

外齿轮齿形系数分析

冯澄宙

(机械系)

提 要

本文是为拟订我国国家标准《渐开线圆柱齿轮承载能力计算方法》时,对齿形系数进行的分析和推导,并在文中指出齿形系数中只考虑弯曲拉应力,比考虑弯曲应拉力与压应力的和时要精确而简单。

一、前 言

齿形系数是考虑齿轮的几何形状和齿根弯曲强度的系数。该系数首先是由路易氏(Lewis)于1893年根据材料力学抛物线等强度梁的概念导出来,自此以后,许多学者提出了不同的齿轮弯曲强度的公式,因此计算齿形系数的公式以及确定危险断面的方法也有很多形式。所以这次拟订齿轮强度国家标准时,首先要研究采用哪一种齿形系数公式,怎样确定危险断面,然后推导其几何关系,列出计算机程序,作出线图,以便于使用。

二、符 号

b ——齿宽

h_a ——齿顶高

h_{a0} ——刀具齿顶高

$h_{a0}^* = \frac{h_{a0}}{m}$ ——刀具齿顶高系数

m ——模数

X ——变位系数

Y ——齿形系数(与齿根应力成反比)

F_t ——分度圆上圆周力

F_{bn} ——法向载荷

H_F ——危险断面力臂

S_F ——危险断面宽度

Y_F ——齿形系数(与齿根应力成正比)

Y_{FS} ——综合齿形系数

Y_s ——应力修正系数

α ——压力角

α_F ——载荷角

ρ_{a_0} ——刀具齿顶圆角半径

$\rho_{a_0}^* = \frac{\rho_{a_0}}{m}$ ——刀具齿顶圆角半径系数

ρ_F ——过渡曲线在 30° 切线切点处的曲率半径

σ ——理论齿根应力

σ_y ——压应力

σ_w ——弯曲应力

τ ——剪应力

三、确定危险断面的方法

根据光弹性实验分析和有限元分析, 齿根过渡圆角部分产生很大的应力集中, 因此在进行齿轮弯曲强度计算时, 应先确定危险断面的位置; 目前世界上主要的齿轮弯曲强度公式中确定危险断面的方法, 如表 1^[2]、^[4]、^[8]所示。

从表 1 可知, 除英美外, 很多国家采用霍菲 (Hofer) 的 30° 切线法。这是因为根据光弹性实验证明, 当载荷作用在齿顶和最恶加载点时, 最大的齿根应力发生在 30° 切线的切点附近^[4]; 在文献^[8]中, 用有限元法也证明了这一观点。

此外, 根据文献^[5]可知, 当载荷作用在齿顶时, 按 30° 切线法计算的齿形系数和用抛物线法确定危险断面位置时很接近。

所以在拟订国标时, 采用霍菲的 30° 切线法, 决定危险断面的位置。

四、关于齿形系数公式的讨论

设齿顶受法向载荷 F_{b_n} , 和轮齿对称轴线相交于C点 (图1), F_{b_n} 在C点可分解为水平分力 $F_{b_n} \cos \alpha_F$ 和垂直分力 $F_{b_n} \sin \alpha_F$ 。水平分力在齿根危险断面上产生弯曲应力 σ_w 和剪应力 τ 为

$$\sigma_w = \frac{h_F F_{b_n} \cos \alpha_F}{b s_F^2 / 6} = \frac{6 h_F F_{b_n} \cos \alpha_F}{b s_F^2 \cos \alpha} \quad (1)$$

$$\tau = \frac{F_{b_n} \cos \alpha_F}{b s_F} = \frac{F \cos \alpha_F}{b s_F \cos \alpha} \quad (2)$$

