

用Z变换设计控制算式的研究

戚 良 娣

(电机系)

提 要

控制算式是计算机控制系统中的一个重要环节,计算机通过控制算式实现对被控制对象的控制。迄今为止,计算机过程控制系统中所采用的控制算式绝大部分是用模拟化方法设计的,PID算式就是这一类控制算式。数字化的方法,既用Z变换直接设计的控制算式却用得极少。作者用Z变换的方法分别对一个仿真系统和一个实时系统进行综合,设计出控制算式,并对这二种系统都作了实验。本文是在这个基础上总结了这类控制算式的设计方法,分析其稳定性和振铃现象,对两类控制算式作出了比较,并对其优点和应用范围提出一些看法。

一、前 言

典型的数字过程控制回路如图1所示。图中 $r(t)$ 、 $c(t)$ 和 $x(t)$ 是连续信号,经采样器 T 后,转变为仅在采样时刻出现的离散信号。 C_n 、 r_n 和 m_n 代表离散信号序列, n 表示采样时刻,即 $c_0 = c(0)$, $c_1 = c(T)$, $c_2 = c(2T) \cdots c_n = c(nT) \cdots$ 。

在数字控制回路中,控制算式是一个差分方程。差分方程的一般表达式为

$$\begin{aligned} m_n &= \sum_{i=0}^1 g_i e_{n-i} - \sum_{j=1}^p h_j m_{n-j} \\ &= \sum_{i=0}^1 g_i e[(n-i)T] \\ &\quad - \sum_{j=1}^p h_j m[(n-j)T] \cdots (1) \end{aligned}$$

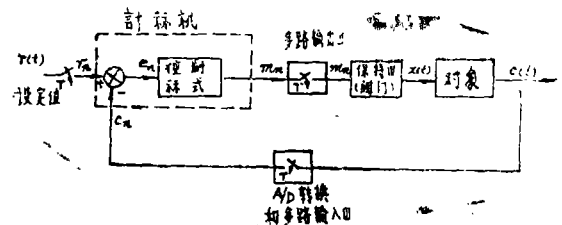


图 1 典型的数字控制回路

由此方程应用现在时刻的输入值 e_n ,及取自寄存器过去时刻的输入值 e_{n-1} , $e_{n-2} \cdots$,和过去时刻的输出值 m_{n-1} , $m_{n-2} \cdots$ 可计算出现在时刻的控制变量 m_n 。控制算式不同,差分方程中所含的项数 l 和 p 以及系数 g_i 和 h_j 都不相同。设计系统的控制算式就是确定差分方程项数 l 和 p ,并计算系数 g_i 和 h_j 。

设计控制算式的方法一般有二种,一种是模拟化方法,一种是数字化方法。最典型的模拟化方法设计的控制算式是PID算式。它是应用了连续系统理论中较成熟的PID调节规律而得出的离散化差分方程。PID算式用增量表示为

$$\begin{aligned} \Delta m_n &= m_n - m_{n-1} \\ &= K_p [(e_n - e_{n-1}) + \frac{T}{T_i} e_n + \frac{T_d}{T} (e_n - 2e_{n-1} + e_{n-2})] \end{aligned}$$

式中 T — 采样周期

K_p, T_i, T_d 分别为比例、积分、微分系数。 写成差分方程形式为

$$m_n = K_p \left[\left(1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T} \right) e_n - \left(1 + \frac{2T_d}{T} \right) e_{n-1} + \left(\frac{T_d}{T} \right) e_{n-2} \right] + m_{n-1}$$

在这个算式中, $l=2, p=1$, 各系数 g_i, h_j 由 K_p, T, T_i 和 T_d 求得。实际上, 这些都是依靠经验或现场调试来确定的。

数字化的方法是以 z 变换为数学工具, 应用离散系统理论, 先求出控制算式的 z 传递函数 $D(z)$, 然后经 z 反变换求出差分方程形式的控制算式。本文主要是研究这一类控制算式。

二、设计方法

(一) 设计公式

z 变换是研究离散系统的主要数学工具。一个离散信号序列 C_n 的 z 变换是

$$\begin{aligned} C(z) = Z[C_n] &= \sum_{i=0}^{\infty} c_i z^{-i} \\ &= c(0) + c(T)z^{-1} + c(2T)z^{-2} + c(3T)z^{-3} + \dots \end{aligned}$$

离散信号序列 c_{n-k} 的 z 变换为

$$Z[c_{n-k}] = z^{-k} Z[C_n] = z^{-k} C(z)$$

图2所示的控制回路中, $C(z)$, $E(z)$ 和 $M(z)$ 是离散信号序列的 z 变换, $C(s)$, $N(s)$ 和 $R(s)$ 是连续信号的拉氏变换。 $D(z)$ 是控制算式的 z 变换表达式, 而 $H(z)$ 和 $G(z)$ 分别为保持器和被控对象的连续传递函数。

