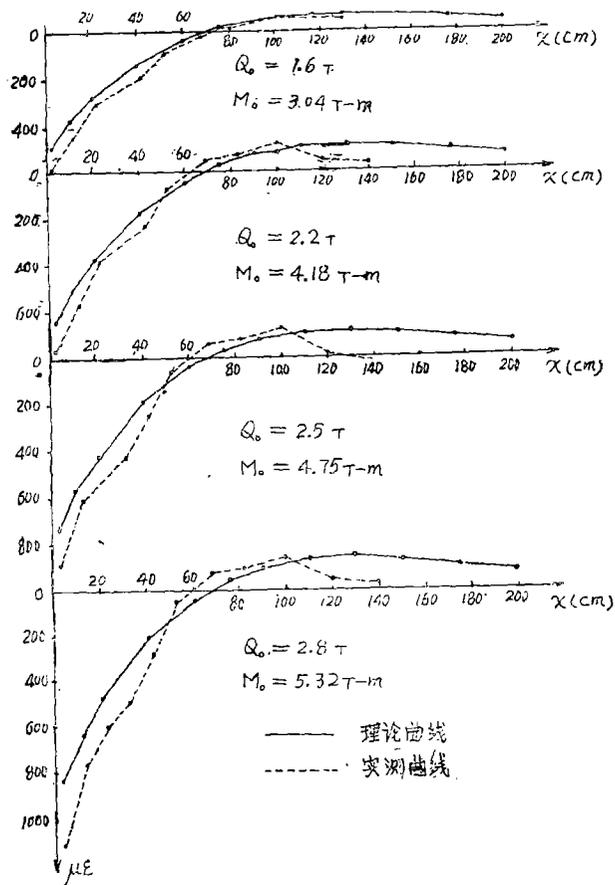


图3 试验梁TL5-2梁下变形比较

图3 试验梁TL5-2梁下理论变形与实测变形比较

图4、5、6是应用理论公式计算三根试验梁TL0-1、

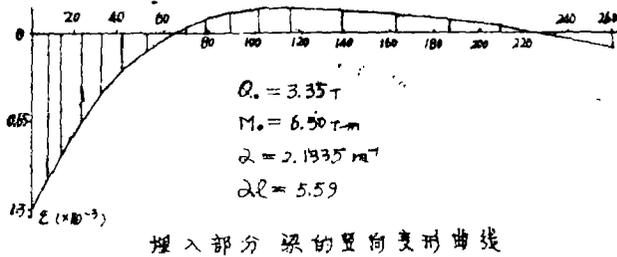
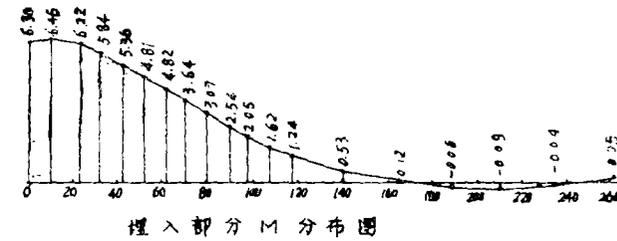


图4 试验梁TL₀₋₁ M、y的理论曲线图

TL₃₋₂、TL₄₋₁的弯矩、竖向变形沿埋入墙内梁长方向上的分布曲线。可以看出，在外荷载作用下，梁内产生最大弯矩的截面不在墙边缘处，而在深入墙内某一深度X₀处的截面上，其值一定大于M₀。而且，梁尾部的变形随着换算埋深αl值的增大而减小，梁变形曲线的曲率变化也愈大，梁愈显示柔性特点，如果梁的αl值大于某一个值以后，梁上的弯矩很小，梁的

