

用有限元法分析挑梁结构

江 素 华 *

(土建系)

提 要

本文综述我们用有限元法分析挑梁结构的工作。采用平面问题的有限元法程序,进行了二十五个实例的弹性阶段的计算,并对十三个实例进行了追踪裂缝的计算。分析与整理了计算结果,提供了许多图表曲线并与实验结果进行比较,获得一系列可供修订砖石结构设计规范有关条文参考的结论。

本文综述我们用有限元法分析挑梁结构的工作。

假定钢筋混凝土和砖砌体为两种不同的各向同性的匀质弹性材料,整个结构的分析则作为弹性力学平面应力问题处理。采用平面问题的有限元法程序,于1981年到1983年结合弹性力学教学在本院DJS-130机上进行了十个实例的弹性阶段的计算,分析与整理了计算结果,并与我系悬挑结构专题组的实验结果进行比较,提出过一些粗浅的看法[1]。由于DJS-130机内存32k,字长16位,存储容量有限,网格不能细分,以致计算结果粗略,精度较差。即使这样,从六根挑梁结构的计算结果看,挑梁下界面的垂直应变值与试验值大致接近,说明有限元法分析挑梁结构是有一定意义的。

1984年8、9月份在我系MC-68000微型机上进行了十三个实例的弹性阶段的计算,并对十个实例进行了追踪裂缝的计算**。1985年6月份又进行了上部荷载较大情况下二个实例的弹性阶段的计算,并对三个实例进行追踪裂缝的计算。为了与已有实验结果进行对比,所算实例未进行正交设计。计算采用能自动划分网格并能追踪裂缝的平面问题有限元法程序*** (专用于挑梁结构)。结点座标和单元信息皆由计算机形成,这样大大减轻填写数据的工作量。由于MC-68000微型机内存容量有1兆字节,网格可以细分,每一实例的结点位移未知量总数都接近1000个,计算所费机时较多,尤其进行追踪裂缝计算时,要上机数小时。从绘制计算简图,准备原始数据到上机计算、整理结果,即使是自动划分网格,全部工作量仍然很大。分析后知,电算结果与实验结果比较接近,而且有许多结果是实验难于得到的。因此,本文根据结构破坏试验裂缝开展状况而建立的力学模型进行有限元法分析,所得数据具有重要参考价值。

• 参加本文工作的还有竹学叶同志。

•• 参加130机计算工作的有:江素华、孙占芝、李天、孙保燕、宋建国、胥新建、张弘、王保银、姜志方、陆曼华、高景、吴承威、王蜀燕、崔晓荣、孟秀云等同志,计算过程中得到本院130机房全体同志的支持,特此致谢。

参加MC-68000机计算工作的有:江素华、竹学叶、曹伟谦、崔宏宾、吴金奎等同志。

••• 本程序由寿楠椿同志编制。

一、有关计算方法简介

1. 弹性阶段

(1) 计算简图与单元划分

程序采用常应变三角形单元。三角形单元可适用于不规则的几何形状，对挑梁结构比较合适。虽然这种单元精度较差，但由于假定钢筋混凝土和砖砌体为两种不同的各向同性匀质弹性材料也是粗略的近似，所以没有采用高精度单元。

计算简图(以JTL-2挑梁为例)见图1，与地面联接的结点设一垂直支杆约束，左端结点设一个横向支杆约束。程序中令砌体材料为第一种类型，钢筋混凝土材料为第二种类型，弹性模量分别为 E_1 、 E_2 ，泊松比为 μ_1 、 μ_2 ，单元的厚度为 t_1 、 t_2 ，容重为 r_1 、 r_2 。