闭环输出 $C(z)$ 可按式求得

无扰动输入时 $[N(s) = 0]$

$$C(z) = [R(z) - C(z)] D(z) H(z) G(z)$$

有扰动输入时 (认为 $R(s) = 0$)

$$C(z) = \frac{N(z)}{1 + D(z) H(z) G(z)}$$

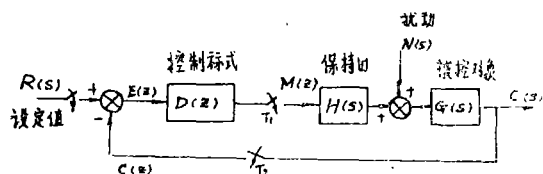


图2 数字控制回路 (z 域和 s 域)

由此可得到 $D(z)$ 的计算公式

$N(s) = 0$ 时

$$D(z) = \frac{1}{HG(z)} \cdot \frac{C(z)/R(z)}{1 - C(z)/R(z)} \quad \dots\dots(2)$$

$R(s) = 0$ 时

$$D(z) = \frac{NG(z) - C(z)}{HG(z)C(z)} \quad \dots\dots(3)$$

式中 $HG(z)$ 是连续部分‘保持器’和‘被控对象’的 z 变换, 称为被控对象的脉冲传递函数。被控对象已定时, $HG(z)$ 也可求得。若规定了希望的闭环动态性能 (式(2)中 $C(z)/R(z)$,

式(3)中 $C(z)$ 和 $N(z)$, $D(z)$ 就可由计算公式(2)和(3)求出。 $D(z)$ 是控制算式的Z变换, 其一般式为

$$D(z) = \frac{g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + \cdots + g_l z^{-l}}{1 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \cdots + h_p z^{-p}}$$

$D(z)$ 又是其输出和输入的Z变换之比(图2)

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)}$$

由此可得

$$\begin{aligned} M(z) + h_1 M(z)z^{-1} + h_2 M(z)z^{-2} + \cdots + h_p M(z)z^{-p} \\ = g_0 E(z) + g_1 E(z)z^{-1} + \cdots + g_l E(z)z^{-l} \end{aligned} \quad \text{.....(4)}$$

式(4)是Z变换形式的差分方程。将式中各项作Z的反变换

$$\begin{aligned} m_n &= Z^{-1}[M(z)] \\ m_{n-1} &= Z^{-1}[z^{-1}M(z)] \\ e_n &= Z^{-1}[E(z)] \\ e_{n-1} &= Z^{-1}[z^{-1}E(z)] \end{aligned}$$

由此可求得时域的差分方程, 即控制算式(2-1)。

(二). 脉冲传递函数 $HG(z)$

$HG(z)$ 是‘保持器’及‘被控对象’数学模型的Z变换。通常采用的是零阶保持器, 其传递函数为

$$H(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

被控对象数学模型的传递函数用 $G_m(s)$ 表示, 则 $HG(z)$ 可经Z变换求出

$$HG(z) = Z\left[\frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot G_m(s)\right]$$

建立数学模型的方法很多, 本工作中采用的是简捷的模型化技术(1), 模型是有延滞环节的一阶系统, 其传递函数 $G_m(s) = \frac{ke^{-s\theta}}{\tau s + 1}$

式中 k 、 θ 、 τ 分别为模型的增益、延滞时间和时间常数

由于数学模型中含有纯延滞环节, 所以脉冲传递函数 $HG(z)$ 用改进Z变换求出

$$HG(z) = KZ^{-(1+N)} \frac{(1 - e^{-mT/\tau}) + (e^{-mT/\tau} - e^{-T/\tau})Z^{-1}}{1 - e^{-T/\tau}Z^{-1}} \quad \text{.....(5)}$$

式中 T ——采样周期

$$m = 1 - \theta'/T$$

$$\theta' = \theta - NT$$

θ 延滞时间

$$N = \text{Integer}(\theta/T)$$

(三).希望闭环动态性能的规定

在规定希望闭环动态性能时,必须考虑 $D(z)$ 物理上的能实现性。对于有延滞的被控对象,在延滞时间 NT 内,不论是否有输入、输出都应为零,所以希望闭环动态性能 $C(z)/R(z)$ ($N(S)=0$ 时)必须包含延滞项 Z^{-N} 。希望闭环动态性能不同时,控制算式也不同。本工作中采用了三种不同的算式,分别为最少拍算式、大林算式和卡尔曼算式。

1.最少拍算式 (Deadbeat Algorithm)