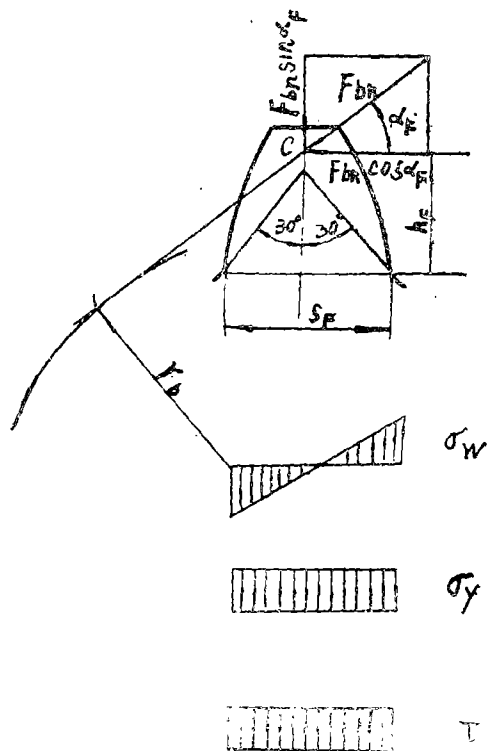


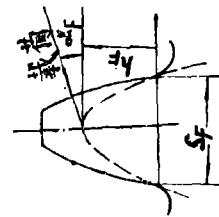
图 1

表 1 各种齿转弯曲强度计算方法的危险断面取法和齿形系数

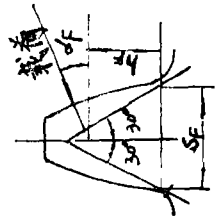
计 算 法	危险断面取法	加 载 点	考虑应力的种类	齿 形 系 数 公 式
路 易 氏 (Wilfred Lewis)	抛物线法	齿 顶	弯曲	$Y = \frac{S_F^2}{6 \pi h_F} \quad 1)$
DIN3990E (西德标准)	30°切线法	齿 顶	弯曲	$Y_F = \frac{6 h_F \cos \alpha_F}{S_F^2 \cos \alpha} \quad 1)$
BS 436 (1940) (英国标准)	抛物线法	单对齿啮合区上界点	弯曲、压缩	$Y = \frac{S_F^2 \cos \alpha}{6 h_F \cos \alpha_F + S_F \sin \alpha_F}$
AGMA 220.02 220.01 (美国齿轮制造者协会)	抛物线法	单对齿啮合区上界点	弯曲、压缩	$Y = \frac{1}{\cos \alpha_F \left(\frac{6 h_F}{S_F^2} - \frac{\tan \alpha_F}{S_F} \right)}$
JAMA (日本机械学会)	30°切线法	齿 顶	弯曲	$Y_F = \frac{6 h_F \cos \alpha_F}{S_F^2}$
JGMA J01-01 (日本齿轮工业协会标准)	30°切线法	齿 顶	弯曲	$Y_F = \frac{6 h_F \cos \alpha_F}{S_F^2 \cos \alpha}$
ISO	30°切线法	齿 顶 单对齿啮合区上界点	弯曲	$Y_F = \frac{6 h_F \cos \alpha_F}{S_F^2 \cos \alpha}$
尼曼 (1965) (G. Niemann)	30°切线法	齿 顶	弯曲、压缩、 剪切	$Y_F = \frac{\cos \alpha_F}{\cos \alpha'} \cdot \frac{m'}{S_F} \sqrt{\left(\frac{6 h_F}{S_F} - \tan \alpha_F \right)^2 + 6.252}$
马格 (1963) (Maag)	30°切线法	齿 顶	弯曲	$Y_F = \frac{6 h_F \cos \alpha_F}{S_F^2}$
白金汉 (1946) (E. Buckingham)	白金汉法	齿 顶 齿顶高中点	弯曲	$Y = \frac{S_F^2}{6 \pi h_F}$

注：1) 齿形系数与齿根应力成反比时，用 y 表示，成正比时用 Y_F 表示；式中取模数 $m = 1 \text{ mm}$ 。

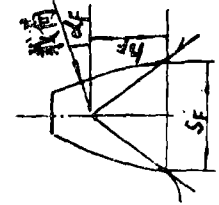
2) α' 和 m' 为啮合角和啮合模数。 3) 决定危险断面的方法和齿形系数中的符号；



抛物线法



30°切线法



白金汉法

式中 F_t ——分度圆上的圆周力, $F_t = F_{bn} \cos \alpha$

α ——压力角

b ——齿宽

垂直分力 $F_{bn} \sin \alpha_F$ 在齿根产生的压应力 σ_y 为

$$\sigma_y = \frac{F_{bn} \sin \alpha_F}{bs_F} = \frac{F \sin \alpha_F}{bs_F \cos \alpha} \quad (3)$$

路易氏在1893年发表的齿根强度公式中只考虑水平分力产生的弯曲应力, 而目前计算齿根理论应力 σ_F 的方法大致有以下三种:

1、在受拉侧只考虑弯曲应力 σ_w

认为压应力和剪应力的影响很小略去不计,

即 $\sigma_F = \sigma_w$

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot \frac{6 \frac{h_F}{m} \cos \alpha_F}{\left(\frac{s_F}{m} \right)^2 \cos \alpha}$$

$$\text{令 } Y_{F1} = \frac{6 \frac{h_F}{m} \cos \alpha_F}{\left(\frac{s_F}{m} \right)^2 \cos \alpha} \quad (4)$$

Y_{F1} 称为齿形系数。

$$\text{于是 } \sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot Y_{F1}$$

目前与式(4)相类似的有DIN、ISO、JAMA、JGMA和马格等的齿根强度公式。

2、在受拉侧考虑弯曲应力 σ_w 和压应力 σ_y ,

齿根的理论应力 σ_F 为

$$\sigma_F = \sigma_w - \sigma_y$$

$$= \frac{F_t}{b \cdot m} \left(\frac{6 \frac{h_F}{m} \cos \alpha_F}{\left(\frac{s_F}{m} \right)^2 \cos \alpha} - \frac{\frac{s_F}{m} \sin \alpha_F}{\left(\frac{s_F}{m} \right)^2 \cos \alpha} \right)$$

$$= \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot \frac{\cos \alpha_F}{\cos \alpha} \cdot \left(\frac{6 \frac{h_F}{m}}{\left(\frac{s_F}{m} \right)^2} - \frac{\tan \alpha_F}{\frac{s_F}{m}} \right)$$