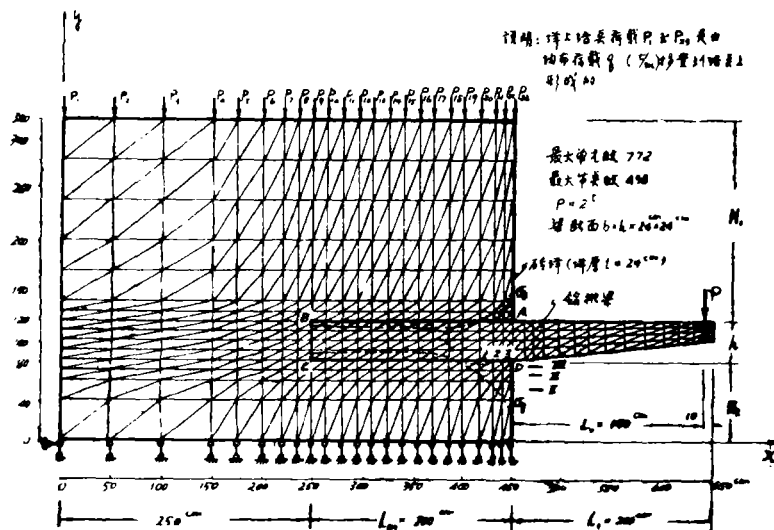


图1 挑梁结构(JTL-2)计算简图

(2) 单元刚度矩阵

常应变三角形单元，单元刚度方程式为

$$[F]^e = \begin{Bmatrix} F_i^e \\ F_j^e \\ F_m^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_{ii}^e & K_{ij}^e & K_{im}^e \\ K_{ji}^e & K_{jj}^e & K_{jm}^e \\ K_{mi}^e & K_{mj}^e & K_{mm}^e \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_m \end{Bmatrix}$$

式中 $\{\delta_i\}^e = [u_i \ v_i]^T$ 为单元结点位移
 $\{F_i\}^e = [U_i \ V_i]^T$ 为单元结点力，

如图2所示。

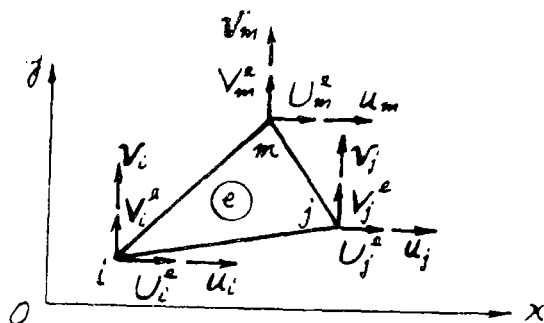


图2 单元结点位移与单元结点力

$$[k_{rs}]^e = \frac{Et}{4(1-\mu^2)} A \begin{pmatrix} b_r b_s + \frac{1-\mu}{2} c_r c_s & \mu b_r c_s + \frac{1-\mu}{2} c_r c_s \\ \mu c_r c_s + \frac{1-\mu}{2} b_r c_s & c_r c_s + \frac{1-\mu}{2} b_r c_s \end{pmatrix}$$

$$(r=i, j, m; \quad s=i, j, m)$$

$$\text{式中 } b_i = y_i - y_m, \quad c_i = x_m - x_i, \quad (i, j, m)$$

x_i, y_i 表示结点 i 的坐标。

(3) 结构总刚度矩阵

采用熟知的直接刚度法形成结构总刚度矩阵, 结构总刚度方程式简记为:

$$[K]\{\delta\} = \{R\} \quad [K] \text{ 为结构总刚度矩阵。}$$

引入支座约束条件以后, 解总刚度方程式可求得结点位移 $\{\delta\}$ 。

(4) 单元应力计算

求解出结点位移以后, 即可计算单元中的应力。

$$\text{单元中任一点应变 } \{\varepsilon\} = [B]\{\delta\}^e$$

$$\text{单元中任一点应力 } \{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [S]\{\delta\}^e$$

$$\{\sigma\} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$$

$$\text{式中 } [S] = [S_i \ S_j \ S_m]$$

$$[S_i] = \frac{E}{2(1-\mu^2)} A \begin{pmatrix} b_i & \mu c_i \\ \mu b_i & c_i \\ \frac{1-\mu}{2} c_i & \frac{1-\mu}{2} b_i \end{pmatrix} \quad (i, j, m)$$

主应力公式为

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_1 \text{ 与 } x \text{ 轴夹角 } \alpha = 57.2958 \arctg \left(\frac{\tau_{xy}}{\sigma_1 - \sigma_y} \right)$$