希望闭环输出响应是在一个采样周期后,采样时刻的稳态误差均为零

$$C(z)/R(z) = Z^{-1}$$

被控制对象含有延滞环节时,为了 $D(z)$ 物理上能实现, $C(z)/R(z)$ 规定为

$$C(z)/R(z) = Z^{-(1+N)}$$

$D(z)$ 可由式(2)求出

$$D(z) = \frac{1}{HG(z)} \cdot \frac{Z^{-(1+N)}}{1 - Z^{-(1+N)}} \quad \dots\dots (6)$$

2.大林算式 (Dahlin's method)

希望闭环输出响应表现为连续有延滞的一阶系统响应

$$C(s) = \frac{e^{-\theta s}}{(\lambda s + 1)} \cdot R(s)$$

式中 θ ——输出响应的延滞时间,一般等于模型的延滞时间

λ ——闭环输出响应的的时间常数

经 Z 变换后
$$C(z)/R(z) = \frac{(1 - e^{-T/\lambda}) Z^{-N-1}}{1 - e^{-T/\lambda} Z^{-1}}$$

$D(z)$ 由式(2)求出

$$D(z) = \frac{(1 - e^{-T/\lambda}) Z^{-N-1}}{1 - e^{-T/\lambda} Z^{-1} - (1 - e^{-T/\lambda}) Z^{-N-1}} \cdot \frac{1}{HG(z)} \quad \dots\dots (7)$$

式中 λ 可作为调整参数。通过参数的调整,可得到不同的闭环输出响应。 λ 减少,反应快。当 λ 趋于零时,式(6)和式(7)一致,所以最少拍算式是大林算式的一个特例。

3.卡尔曼算式 (Kalman's Approach)

当设定值有一个单位阶跃变化时,希望的输出响应规定为

$$C(z) = c_1 z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \dots\dots$$

控制变量规定为

$$M(z) = m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2} + m_3 z^{-3} + m_4 z^{-4} + \dots\dots$$

式中 $m_1 = \frac{1}{k}$

k ——被控对象数学模型的增益

由图2可知 $HG(z)$ 也可表示为

$$\begin{aligned}
 HG(z) &= \frac{C(z)/R(z)}{M(z)/R(z)} \\
 &= \frac{(c_1 z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \cdots)(1 - z^{-1})}{(m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2} + \cdots)(1 - z^{-1})} \\
 &= \frac{c_1 z^{-1} + (1 - c_1) z^{-2}}{m_0 + (m_1 - m_0) z^{-1} + (m_2 - m_1) z^{-2}} \\
 &= \frac{p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2}}{g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2}} = \frac{p(z)}{Q(z)}
 \end{aligned}$$

由此可得

$$\begin{aligned}
 D(z) &= \frac{1}{HG(z)} \cdot \frac{C(z)/R(z)}{1 - C(z)/R(z)} \\
 &= \frac{Q(z)}{p(z)} \cdot \frac{p(z)}{1 - p(z)} \\
 &= \frac{Q(z)}{1 - p(z)} \quad \dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

三、稳定性和振铃现象

(一) 稳定性分析

稳定性是控制系统正常工作的重要条件。用Z变换设计D(z)的方法是基于依靠D(z)的零、极点去抵消HG(z)的零、极点而获得所希望的闭环动态性能的, 因此整个闭环系统应该是稳定的。然而, 在实际控制系统中不可避免地存在着模型误差, 噪声和短暂的干扰, 完全的零、极点抵消是不可能的。在设计D(z)时, 必须避免HG(z)和D(z)之间一些不稳定或接近不稳定的零、极点互相抵消, 也就是说D(z)中不能有不安定的零、极点, 否则闭环系统就会不稳定。同时, 为了使希望的闭环输出响应不仅在采样时刻的稳态误差为零, 而且在采样时刻之间无波纹, D(z)的输出—控制变量必须在有限拍数内结束瞬态过程, 即D(z)必须开环稳定。

综上所述, 为了得到一个稳定的闭环系统, 必须要有一个稳定的D(z)。判断D(z)稳定的方法是检查其极点是否均在Z平面的单位圆内。若有极点在单位圆外, 系统就不稳定。例如由式(5)和式(6)求得有延滞一阶模型的最少拍算法为

$$D(z) = \frac{1 - e^{-T/\tau} Z^{-1}}{K[(1 - e^{-mT/\tau}) + (e^{-mT/\tau} - e^{-T/\tau})Z^{-1}]} \cdot \frac{1}{1 - Z^{-(N+1)}}$$