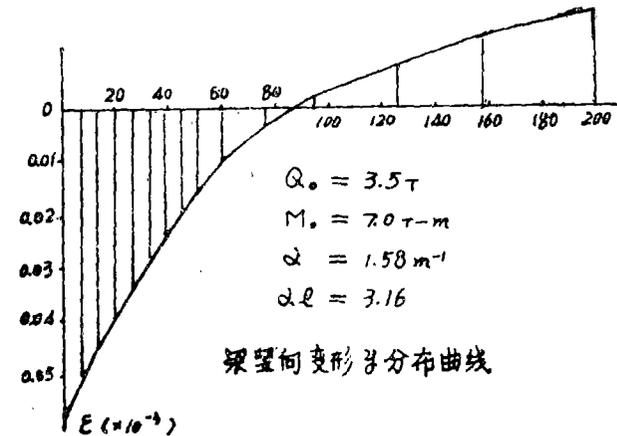
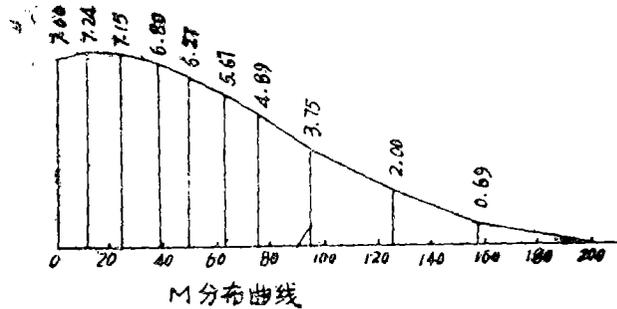


图5 试验梁TL₃₋₂ M、y理论曲线

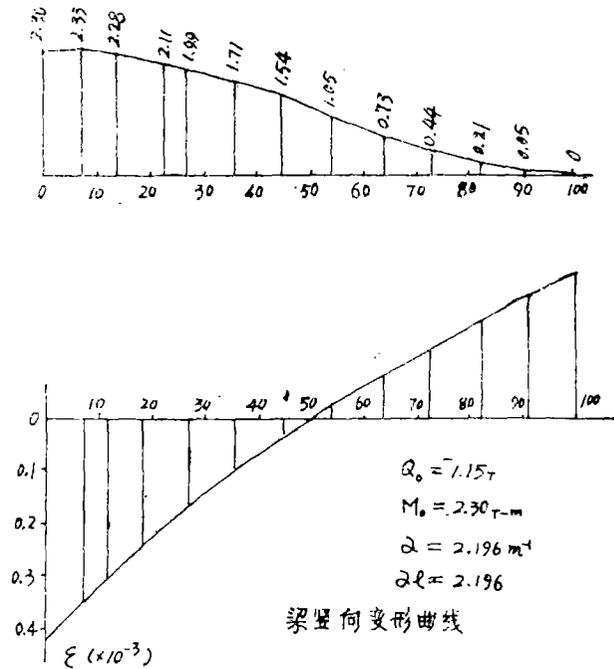


图6 试验梁TL4-1的M-Q理论曲线

变形很小，而且其变化也很小，可见，这部分梁的作用甚微，所以，我们认为此梁可称为弹性梁，梁的埋深应有一个有效埋深的限值，此称为梁的有效埋置深度。另外，从图4、5、6的变形曲线可以看出，梁的变形沿埋深的分布规律随着 αl 的减小，愈加接近直线变形规律，梁好象一个刚体在砌体内发生整体转动一样， αl 愈小，梁尾端的变形愈大。梁的转动点(变形零点)愈接近梁的中点。对于这类梁按前面导出公式计算，将与假定条件发生较大误差，因此，应另行研究。我们认为，这类梁应称作为刚性梁，其埋置深度也应有一个限值，大于这个值，按前面弹性梁计算，小于这个值，按刚性梁考虑。对于埋置在砖砌体中的悬臂挑梁，一般宜设计成弹性梁，而对于悬臂楼梯、雨蓬等则可按刚性梁考虑。

三、简化计算法

我们知道，在挑梁计算中，主要问题是：

- 1、挑梁的最大弯矩截面位置，及最大弯矩值的大小，这就是挑梁的倾复弯矩，
- 2、挑梁各截面弯矩的分布规律，以决定挑梁主筋的截断和布置长度，
- 3、挑梁下砌体局部承压强度的校核，
- 4、挑梁倾复点位置，及抗倾复弯矩的计算。