令齿形系数 y 为

$$y = \frac{1}{\frac{\cos \alpha_F}{\cos \alpha} \left[\frac{6 h_F / m}{(s_F / m)^2} - \frac{\tan \alpha_F}{s_F / m} \right]} \quad (4, a)$$

$$\text{则 } \sigma_F = \frac{F}{b \cdot m} \cdot \frac{1}{y}$$

和(4, a)式相类似的齿根强度公式有, BS 436(1940)、AG MA220.02、220.01的及我国在1978年以前所采用的计算方法。

3. 在受拉侧考虑弯曲应力 σ_w 、压应力 σ_y 和剪应力 τ 的影响。

齿根的理论应力 σ_F 为

$$\begin{aligned}\sigma_F &= \sqrt{(\sigma_w - \sigma_y)^2 + (\lambda\tau)^2} \\ &= \frac{F}{b \cdot m} \cdot \frac{m \cdot \cos \alpha_F}{S_F \cdot \cos \alpha} \sqrt{\left(\frac{6 h_F}{S_F} - \tan \alpha_F\right)^2 + \lambda^2} \\ \text{令 } Y_{Fa3} &= \frac{m}{S_F} \cdot \frac{\cos \alpha_F}{\cos \alpha} \sqrt{\left(\frac{6 h_F}{S_F} - \tan \alpha_F\right)^2 + \lambda^2}\end{aligned}$$

式中 λ —剪应力系数, 一般 $\lambda = 2 \sim 4$, 在尼曼的齿根强度公式中取 $\lambda = 2.5$ 。采用该法计算的有尼曼的公式。

以上三种方法中, 以第三种方法比较全面, 但较复杂, 目前世界上的齿根强度公式中采用第一、二种方法的较多, 现在为了进行比较, 将以上三种方法计算的齿形系数列于表2中, 计算时取 $\lambda = 2.5$, 并相对于第一种方法的齿形系数进行比较, 令

$$\Delta_1 = \frac{\frac{1}{y} - Y_{Fa1}}{Y_{Fa1}} \quad \Delta_2 = \frac{Y_{Fa3} - Y_{Fa1}}{Y_{Fa1}}$$

表从2可知, 第二种方法, 由于考虑压应力, 将使拉应力减少很多, 因此误差较大, 最大误差达-14.69%。在第一种方法中, 因忽略了压应力使拉伸应力减小的作用, 并忽略了剪应力使拉伸应力增大的作用, 由于二种作用相互抵消了一部分, 所以第一种方法和第三种方法较接近, 其误差在-5.94%~5.45%之间; 因此, 在保证一定精确度的条件下, 建议在我国标准采用第一种方法, 以便和国际标准以及大多数国家的方法取得一致。

表2 三种齿形系数的比较

变位系数 X	齿数 Z	Y_{Fa1}	$\frac{1}{y}$	Δ_2	Y_{Fa3}	Δ_3
-0.5	30	3.265	3.037	-7.00	3.320	1.69
	40	2.923	2.713	-7.16	2.996	2.52
	50	2.733	2.535	-7.25	2.817	3.08
	70	2.529	2.343	-7.34	2.642	3.78
	100	2.386	2.209	-7.39	2.490	4.35
	150	2.275	2.105	-7.44	2.384	4.83
	200	2.221	2.056	-7.45	2.334	5.07
	300	2.164	2.002	-7.47	2.279	5.34
0	400	2.146	1.985	-7.47	2.262	5.44
	17	2.958	2.669	-9.76	2.932	-0.87
	20	2.801	2.531	-9.63	2.797	-0.13
	30	2.529	2.296	-9.22	2.567	1.50
	40	2.405	2.190	-8.93	2.463	2.43
	50	2.333	2.129	-8.72	2.404	3.04
	70	2.253	2.063	-8.44	2.338	3.77
	100	2.197	2.017	-8.19	2.293	4.35
	150	2.153	1.981	-7.98	2.257	4.83

	200	2.125	1.958	-7.88	2.234	5.10
	300	2.110	1.946	-7.75	2.222	5.32
	400	2.101	1.940	-7.68	2.216	5.44
	10	2.398	2.046	-14.69	2.256	-5.94
	20	2.173	1.903	-12.43	2.150	-1.07
	30	2.119	1.881	-11.25	2.139	0.94
	40	2.098	1.877	-10.52	2.141	2.04
	50	2.086	1.876	-10.04	2.143	2.74
0.5	100	2.068	1.884	-8.92	2.156	4.22
	150	2.066	1.891	-8.48	2.164	4.74
	200	2.066	1.895	-8.25	2.169	5.01
	300	2.067	1.901	-8.00	2.176	5.28
	400	2.058	1.896	-7.89	2.170	5.45

注: $\alpha_n = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $h_{a0}^* = 1.25$, $\rho_{a0}/m = 0.38$ 。