由上式可知, 其零点 $Z_0 = e^{-T/\tau}$, 不论采样周期T为何值, 零点均在Z平面的单位圆内。由 $1 - Z^{-(N+1)} = 0$ 所决定的N+1个极点均在单位圆上, 因此, 只要极点

$$Z_p = \frac{e^{-mT/\tau} - e^{-T/\tau}}{1 - e^{-mT/\tau}}$$

在Z平面的单位圆内, $D(z)$ 稳定, 稳定的判断公式为

$$|1 - e^{-mT/\tau}| > |e^{-mT/\tau} - e^{-T/\tau}|$$

这个判断可以通过计算机程序来实现。

(二) 振铃现象(Ringing)

$D(z)$ 的极点在Z平面上的位置直接决定了其输出的瞬态响应。Z平面上单位圆内的共轭复数极点对应的阶跃响应为衰减振荡; 正实数极点对应了单调衰减过程; 负实数极点也引起衰减振荡, 而其振荡频率最高, 性能最差。除了 $Z_p = 1$ 的极点外, 在单位圆上的极点对应的阶跃响应均为等幅振荡过程。 $Z_p = -1$ 的极点称为振铃极点(Ringing pole), 此时相应的阶跃响应为频率最高的等幅振荡。 $D(z)$ 中的极点越接近振铃极点, 振荡振幅越大。这个现象称为振铃现象。由于 $D(z)$ 和 $HG(z)$ 的零、极点抵消, 振铃现象仅出现在 $D(z)$ 的输出—控制变量中, 闭环性能不受振铃现象的影响。然而, 控制变量的振荡会使阀门频繁运动而造成不必要的磨损。

为了消除振铃现象, 在设计 $D(z)$ 时, 可除去引起振铃现象的极点。方法是令此极点处 $Z = 1$, 同时调整相应的增益 K 。

例如 设计仿真系统 $D(z)$ 时, 采样周期 $T = 1$ 的脉冲传递函数(见下节)

$$HG(z) = \frac{Z^{-2}(0.1493 + 0.1095Z^{-1})}{1 - 0.7413Z^{-1}}$$

最少拍控制算式

$$D(z) = \frac{6.7(1 - 0.7431Z^{-1})}{(1 + 0.7334Z^{-1})(1 - Z^{-1})(1 + Z^{-1})}$$

极点 $Z = -1$ 和 $Z = -0.7334$ 都会引起控制变量振荡(见图4), 为了消除 $Z = -1$ 的极点, $D(z)$ 改为

$$D(z) = \frac{3.35(1 - 0.7413Z^{-1})}{(1 + 0.7334Z^{-1})(1 - Z^{-1})}$$

消除振铃极点后, $D(z)$ 的输出和相应的闭环输出曲线如图5所示。显然控制变量的振荡减弱, 但闭环动态性能变坏。因此, 在消除振铃现象时, 必须综合考虑两者关系。

四、仿真系统的 $D(z)$ 设计

被控对象是一个四阶仿真系统, 其传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{(0.5s + 1)(s + 1)^2(2s + 1)}$$

数学模型是有延滞的一阶系统, 参数用简捷的模型化技术求得, 其传递函数为

$$G_m(s) = \frac{1.0e^{-1.46s}}{3.34s + 1}$$

相应的脉冲传递函数 $HG(z)$ 由式(5)求得

$$HG(z) = \frac{1.0Z^{-(1+N)}[(1 - e^{-mT/3.34}) + (e^{-mT/3.34} - e^{-T/3.34})z^{-1}]}{1 - e^{-T/3.34}Z^{-1}}$$

采样周期T不同时, 其脉冲传递函数也不同。

$$T=1\text{时}, N=\text{Integer}(\theta/T)=1$$

$$m=1 - \frac{\theta - NT}{T} = 0.54$$

所以 $HG(Z) = \frac{Z^{-2}(0.1493 + 0.1095Z^{-1})}{1 - 0.7413Z^{-1}}$

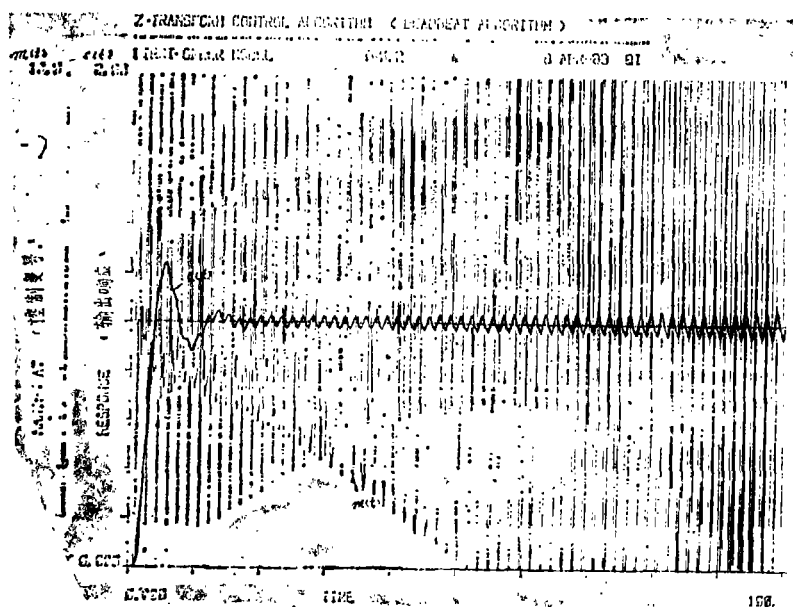


图3 $T=0.2$ 时仿真实验的响应曲线(最少拍算式)