上述四个问题，除了抗倾复弯矩一项外，都可以根据前面推导出的公式进行计算。为了应用方便，我们特作如下推证。

(一) 计算图表的编制及应用。

- 1、弯矩最大截面位置的确定

根据材料力学的基本原理，我们知道，弯矩最大截面位置，处在剪力为零的截面处。所以，我们令(17)式等于零，有

$$Q_0 (A_1 - B_1 A + C_1 B) + \alpha M_0 (C_1 C - B_1 B - D_1) = 0$$

得：

$$\frac{Q_0}{\alpha M_0} = - \frac{C_1 C - B_1 B - D_1}{A_1 - B_1 A + C_1 B}$$

令

$$a_1 = - \frac{C_1 C - B_1 B - D_1}{A_1 - B_1 A + C_1 B} \dots\dots\dots (19)$$

则

$$\frac{Q_0}{\alpha M_0} = a_1 \dots\dots\dots (20)$$

这里，我们根据 αl 和 αx 制出 a_1 值表(本文已略)，由已知条件 $\frac{Q_0}{\alpha M_0}$ 、 αl 值查 a_1 值表

中 a_1 值相应的 x ，则可很快求出最大弯矩截面位置 $X_0 = \frac{\alpha x}{\alpha}$ 。

实际上， X_0 值所表示的截面位置，就是梁倾复时的旋转点所在的位置。因为，除此截面外，所有截面的倾复弯矩都小于这个截面的弯矩。这样，挑梁的计算长度 L 可按式计算：

$$L = l_0 + X_0 \dots\dots\dots (21)$$

忽略 X_0 长度范围内砌体反力的影响，最大截面弯矩可按式计算：

$$M_{max} = M_0 + Q_0 X_0 \dots\dots\dots (22)$$

式中： M_0 ——墙边缘处挑梁截面的弯矩，

Q_0 ——墙边缘处挑梁截面的剪力，

(22) 式计算出的弯矩 M_{max} 就是挑梁的倾复弯矩，也可做挑梁截面计算配筋的依据。

2、弯矩为零的截面位置的确定

我们令(16)式等于零，有：

$$\frac{Q_0}{\alpha} (D_1 B - C_1 A + B_1) + M_0 (D_1 C - C_1 B + A_1) = 0$$

那么，

$$\frac{\alpha M_0}{Q_0} = - \frac{D_1 B - C_1 A + B_1}{D_1 C - C_1 B + A_1}$$

令

$$- \frac{D_1 B - C_1 A + B_1}{D_1 C - C_1 B + A_1} = a_2 \dots\dots\dots (23)$$

则

$$\frac{\alpha M_0}{Q_0} = a_2 \dots\dots\dots (24)$$

由(23)式可以看出， a_2 是 A 、 B 、 C 和 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 的函数，也就是 a_1 和 αx 的函

数，所以我们可根据 α_1 和 α_x 列出 a_2 值表（本文已略）。应用时，可根据 α_1 及 a_2 的值查出相应的 α_x 值，确定弯矩零点的位置。

由图4、5、6中的弯矩分布图可以看出，只有在梁的埋深太大时，梁的零点弯矩截面才不在梁的尾端。所以，一般情况下可假定零弯矩截面在梁尾端。另外，在梁的中点截面处，其弯矩值约等于最大弯矩的一半。因此，我们认为，梁埋入中点就是梁一半受力的理论断点，其余一半钢筋应伸入到挑梁的尾端。

3、砌体最大压应力 $\sigma_{y,max}$ 的确定

由试验得知，梁端下砌体发生局部受压破坏时，砌体的压碎总是开始于砌体边缘处，所以，我们认为，砌体最大压应力 $\sigma_{y,max}$ 是在砌体端边缘处。这样，把 $X = 0$ 代入前面的(18)式，可得到：

$$A_1 = 1, B_1 = C_1 = D_1 = 0$$

所以

$$\sigma_{y,max} = \frac{\alpha Q_0}{b} A + \frac{\alpha^2 M}{b} B \dots\dots\dots (25)$$

式中A和B可由 α_1 查附表2中 $\alpha_x = 0$ 时的值附表2本文已略去。

4、局部受压区长度 a_c 的确定

我们令 σ_y 表达式(18)等于零，则有

$$\frac{\alpha Q_0}{b} (A_1 A - B_1 B + D_1) + \frac{\alpha^2 M}{b} (A_1 B - B_1 C + C_1) = 0$$