以上涉及到的有限元法理论与关系式可见参考文献[1]。

2. 开裂阶段

通过试验观察, 当集中荷载 P 达到一定数值时, 挑梁上界面与砌体交接处 A 点 (见图3) 沿砂浆出现水平裂缝, 此裂缝出现并不影响挑梁的正常工作, 随着荷载 P 的增加, 上界面水平裂缝逐渐向内部延伸。待荷载增加到一定数值时, 梁尾下部 C 点 (见图3) 也将沿下界面出现水平裂缝; 当荷载继续增加, 在挑梁尾端角点最弱处 (见图3中的 B 点或 C 点) 砌体将出现阶梯形斜裂缝; 斜裂缝将随外荷载的增加沿砌体强度最弱处向后上

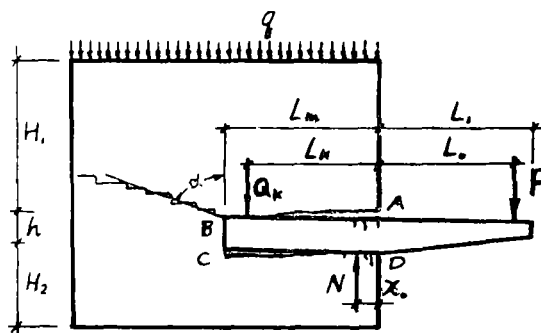


图3 挑梁结构破坏状态示意图

由于不能预先准确地估计倾覆荷载,故进行追踪裂缝计算时,在给定的较大荷载 P 作用下,电算结果可能出现三种情况:第一种是挑梁埋入部份上下界面出现水平裂缝,但尚未达到倾覆阶段,第二种是挑梁埋入部分上下界面水平裂缝充分开展,同时梁尾部角点的砌体单元的主拉应力达到或超过砌体的抗拉强度 R_w 或抗剪强度 R_j^* ,这表示挑梁尾部砌体已出现斜裂缝,此时,整个挑梁结构已临近倾覆阶段,所加荷载 P 即接近倾覆荷载,第三种是挑梁埋入部份上下界面水平裂缝充分开展,挑梁下界

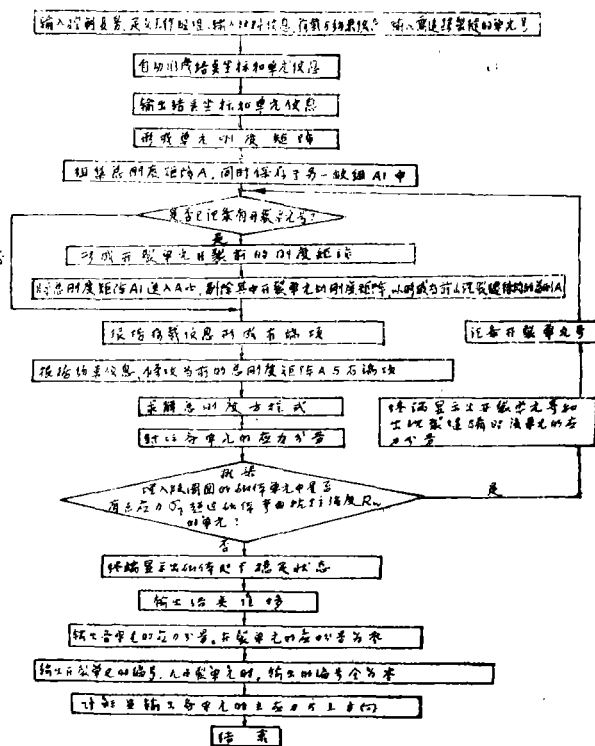


图4 程序框框图

- R_w 按我国GBJ3—73砖石结构设计规范附表6中公式

$$R_w = 0.4 \sqrt{R_2 \left(\frac{R_2 - 1}{R_2} \right)}$$
求得, 其中 R_2 为砂浆标号。

R_i 按规范附表6中公式 $R_i=0.4\sqrt{R_2}\left(\frac{R_2-1}{R_2}\right)$ 求得

面垂直应力在墙边处(见图3的D点)达到或超过梁下砌体局压强度,此时表示梁下砌体将发生局压破坏现象。这三种情况的电算结果,与实验结果基本上符合(详见后面几节)。这说明本文追踪裂缝的方法虽是粗略的近似方法,仍然得到较满意的结果。

(3) 程序的框图

我们的程序采用MC-68000BASIC语言(SVS BASIC-PLUS语言)编制,采用一维数组变带宽存储总刚度矩阵的下三角阵,求解方程式采用 $[K] = [L] [D] [L]^T$ 的分解法,程序的粗框图如图4所示。