根据式(5)、式(6)和式(7), 编写计算参数程序, 计算在不同采样周期时三种控制算式的参数。图3、图4和图5是将这些控制算式应用于被控仿真对象的几个实验结果, 示出了在不同情况下的控制变量和单位阶跃响应曲线。

在被控对象和希望闭环初态性能已定的情况下, 各种算式的参数主要决定于采样周期的大小, 所以采样周期是设计控制算式的关键因素。由仿真实验的结果可以看到, 在采样周期远小于模型的延滞时间时, 闭环性能极差。图3是在采样时间 $T=0.2$ 时, 最少拍算式用于仿真系统的控制变量和阶跃响应曲线。阶跃响应有不稳定的趋势, 而控制变量有剧烈的振铃现象。这一方面是由于频繁采样造成系统对噪声及模型误差的灵敏度增加, 另一方面是由于 $D(z)$ 中大部分极点在Z平面的单位园上的缘故。此情况下, $T=0.2$, 最少拍算法为

$$D(z) = \frac{24.39(1 - 0.9419Z^{-1})}{(1 - Z^{-1})(1 + 0.147Z^{-1})}$$

九个极点分别为: $P_1=1$; $P_2=-0.417$; $P_3=-1$; $P_4=+j$; $P_5=-j$; $P_6=e^{j45^\circ}$; $P_7=e^{-j45^\circ}$; $P_8=e^{j135^\circ}$; $P_9=e^{-j135^\circ}$

有关文献指出采样周期应不小于被控对象时间常数的10%, 而采样周期接近延滞时间时,

闭环动态性能较好,如图4所示。

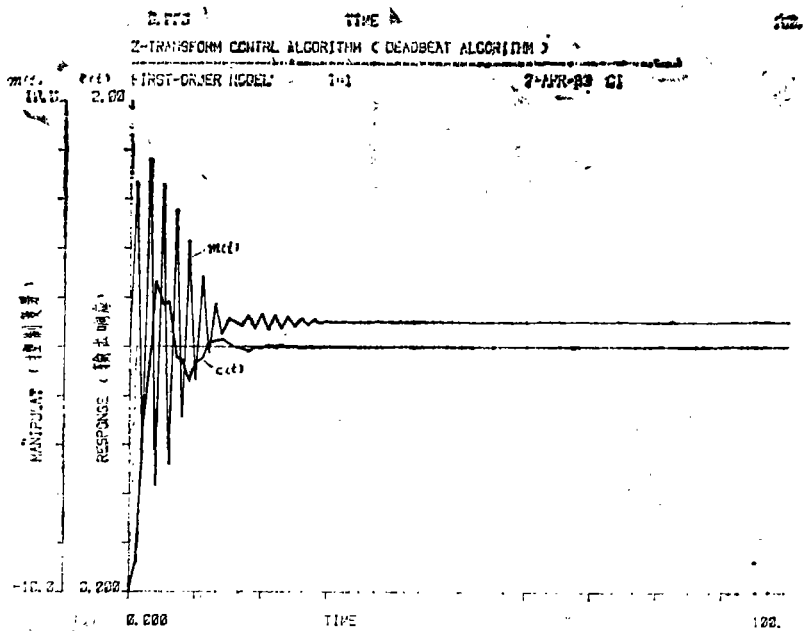


图4 $T=1$ 时仿真实验的响应曲线(最少拍算式)

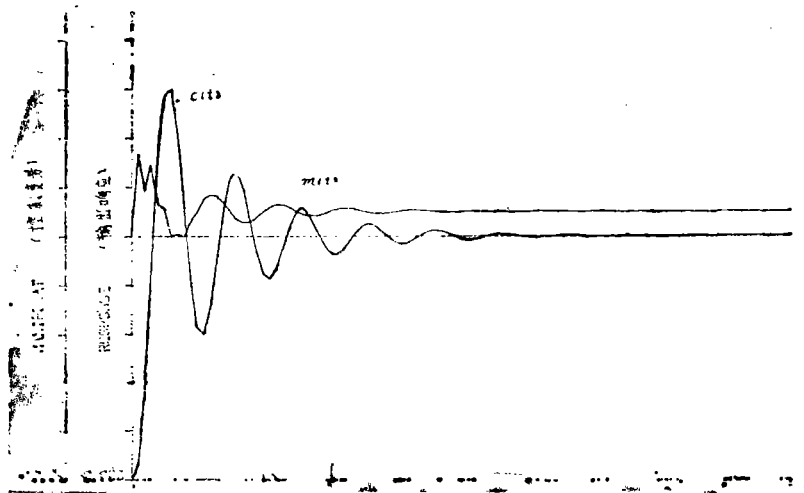


图5 $T=1$ 时仿真实验的响应曲线(最少拍算法,振铃极点消除后)