如令 $-\frac{A_1 A - B_1 B + D_1}{A B - B_1 C + C_1} = a_3 \dots\dots\dots (26)$

则 $\frac{\alpha M_0}{Q_0} = a_3 \dots\dots\dots (27)$

那么，可根据 α_1 和 α_x 编制出 a_3 的表（本文略去）。应用时，由 $Q_0/\alpha M_0$ 和 α_1 值查 a_3 值表中与 a_3 相应的 α_x ，那么 $a_c = \alpha_x/\alpha$ 。

表1中，列出了我们根据上述表格计算出的27个试验挑梁破坏时的 X_0 、 M_{max} 、 a_c 、 $\sigma_{y,max}$ 的值。

(二) 简化公式

通过上述理论分析及与试验梁的比较，我们认为前面导出的计算公式及图表可应用于挑梁的计算，但考虑到图表和公式还可有些繁冗，而且，材料的塑性性质并未反映在公式中，所以，我们对理论数据做更进一步的处理，并适当考虑到材料的塑性性质，以得到更简单适用的计算公式。

1、 $\sigma_{y,max}$ 的简化公式

由(25)式知 $\sigma_{y,max}$ 与 $X = 0$ 时的A、B值有关。所以，我们将不同 α_1 时的A、B值分别汇在图7、图8中，可以看出，它们与 α_1 呈双曲线函数关系，采用数理统计的方法，可得到理论经验式如下：

$$A = 0.7978 + \frac{2.46}{\alpha_1}$$

$$B = 0.308 + \frac{2.65}{\alpha l}$$

做适当调整，最后的公式为：

$$A = 0.8 + \frac{2.5}{\alpha l} \geq 1.425 \dots\dots\dots (28)$$

$$B = 0.31 + \frac{2.7}{\alpha l} \geq 1 \dots\dots\dots (29)$$

此时，仍用下式计算 $\sigma_{y \max}$ 的值：

$$\sigma_{y \max} = \frac{\alpha Q_0}{b} A + \frac{\alpha^2 M_0}{b} B$$

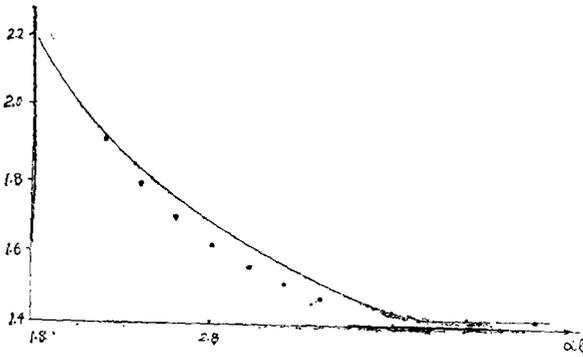


图7 A ~ αl 关系图

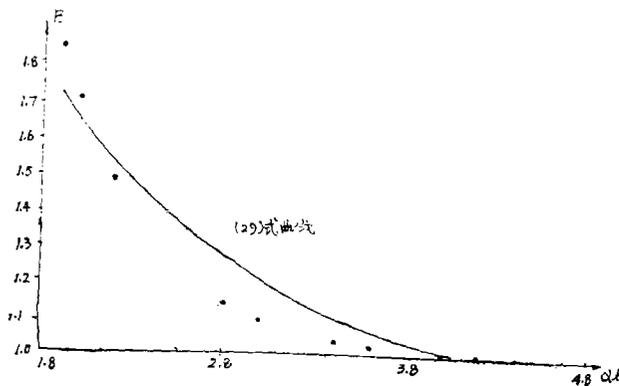


图8 B ~ αl 关系图

2、 X_0 及 αc 的简化公式

利用前面所述公式及图表，我们计算了试验的27根挑梁，计算结果列在表1中。由表中可以看出，所有试验梁的 αl 值在2~7范围内变化，其计算结果有着广泛的代表性。而且， αX_0 的值，都在很小的范围内变化所以，我们假定它取某一个定值，那么，计算公式将非常简单，因此，进行了统计分析和调整后得到如下公式：

$$X_0 = \frac{1}{5 \alpha} \dots\dots\dots (30)$$

显然，梁的相对刚度愈大，既柔度系数愈小， X_0 值也愈大，这符合试验中得到的规律。用(30)式计算的 X_0 值以 X_0^2 表示，列在表1中。与 X_0^1 比较均有所减小，这是考虑到砌体是非完全弹性体，它有一定塑性变形，所以 X_0 值要减小。