五、外齿轮齿形系数的几何关系

一般外齿轮用齿条刀加工, 所以现就用齿条刀加工的齿轮进行分析。

(一) 齿条刀具的几何关系

设刀具齿顶有凸台, 其几何尺寸如图 2, a 所示, 其圆角中心 A 与齿的对称线相距 E, 则

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{\pi m}{4} - h_{a0} \tan \alpha + h_K (\tan \alpha - \tan \alpha_{pro}) \\
 &+ \rho_{a0} (1 - \sin \alpha_{pro}) \tan \alpha_{pro} - \rho_{a0} \cos \alpha_{pro} \\
 &= \frac{\pi m}{4} - h_{a0} \tan \alpha + h_K (\tan \alpha - \tan \alpha_{pro}) \\
 &+ \rho_{a0} \left(\frac{\sin \alpha_{pro}}{\cos \alpha_{pro}} - \frac{\sin^2 \alpha_{pro}}{\cos \alpha_{pro}} - \frac{\cos^2 \alpha_{pro}}{\cos \alpha_{pro}} \right) \\
 &= \frac{\pi m}{4} - h_{a0} \tan \alpha + h_K (\tan \alpha - \tan \alpha_{pro}) \\
 &- \frac{\rho_{a0}}{\cos \alpha_{pro}} (1 - \sin \alpha_{pro}) \quad (5)
 \end{aligned}$$

图 2 中 P_{to} 与 h_K 的关系, 可用其局部放大的图 3 求得

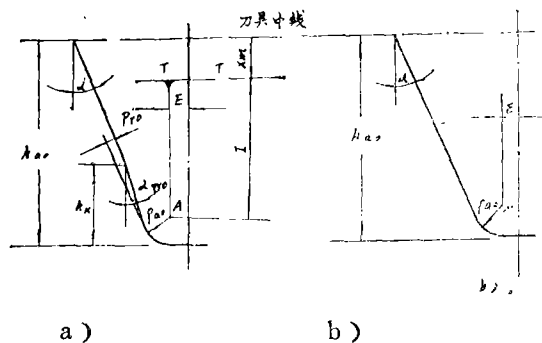


图 2

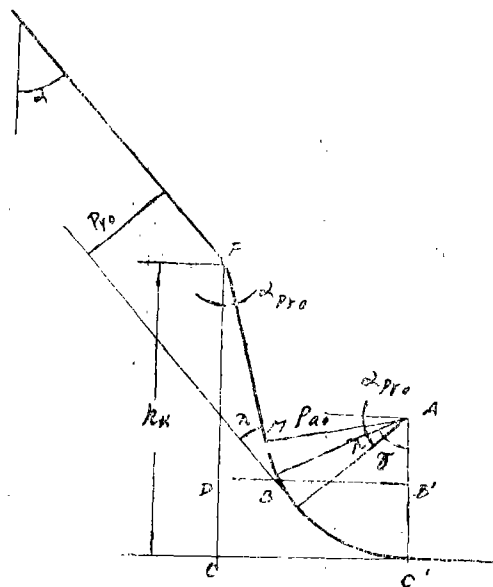


图 3

$$h_k = \overline{FD} + \overline{DC}$$

$$\text{而 } \overline{FD} = \overline{FB} \cos \alpha_{pro}$$

$$\overline{FB} = P_{ro} / \sin \lambda$$

$$\lambda = \alpha - \alpha_{pro}$$

$$\overline{AB} = \rho_{ao} / \cos \frac{\lambda}{2}$$

$$\gamma = 90^\circ - \alpha_{pro} - \frac{\lambda}{2} = 90^\circ = \frac{\alpha + \alpha_{pro}}{2}$$

$$\overline{AB'} = \overline{AB} \cos \gamma = \frac{\rho_{ao}}{\cos \frac{\lambda}{2}} \cos \gamma = \frac{\rho_{ao}}{\cos \frac{\alpha - \alpha_{pro}}{2}} \sin \frac{\alpha + \alpha_{pro}}{2}$$

$$\text{所以 } h_k = \overline{FD} + \overline{DC} = \overline{FD} + \overline{B'C'} = \overline{FD} + \overline{AC'} - \overline{AB'}$$

$$= \frac{P_{ro}}{\sin(\alpha - \alpha_{pro})} \cos \alpha_{pro} + \rho_{ao} \left\{ 1 - \frac{\sin \left[\frac{\alpha + \alpha_{pro}}{2} \right]}{\cos \left(\frac{\alpha - \alpha_{pro}}{2} \right)} \right\} \quad (6)$$

对于无切削量的刀具 $\alpha_{pro} = \alpha$, 则式(5)成为

$$E = \frac{\pi m}{4} - h_{ao} \tan \alpha - \frac{\rho_{ao}}{\cos \alpha} (1 - \sin \alpha) \quad (5, a)$$

在切削变位齿轮时, 机床节线 \overline{TT} 与齿轮分度圆相切, \overline{TT} 这时线与刀具中线相距 xm , \overline{TA} 的距离为

$$\overline{TA} = h_{ao} - xm - \rho_{ao} \quad (7)$$

(二) 齿条刀尖园角中心A点的运动轨迹

在切削啮合中, 设外齿轮的变位系数为 X , 外齿轮作逆时针转动, 刀具园角中心由A点逐渐移到 A_1 点, A点的轨迹为延伸渐开线(图4)