二、计算结果的整理与分析

计算实例原始数据及主要电算结果列于表1及表2。下面说明电算结果的整理和分析方法,并与试验结果进行比较。

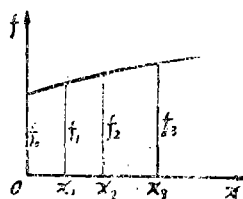
1. 挑梁上下界面应力 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 值的计算

(1) 计算简图中网格划分粗细对计算结果的影响

经过比较可知,计算简图中网格划分粗细对计算结果精度的影响很大。为了求得较好的结果,在挑梁上下界面的网格尽量划得细些(大部分算例的网格为 $5\text{cm} \times 10\text{cm}$,个别算例的网格为 $2.5\text{cm} \times 5.0\text{cm}$),而离开挑梁较远的区域的网格划得粗些。

(2) 挑梁上下界面应力 σ_x 、 τ_{xy} 、 σ_y 的计算

为求出挑梁上下界面应力值,先采用二单元平均法求出靠近挑梁界面砖砌体的三个截面的应力,然后用拉格朗日插值公式(见图5)推算出界面应力值。我们将计算公式编成程序应用PC-1500微型机进行计算。



$$f = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} f_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} f_2 + \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} f_3$$

图5 拉格朗日插值曲线

例如图1所示挑梁下界面的应力值

是从I、II、III截面砌体单元的应力值,按拉格朗日插值公式推求出梁下界面应力值,并由1、2、3点的应力值,按拉格朗日插值公式推算出D点的应力值。由几个实例计算结果统计,III截面最大应力约低于梁下界面最大应力的20%,所以利用插值公式计算是必要的。

以下附图所示挑梁上下界面应力 σ_x 、 τ_{xy} 、 σ_y 曲线全部是按拉格朗日插值公式、由砌体单元的应力推算出来的,其表征性较好[1]。

(3) 挑梁下界面垂直正应力 σ_y 之合力作用点(即挑梁“倾覆中心”)的计算

由于可以认为砖砌体在开裂前接近于匀质弹性体[10]。因此本文进行追踪裂缝计算的十三个实例当所取计算荷载接近或大于破坏荷载时,虽然挑梁界面砌体部份已发生裂缝,而未发生裂缝部份可认为仍处于弹性阶段(除了挑梁下界面砌体产生应力尖峰的局部区域以外)。所以我们电算所求得的界面上的应力值是接近实际情况的。

由十个实例的梁下界面垂直正应力 σ_y 曲线求得的合力N距墙边距离 x_0 值列于表1中。 x_0 平均值为 $0.33h$ (h 为挑梁高度),此值与试验结果[11]所得 $x_0 = 0.3h$ 的结论是相近的。表1所

示的 x_0 值为 $5^{\text{cm}} \sim 20^{\text{cm}}$,与试验结果统计的 x_0 值 $^{[5]}$ 为 $10^{\text{cm}} \sim 30^{\text{cm}}$ 是相近的。

梁下界面垂直正应力 σ_y 之合力 N 作用点(即 σ_y 曲线的形心距墙边距离 x_0 值)的求法是按梯形法求得(见图6),即将应力 σ_y 的曲线看作由许多折线组成,每一折线下的小块面积及其形心位置均按梯形公式计算,进而求得合力 N 的数值及其作用点位置。

我们将梯形法编成程序,应用PC-1500微型机分别对十三个实例求出合力距墙边的距离 x_0 值列于表1。

计算公式如下:

$$\text{面积 } A_i = \frac{1}{2} (y_{i+1} + y_i) (x_{i+1} - x_i)$$

$$\text{形心 } C_i = \frac{1}{3} (x_{i+1} - x_i) \left(\frac{2y_i + y_{i+1}}{y_i + y_{i+1}} \right)$$

(4) 挑梁上下界面垂直正应力 σ_y 的变化规律

弹性阶段挑梁下界面垂直正应力曲线图均以JTL-7挑梁为例,见图7至图9。开裂阶段挑梁上下界面垂直正应力曲线图均以JTL-7挑梁为例,见图10至图14。当集中荷载距墙边很近时,挑梁上下界面垂直应力曲线图以JTL-7-21挑梁为例($L_0 : L_m = 1 : 20$),见图15。