我们将计算的 $\alpha \alpha c$ 值和 $Q_0 / \alpha M_0$ 的关系绘在图9中，可以看出，各点子之间的变化规律

可用某一直线方程表示。于是回归分析后得到、

$$\alpha_c = \frac{1.17}{\alpha} - \frac{1.5Q_0}{\alpha^2 M_0} \dots\dots\dots (31)$$

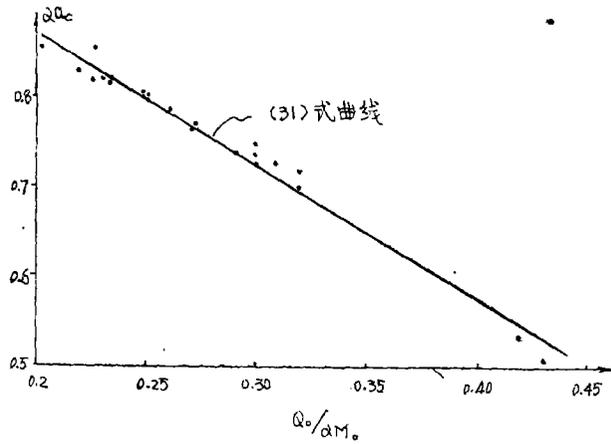


图9 $\alpha_c \sim Q_0/\alpha M_0$ 关系图

3、Mmax的确定

根据(30)式很快就可确定出Mmax的值。但是，参考试验结果及分析理论计算结果，可以看出，大部分试件的Mmax值都大于Mo的1.05倍以上。试验结果平均值约为1.1倍，而理论计算值的平均值为1.07倍，它们十分接近，考虑到倾复计算应适当偏安全取值，所以建议参考试验平均值取Mmax为：

$$M_{max} = 1.1M_0 \dots\dots\dots (32)$$

4、抗倾复弯距的计算

为了完成挑梁的理论计算问题，我们根据试验结果，提出如下计算抗倾复弯距MK的方法供参考。

试验结果证明，挑梁倾复破坏时，砌体将在与垂直方向成大于45度角的方向上产生裂缝，因此，除了挑梁上的砌体及荷载有抗倾复作用外，此裂缝范围内的其它荷载，如砌体、梁板荷载等将参加抗倾复。如果，上部所有抗倾复荷载为QK，其作用重心距墙边距离为XK，那么，抗倾复MK为：

$$M_K = Q_K (X_K - X_0) \dots\dots\dots (33)$$

我们用(30)式和(33)式。按裂缝为45度及缝裂为实际情况时分别计算相应的外部荷载P的值、列在了表2中(有一部分试验梁破坏图形不详，未计算)，可以看出，按45度斜裂缝取抗倾复荷载时，计算的外部荷载基本上对应着挑梁尾端砌体开裂时的荷载，实际上未倾复的原因，显然是由于砌体灰缝的抗拉强度及抗剪强度的作用。忽略这部分力的作用，偏于安全，而且、由于施工方法，砂浆标号，砌筑质量等的差异，使我们对这部分力的作用不宜精确估计，所以暂时忽略是较好的。另外，按实际破坏图形计算的外部荷载和破坏时的试验荷载极为接近，说明上述计算公式是可行的。