五、实时系统的 $D(z)$ 设计

被控对象是一个热交换器,其系统图示于图6。

热交换器也采用有延滞的一阶模型。为了用简捷法模型化技术确定模型参数,作了多次开环实验,得到蒸汽阀门在不同开度时的开环阶跃响应曲线。由开环阶跃响应曲线求出模型动态参数的三种方法表示在图7中。其结果如下:

	延滞时间	时间常数
方法1	$\theta_1 = 28''$	$\tau_1 = 283''$
方法2	$\theta_2 = 28''$	$\tau_2 = 194''$
方法3	$\theta_3 = 41.5''$	$\tau_3 = 178.5''$

用这些参数分别画出三个模型的阶跃响应曲线与实际的开环实验曲线相比较(图8), 选取最接近于实际曲线的模型参数, $\theta = 41.5''$, $\tau = 178.5''$ 。

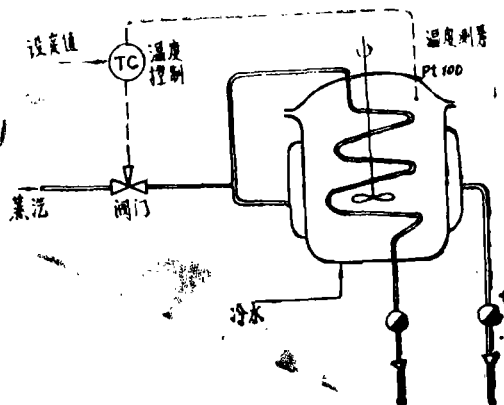


图6 热交换器的系统图

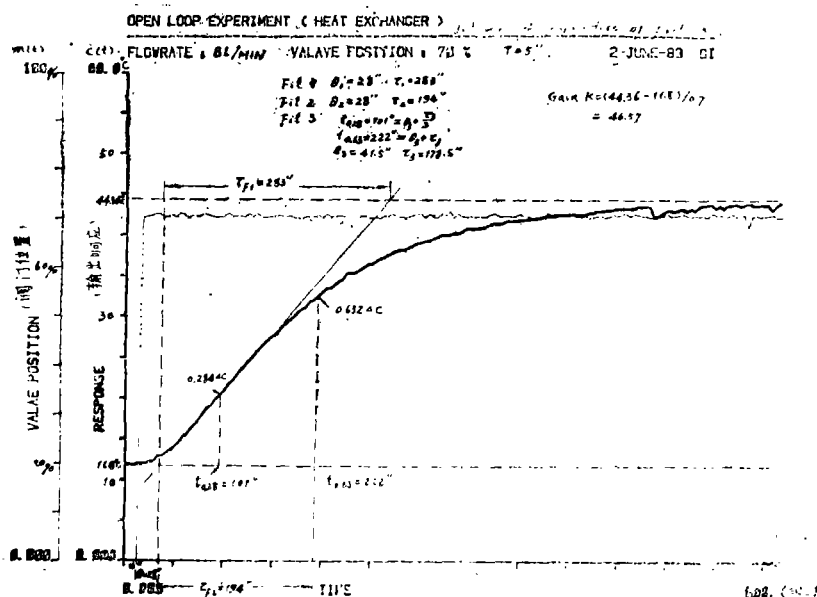


图7 热交换器的开环实验曲线(三种方法确定模型参数)

模型的静态参数增益 K 定义为开环系统的稳定输出—温度变化和系统输入—阀门开度变化的比值。通过多次实验发现热交换器为非线性元件, K 并非常数。 K 值直接影响控制算式的参数, 也会影响系统的稳定性。在作热交换器控制实验时, 温度阶跃变化为 30°C 左右, $K = 0.05886$ 。由此得到热交换器数学模型为

$$G_m(s) = \frac{0.05886e^{-41.5s}}{178.5s + 1}$$

用计算参数程序计算控制算式的参数, 并将控制算式用于热交换器进行实时控制。图9和图10是实时控制的二次实验曲线, 其闭环性能较好, 采样时间增加, 超调量降低, 但上升时间增加。