设图4中刀尖园角中心A点正好在 \overline{OT} 线上。若外齿轮固定不动, 则根据相对运动关系可知, 当齿条刀相对齿轮滚动 θ 角时, 刀尖园角中心由A点移到 A_1 点, 机床节线 $\overline{T_1P_1}$ 与分度圆在 P_1 点相切, 这时 A_1 点的向量方程为

$$\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{P_1T_1} + \overrightarrow{T_1A_1}$$

$$\text{而 } \overrightarrow{OP_1} = \frac{mz}{2} \sin \theta \vec{e}_1 + \frac{mz}{2} \cos \theta \vec{e}_2$$

$$\overrightarrow{P_1T_1} = -\frac{mz}{2} \theta \cos \theta \vec{e}_1 + \frac{mz}{2} \theta \sin \theta \vec{e}_2$$

令 $h_{a0}^* = \frac{h_{a0}}{m}$, $\rho_{a0}^* = \frac{\rho_{a0}}{m}$ 则A点的斜率为

$$\frac{by}{bx} = \frac{-(z - 2h_{a0}^* + 2x + 2\rho_{a0}^*)\sin\theta + z\theta\cos\theta + z\sin\theta}{(z - 2h_{a0}^* + 2x + 2\rho_{a0}^*)\cos\theta + z\theta\sin\theta - z\cos\theta} \quad (10)$$

(三) 刀尖切削到齿根30°切线切点处的刀具位置

图4中A点的轨迹是延伸渐开线, 刀具左圆角的包络线是该延伸渐开线的等距曲线, 即齿根过渡曲线。设 P_1A_1 线与过度曲线的交点为G, 则过度曲线在G点的斜率与延伸渐开线在 A_1 点的斜率相等。设这时刀具切削的过渡曲线上的G点正位于齿根30°切线GF的切点处, 并设这时 θ 角的位置为 θ_1 , 被加工轮齿的对称线与Y轴的夹角为 γ , 齿槽的对称线为 OT' , 由图4可知:

$$\gamma = \frac{\widehat{MT}}{r} = \frac{\widehat{MT'} - \widehat{TT'}}{0.5mz}$$

对照图2可知, $\widehat{TT'} = E$ 所以

$$\gamma = \frac{0.5\pi m - E}{0.5mz} = \frac{\pi - 2E/m}{z} \quad (11)$$

这时 \overline{GF} 的斜率 K_1 为

$$K_1 = -\tan(\epsilon\theta - \gamma) \quad (12)$$

因延伸渐开线在 A_1 的斜率等于GF的斜率, 所以

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\theta=\theta_1} = \frac{-(z - 2h_{a0}^* + 2x + 2\rho_{a0}^*)\sin\theta_1 + z\theta_1\cos\theta_1 + z\sin\theta_1}{(z - 2h_{a0}^* + 2x + 2\rho_{a0}^*)\cos\theta_1 + z\theta_1\sin\theta_1 - z\cos\theta_1} = K_1$$

将上式整理后可得

$$z(K_1\tan\theta_1 - 1)\theta_1 + (-2h_{a0}^* + 2x + 2\rho_{a0}^*)\tan\theta_1 + (2x + 2\rho_{a0}^* - 2h_{a0}^*)K_1 = 0 \quad (13)$$

θ_1 与 z 的关系也可用下法求得^[1]

设在切削啮合中某瞬时的节点 P' , 刀尖圆角中心A位于 A' 点, 如图5所示。

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\overline{P'A'}}{\overline{T'A'}} = \tan^{-1} \frac{0.5mz\theta}{h_{a0} - xm - \rho_{a0}} = \tan^{-1} \frac{0.5z\theta}{h_{a0}^* - x - \rho_{a0}^*} \quad (14)$$

设图4中, G是霍非30°切线的切点, 这时A点位于 A_1 点, 因 $\overline{A_1P_1}$ 是延伸渐开线的法线而齿根过渡曲线是A点轨迹的等距曲线, 因此 $\overline{A_1G}$ 同时是过渡曲线和渐开线的公法线, 所以 A_1 点一定在 $\overline{P_1G}$ 上。延长 $\overline{P_1A_1G}$ 交轮齿中心线于C点, 则 $\angle P_1CM = \frac{\pi}{3}$, 在 $\triangle P_1CO$ 中

$$\lambda = \operatorname{inv} \alpha$$

将以上关系代入式(a), 得

$$\alpha_F = \sqrt{\left(\frac{r_a}{r_a}\right)^2 - 1} - \frac{0.5\pi + 2x \tan \alpha}{z} - \operatorname{inv} \alpha \quad (17)$$

(六) 危险断面力臂 h_F

图4中 $h_F = \overline{IH} = \overline{OH} - \overline{OC} - \overline{CI}$

由图7 $\overline{OH} = \frac{r_b}{\cos \alpha_F} = \frac{mz \cos \alpha}{2 \cos \alpha_F}$