计算与试验比较一览表

表 1

试 件	项 目	换算埋浆 a 1	最大弯矩 $M_{m, \max}$			倾覆点位置 X_0		受压区长度 a_c		σ_{\max}		备 注
			M_0 t-m	公式(22) M_{\max}	M_{\max} M_0	按公式 (20)	按公式 (30)	a_c^s	按公式 (27)	按公式 (31)	砌体强度 R	
TL0-1		5.533	6.345	6.683	1.053	10.0	9.5	30	37.9	35.4	22	15.8
TL0-2		4.838	6.298	6.724	1.063	12.7	10.8	/	40.1	38.6	27	12.5
TL0-3		4.915	7.708	8.168	1.060	11.2	10.1	/	38.8	36.9	28	17.2
TL0-4		4.371	9.118	9.623	1.055	10.4	9.7	/	38.1	36.0	33.3	21.8
TL1-1		3.188	4.700	5.04	1.072	14.5	12.5	/	45.7	43.0	15	8.2
TL1-2		3.693	4.40	4.667	1.061	12.2	10.8	/	41.7	39.5	18	9.0
TL1-3		4.036	6.20	6.518	1.051	10.3	9.9	/	39.8	37.3	22	14.1
TL2-1		4.432	5.60	5.843	1.043	8.7	9.0	/	37.3	34.9	28	15.0
TL2-2		4.351	8.52	9.323	1.045	9.0	9.2	/	37.7	35.4	26	23.1
TL3-1		4.930	6.20	6.420	1.035	7.1	8.1	38.1	34.8	32.3	27	20.0
TL3-2		3.123	7.00	7.520	1.074	14.9	12.8	30.7	46.3	43.5	23	12.0
TL4-1		2.136	2.30	2.360	1.028	5.7	9.1	50.0	39.1	35.2	27	9.2
TL4-2		6.706	7.66	8.30	1.043	8.5	8.9	/	37.1	34.7	29	21.6
TL5-1		4.036	7.70	8.035	1.051	10.3	9.9	48	39.8	37.2	22	17.5
TL5-2		4.036	8.00	8.412	1.052	10.3	9.9	/	39.8	37.2	22	18.2
TL5-3		4.036	2.90	3.050	1.052	10.3	9.9	/	/	/	22	/

计算与试验比较一览表

续表一

项 目 试 件	换算埋深 α_1	最大弯矩 M_{max} (t-m)			倾复点位置 λ_0		受压区长度 a_c			$\sigma_{y,max}$		备 注
		M_0	按公式 (22)	$\frac{M_0}{M_{max}}$	按公式 (20)	按公式 (30)	a_c	按公式 (27)	按公式 (31)	砌体强 度 R	按公式 (28)	
TL6-1	4.264	6.20	6.484	1.046	9.2	9.4	45.8	38.2	35.9	24	15.5	
TL6-2	4.264	6.20	6.484	1.046	9.2	9.4	40.4	/	35.9	24	15.5	
TL-1	3.223	5.70	6.120	1.074	14.0	12.4	36.5	46.4	43.5	18	10.3	
TL-2	2.000	1.35	1.590	1.115	10.3	10.0	11.0	29.3	24.6	18	6.3	
TL-3	3.523	5.23	5.590	1.070	13.3	11.4	46.0	41.5	39.8	22	10.3	
TL-4	2.136	3.15	3.521	1.120	10.6	9.2	14.0	25.1	22.5	22	15.9	
TL-5	3.834	7.60	8.096	1.065	12.4	10.4	37.0	37.8	36.6	27	16.6	
TL-7	2.594	3.43	3.732	1.087	13.6	11.9	/	40.7	36.8	19.74	8.2	
TL-8	2.090	2.25	2.517	1.119	10.7	9.6	20.6	25.5	22.4	19.74	10.9	
TL-9	3.449	1.73	1.945	1.128	8.8	5.8	18.8	15.4	16.8	22.34	14.8	
TL-10	4.255	1.46	1.665	1.144	7.0	4.3	10.8	10.7	12.0	22.34	21.3	
TL-11	6.949	6.05	6.541	1.082	9.2	7.2	27.5	25.1	24.4	22.34	28.0	局压破坏