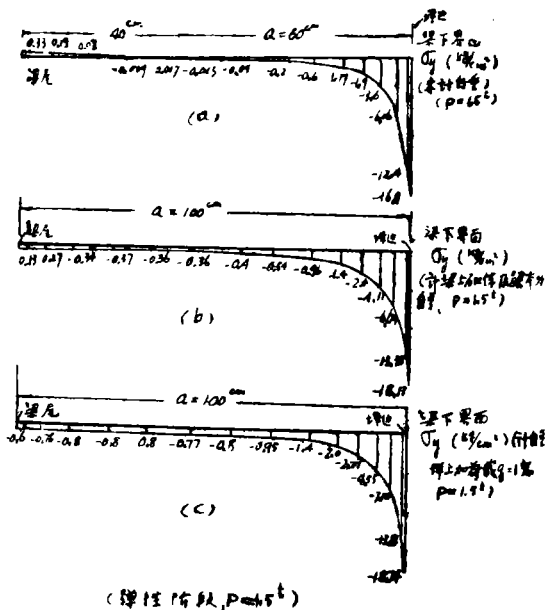


图7 JTL-7挑梁下界面垂直正应力曲线图

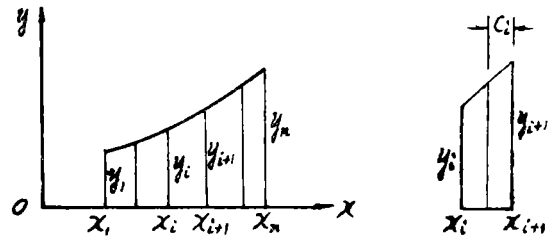


图6 梯形法求形心位置

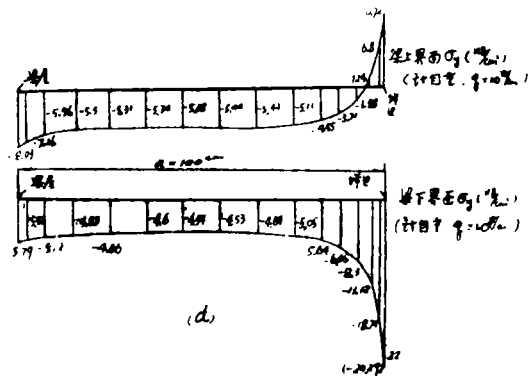


图8 JTL-7(弹性阶段 $P=1.5^t$, 自重 $g=10^t$) 挑梁上下界面垂直正应力曲线图

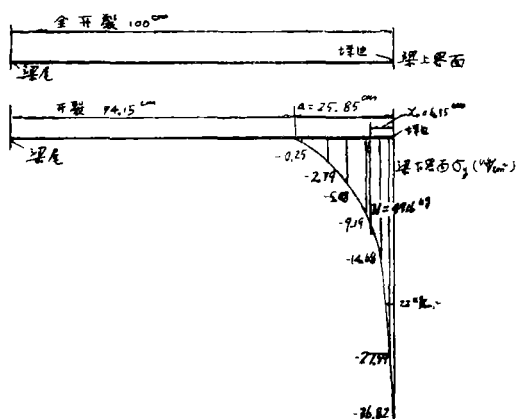


图9 JTL-7 (开裂阶段 $P=2.5^t$, 不计自重)
挑梁下界面垂直正应力曲线图

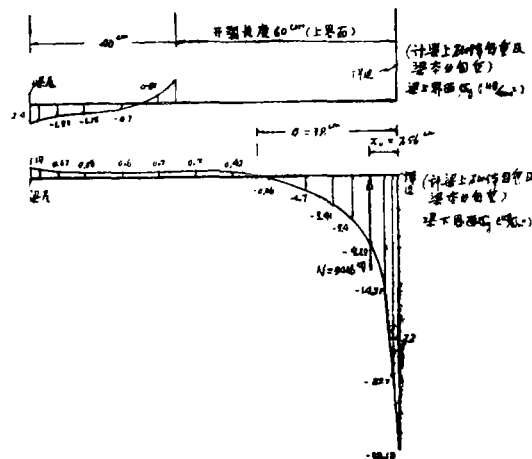
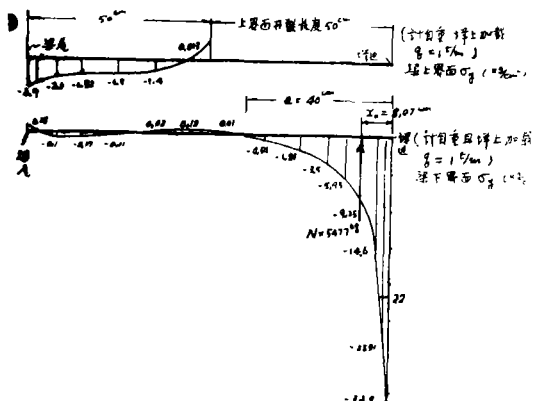