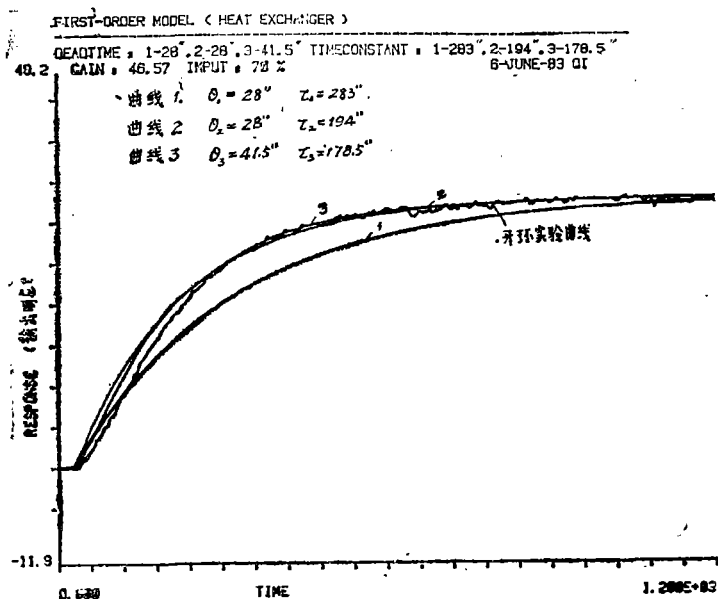
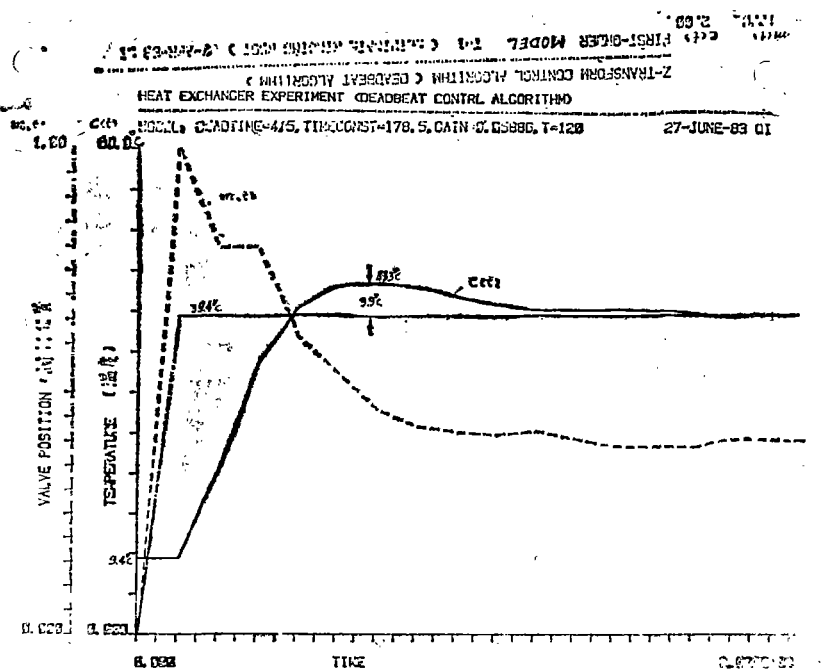


图8 模型的阶跃应曲线和开环实验曲线

图9 热交换器温度控制实验曲线(最少拍算法 $T=120'$)

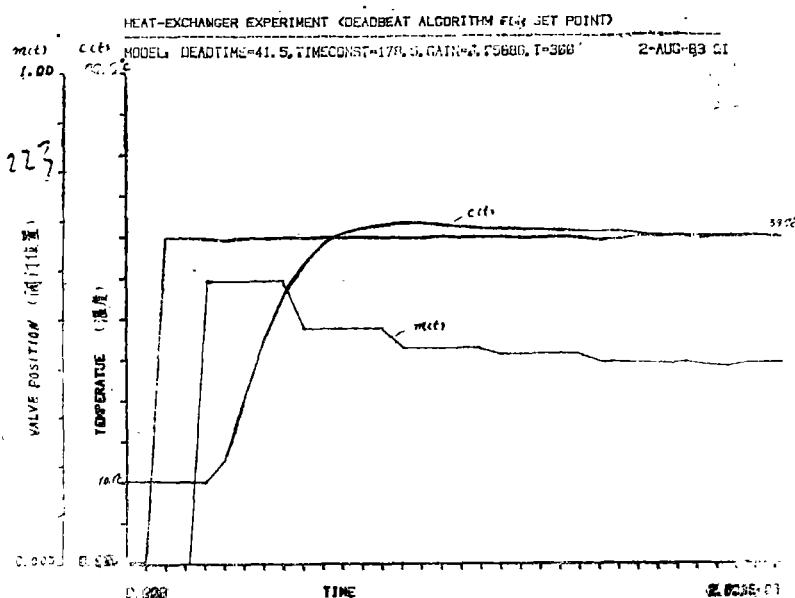


图10 热交换器温度控制实验曲线(最少拍算式 $T=300''$)