计算和试验结果比较一览表

表 2

试 件	项 目	开裂荷载		计算荷载		破坏荷载		计算荷载		项 目 试 件	开裂荷载		计算荷载		破坏荷载		计算荷载	
		$P_f(t)$	$P_f(t)$	$P_{4.5}(t)$	$P_{4.5}(t)$	$P_u(t)$	$P_u(t)$	$P_{4.5}(t)$	$P_{4.5}(t)$		$P_r(t)$	$P_r(t)$	$P_u(t)$	$P_u(t)$	$P_d(t)$	$P_d(t)$		
TL1-3		/		1.83	3.1	3.1	1.83	3.2	3.2	TL-11	4.4	4.74	7.0	7.05				
TL1-1		/		1.32	3.1	3.1	1.32	2.6	2.6									
TL2-2		2.8		3.38	4.46	4.46	3.38	5.1	5.1									
TL3-2		3.2		2.15	3.50	3.50	2.15	4.29	4.29									
TL4-1		1.0		1.21	1.15	1.15	1.21	1.59	1.59									
TL4-2		2.8		3.58	3.96	3.96	3.58	4.05	4.05									
TL6-1		2.5		2.18	3.1	3.1	2.18	2.58	2.58									
TL-1		2.5		2.28	3.0	3.0	2.28	2.79	2.79									
TL-2		1.25		1.22	1.5	1.5	1.22	1.95	1.95									
TL-3		2.5		1.73	2.75	2.75	1.73	2.66	2.66									
TL-4		3.0		1.61	3.50	3.50	1.61	2.85	2.85									
TL-5		3.0		2.22	4.00	4.00	2.22	3.31	3.31									
TL-7		2.2		1.55	2.2	2.2	1.55	2.54	2.54									
TL-8		1.25		1.03	1.53	1.53	1.03	2.05	2.05									
TL-9		1.6		1.36	2.5	2.5	1.36	1.69	1.69									
TL-10		2.10		1.78	3.0	3.0	1.78	2.10	2.10									

四、 结 论

综上所述，我们提出如下建议：

1、设计砌筑在砌体中的挑梁时，除了按钢筋混凝土规范的要求进行正截面，斜截面强度计算外，还应进行挑梁的稳定验算和挑梁下砌体局部抗压强度的验算。

2、进行挑梁正截面强度计算时，其计算弯矩应按 $1.1M_0$ 考虑。 M_0 系挑出部分上的所有最不利荷载对墙边缘处产生的力矩、按计算的钢筋面积 A_g 配筋，其中 $\frac{1}{2}A_g$ 的钢筋可以埋入中点作为理论断点，实际断点应加上锚固长度，另 $\frac{1}{2}A_g$ 的钢筋应伸入到挑梁尾端，并留锚固长度。在挑梁下部，应配不小于 $2\text{ }\varnothing 10$ 的架立筋。

3、挑梁稳定验算时，其倾复点 O_k 距墙边的距离 X_0 按下式计算：

$$X_0 = \frac{1}{5\alpha}$$

式中：
$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{E_b}{E_h I_z}}$$

E 、 E_h ——分别为砌体和混凝土的弹性模量、

I ——挑梁截面的惯性矩。

b ——挑梁截面的宽度。

4、挑梁的稳定应按下式验算：

$$M_K \geq K M_Q$$

式中： M_Q ——挑梁挑出部分上的最不利荷载对倾复点 O_k 产生的力矩、按下式计算：

$$M_Q = M_0 + Q_0 X_0$$

或
$$M_Q = 1.1 M_0$$

K ——抗倾复设计安全系数；

M_K ——抗倾复弯矩，按下式计算：

$$M_K = Q_K (X_K - X_0)$$

Q_K ——抗倾复荷载，取挑梁端沿45度线范围内的砌体及其传下来的其它荷重之和。

X_K ——抗倾复荷载的合力重心距挑梁挑出墙边缘的距离。

5、挑梁下局部抗压强度按下式验算：

$$\sigma_{y_{\max}} = \frac{\alpha Q_0}{b} A + \frac{\alpha^2 M_0}{b} B \leq \mu_c R$$

式中： A ——剪力影响系数，按下式计算：

$$A = 0.8 + \frac{2.5}{\alpha_1} \geq 1.425$$

B ——弯矩影响系数，按下式计算：

$$B = 0.31 + \frac{2.7}{\alpha_1} \geq 1$$

R —— 砌体的抗压强度。

μ_c —— 砌体局部抗压影响系数, 丁字型墙体, 取 $\mu_c = 0.8$, 一字型墙体, 取为
 $\mu_c = 1.0$

参 考 文 献

- [1] 砖石结构设计规范 GBJ 3—73 中国建筑工业出版社
- [2] S·铁摩辛柯《材料力学》 科学出版社1979年
- [3] 潘家铮《弹性地基上排梁和框架》上海科学技术出版社 1960年5月
- [4] 李望明“挑梁稳定及梁下砌体承压计算方法的研究” 郑州工学院学报, 1983年第1期
- [5] 宋雅涵: “钢筋混凝土挑梁的试验研究与理论分析” 1980年
- [6] 二机部五院吴保禄等“钢筋混凝土挑梁下砌体局部承压计算”《中州建筑》第7期1982年7月