在图4的 $\triangle OCP_1$ 中根据正弦定律

$$\frac{\overline{OC}}{\sin \phi_1} = \frac{\overline{OP_1}}{\sin 120^\circ}$$

$$\therefore \overline{OC} = \frac{mz}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{\pi}{3} - \gamma - \theta_1 \right)$$

$$\overline{CI} = \overline{CG} \cos 60^\circ = \frac{mz \sin(\gamma + \theta_1)}{2 \times \sqrt{3}} - \frac{h_{a.o} - xm - \rho_{a.o}}{2 \sin \left(\frac{\pi}{6} + \gamma + \theta_1 \right)} - \frac{\rho_{a.o}}{2}$$

将以上关系代入式(b), 经整理后得

$$\frac{h_F}{m} = \frac{z \cos \alpha}{2 \cos \alpha_F} - z/2 \cos(\gamma + \theta_1) + \frac{h_{a.o}^* - x - \rho_{a.o}^*}{2 \sin \left(\frac{\pi}{6} + \gamma + \theta_1 \right)} + \frac{\rho_{a.o}}{2} \quad (18)$$

(七) 30° 切线切点处的齿根圆角半径 ρ_F

刀尖圆角中心轨迹的曲率半径 ρ 是

$$\rho = \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}{|\ddot{x}\dot{y} - \dot{x}\ddot{y}|}$$

$$\text{式中 } \dot{x} = \frac{dx}{dt}, \dot{y} = \frac{dy}{dt}$$

由式(9)得

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X} &= \frac{d^2k}{dt^2} = - \left(\frac{zu}{2} - h_{a.o} + xm + \rho_{a.o} \right) \sin \theta + \frac{mz\theta}{2} \cos \theta + mz \sin \theta \\ \ddot{Y} &= \frac{d^2y}{dt^2} = - \left(\frac{mz}{2} - h_{a.o} + xm + \rho_{a.o} \right) \cos \theta - \frac{mz\theta}{2} \sin \theta + mz \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

将式(9)和(d)的关系代入式(c), 经整理后得

$$\rho = \frac{[(h_{a.o}^* - x - \rho_{a.o}^*)^2 + 0.25z^2\theta^2]^{3/2} m}{|(0.5z + h_{a.o}^* - x - \rho_{a.o}^*)(-h_{a.o}^* + x + \rho_{a.o}^*) - 0.25z^2\theta^2|} \quad (19)$$

延伸渐开线在 A_1 (图4) 的曲率半径 ρ_{A_1} 为

$$\rho_{A1} = \frac{[(h_{a0}^* - x - \rho_{a0}^*)^2 + 0.25z^2\theta^2]^{3/2}}{m} \quad (19a)$$

$$\{ (0.5z + h_{a0}^* - x - \rho_{a0}^*)(-h_{a0}^* + x + \rho_{a0}^*) - 0.25z^2\theta^2 \}$$

齿根过渡曲线是A点轨迹的等距曲线, 过渡曲线在G点的曲率半径 ρ_F 等于延伸渐开线在 A_1 点的曲率半径 ρ_{A1} 加上刀具刀尖的圆角半径 ρ_{a0} , 所以

$$\rho_F = \rho_{A1} + \rho_{a0} \quad (20)$$

(八) 齿形系数和综合齿形系数分式

载荷作用于齿顶时齿形系数 Y_F 如式(4)所示, 即

$$Y_F = \frac{6 \frac{h_F}{m} \cos \alpha_F}{\left(\frac{S_F}{m} \right)^2 \cos \alpha} \quad (21)$$

考虑齿根过渡圆角引起的应力集中等的应力修正系数 Y_S 为^{[7], [8]}

$$Y_S = (1.2 + 0.13) L_a q_S \left(\frac{1}{1.21 + 2.3/L_a} \right) \quad (22)$$

$$\text{式中 } q_S = \frac{S_F/m}{2 \cdot \rho_F/m} \quad (23)$$

$$L_a = \frac{S_F/m}{h_F/m} \quad (24)$$

综合齿形系数 Y_{FS} 为^{[7], [8]}

$$Y_{FS} = Y_F \cdot Y_S \quad (25)$$

现就压力角 $\alpha = 20^\circ$, 齿顶高系数 $h^*a = 1.0$, 齿条刀的齿顶高系数 $h^*a_0 = 1.25$, 齿条刀的齿顶圆角半径 $\rho_{a0} = 0.38m$, 根据以上公式用电子计算机求得的齿形系数 Y_{Fa} 、应力修正系数的 Y_S 和应力综合系数 Y_{FS} 作于图8~10中。

六、结束语

齿根上最大的拉应力发生在 30° 切线附近, 并在该处用水平分力计算的拉应力与考虑拉伸、压缩、剪切应力相合成的计算应力很接近, 因此, 建议标准中采用 30° 切线法, 并只考虑水平分力的影响, 这样不仅计算简单, 并且可和ISO以及世界上许多国家的方法取得一致, 以便于比较。