六、两类控制算式的比较

(一) 设计方法

用Z变换设计的方法是根据规定的希望闭环动态性能设计被控对象的控制算式并计算参数的, 所以是由最终系统性能要求求出控制算式的直接设计方法。

模拟化设计方法是先确定控制算式, 如PID算式, 然后调整参数获得所希望的系统性能, 而参数整定在很大程度上决定于工程师的经验。

比较这两种设计方法, 可看出前者从理论上来说是更合理、更具有一般性的意义。然而, 由于模型误差和噪声的存在, 实际上不可能完全达到理论所希望的系统性能要求。另一方面, 由于长期工程实践总结了一套方便的参数整定方法, PID算式在大多数工业生产过程控制中能得到相当满意的系统性能。这也是PID算式至今一直被广泛应用的原因。

(二) 采样周期的选择

在数学控制系统中, 采样周期是个关键的因素。系统采用PID控制算式时, 采样周期减小, 系统动态性能随之改善, 采样周期过大, 系统性能变坏, 甚至会导致系统的不稳定, 闭环性能与下列二项之和成反比

$$\frac{\theta}{\tau} + \frac{T/2}{\tau}$$

θ , τ 分别为被控对象的延滞和时间常数, T 为采样周期。当第二项接近于第一项时, 采样周期的影响变得显著, 甚至影响系统的稳定性。因此, 采样周期应小于被控对象的延滞时间。

用Z变换设计控制算式是基于被控对象的模型, 模型的延滞被控制算式所补偿, 所以采

样时间的选择与延滞时间无关。从对仿真系统和实时系统的控制实验中, 看出其闭环动态性能与采样周期的关系和采用PID算式时完全不同。我们发现:

(1) 采样周期 T 小于延滞时间 θ 时, 其性能随着 T 减小而变坏, 通常存在振铃现象(图3)。

(2) 采样周期 T 接近或大于 θ 时, 其性能较好(图9.图10)。

(3) 采样周期 T 和闭环动态性能的关系还不清楚, T 和稳定性的关系也无一般规律, 有待于进一步的研究。

然而, 较明确的是用 Z 变换设计的控制算式可选用较大的采样周期。例如, 对于温度控制系统, 采用PID控制算式时, 文献中建议 $T = 20''$, T 过大会使性能变坏。对热交换器控制系统实验中, 控制算式用 Z 变换方法设计, $T = 300''$ 时, 闭环性能仍然较好(图10), 这是 Z 变换设计控制算式的一个主要优点。众所周知, 采样周期 T 小会加重计算机的负担。一般来说, 被控对象有较大延滞时间时, Z 变换设计的控制算式是优于PID控制算式的。

(三) 对被控对象模型准确度的要求

PID控制算式是通过现场试验来确定参数的, 被控对象的模型并不重要, 有时模型仅仅提供参数的初始估计值。

用 Z 变换设计的控制算式是以被控对象的模型为基础的, 任何模型的误差都会影响系统的性能, 因此建立合适的模型是很重要的。本工作是用简捷法求出有延滞的一阶模型, 若能应用更精确的方法如模型识别, 其效果将会更好。

七、结 论

用 Z 变换法设计控制算式比较复杂, 需要繁锁的计算, 而且对被控对象数学模型的准确度要求高。然而, 用简捷法建立一阶模型的方法简单, 以此模型设计控制算式能得到比较满意的效果, 若应用计算参数程序, 并在程序中增加稳定判断部分, 整个设计计算就非常简单。因此, 这类控制算式适用于延滞时间大的被控对象。

用 Z 变化设计的控制算式将更有利于实现自适应控制。配合在线模型识别, 随着模型参数的变换自动调整控制算式的参数, 从而达到自适应控制的目的, 而PID控制算式是很难实现自适应控制的。

参 考 文 献

- [1] Cecil L Smith, "Digital Computer Process Control", 1972
- [2] Paul Katz, "Digital Control using Microprocessors", 1981
- [3] Mosler, H.A., L.B.Koppel, and D.R.Coughanowr, "Process Control by Digital Compensation", A.I.ch.E.J., Vol.13, No.4(July 1967), P.768
- [4] Rao, B.C., "Analysis and Synthesis of Sampled-Data Control Systems", 1963
- [5] Dahlin, E. B., "Designing and Tuning Digital Controllers", Vol.41, No.6 (June 1968), P.77