本文对齿形系数的有关公式作了详细的推导, 其式形有的虽和ISO的不同, 但计算结果是相同的, 本文的公式可适用于其它参数的渐开线齿形, 可为新的齿形作出新的齿形系数图和计算机程序。

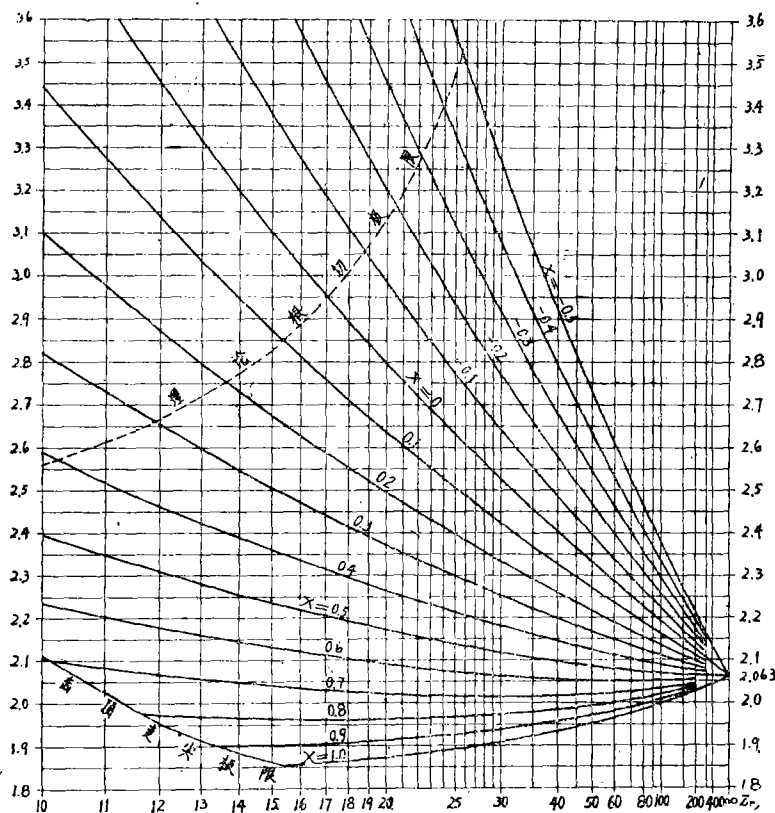


图 8

参考文献

- 〔1〕 齿轮强度研究小组,《渐开线圆柱齿轮传动强度计算(讨论稿)》制定说明书(初稿), 1977年。
- 〔2〕 范垂本, 齿轮的强度和试验, 机械工业出版社, 1979, P128~133。
- 〔3〕 朱东, 用有限元素法分析齿轮轮齿弯曲强度的方法, 1978年。
- 〔4〕 近畿齿悬话会编, 齿の设军计・制作(1), 大河出版刊, 1971年, 139—141。
- 〔5〕 塚本尚欠, 金丸忠则, 平齿车的曲倾强度计算式にすぎ为齿形系数,《机械设计》, 1971, №8~9。
- 〔6〕 JGMA401—01(1974), 平齿车およびすは齿車の曲ば强ち计算式。
- 〔7〕 Principles for the Calculation of Tooth Strength of Spur and Helical Gear ISO/TC60/WG6 (Secr.89) 20 1 E 1978。
- 〔8〕 DIN 3990 (1980), Grundlagen für die Tragfähigkeitsberechnung Von Gerad und Schrägstirnrädern。

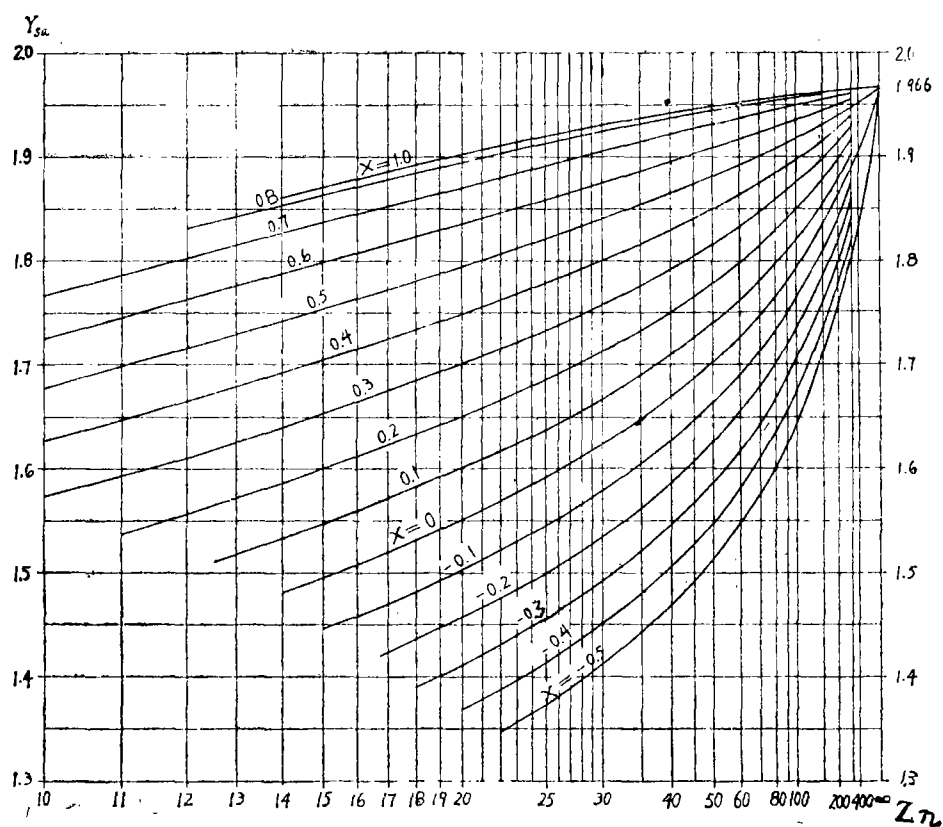


图 9

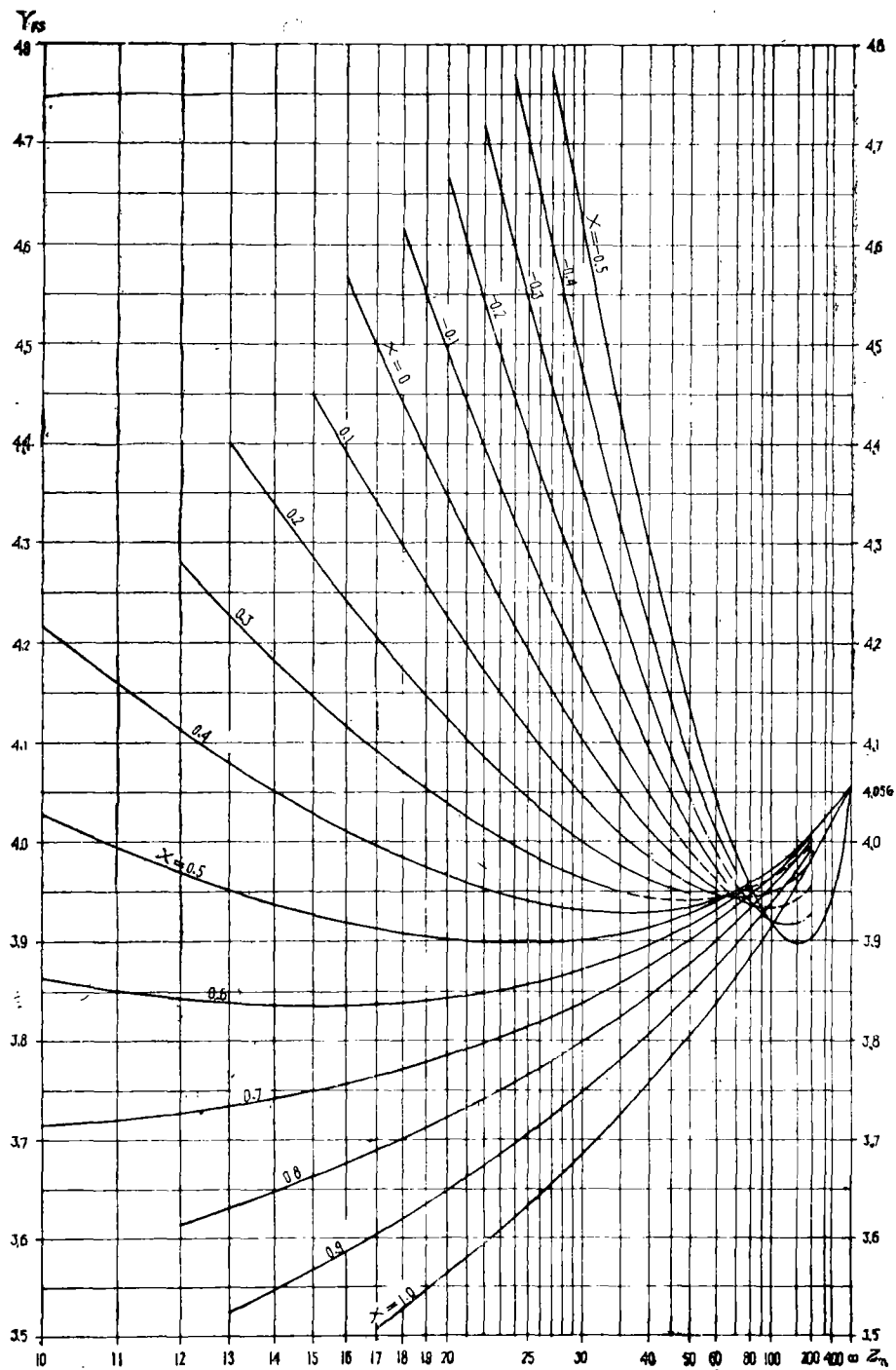


图10