图10 JTL-7挑梁上下界面垂直正应力曲线图
(开裂阶段 $P=2.5^t$ 计自重)



(开裂阶段, 计自重 $P=2.5^t$, $q=1\%$)
图11 JTL-7挑梁上下界面垂直正应力曲线图

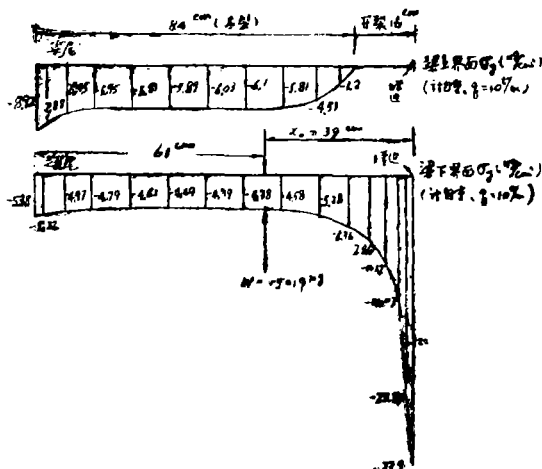


图12 JTL-7 (开裂阶段 $P=2.5^t$
计自重, 墙重 $q=10\%$)
挑梁上下界面垂直正应力曲线图

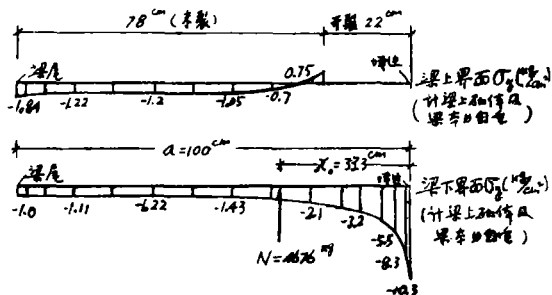


图13 JTL-7-2-1 挑梁上下界面垂直正应力曲线图
(开裂阶段, $P=2.5^t$, 计自重)

从38个算例挑梁下界面垂直正应力曲线变化规律分析, 压应力之合力 N 的作用点大致在压应力分布长度 a 的 $1/5$ 处, 即 $X_0 \approx 0.2a$ (见表1)。梁下界面最大应力值发生在墙边处, 当不计墙面上加载而仅计入梁上砌体及梁本身自重时, 开裂阶段梁下界面压应力之合力 N 与梁端集中荷载 P 之比值约为2.18倍, 弹性阶段约2.1倍 (见表1)。与试验统计值 $N \approx 2P$ (见文献[4])是相近的。

由表1看出, 对同一结构, 当 $L_0 : L_m$ 不同时, 在同样荷载作用下, 梁下界面压应力峰值相差极小, 说明加长挑梁埋入墙内长度 L_m 并不能提高梁下界面砌体抗压强度。

2. 上部荷载对挑梁下界面垂直正应力的影响

上部荷载对挑梁下界面垂直正应力的影响值 σ_0 是指挑梁在梁上砌体自重、梁本身自重、墙面上加载 q , 分别作用下对梁下界面产生的垂直正应力值, 可见图14图15及表2。

从表2看出, 弹性阶段的挑梁, 上部荷载的影响较大。图14表示上部荷载对梁下界面垂直正应力的影响近于均布。如果设想上部荷载系按均布传给梁下界面的压应力 σ_0 推测 $= rH_1 + r_1h + q/b^*$ 的话, 则电算值 σ_0 电算与此值 σ_0 推测是相近的 (见表2)。

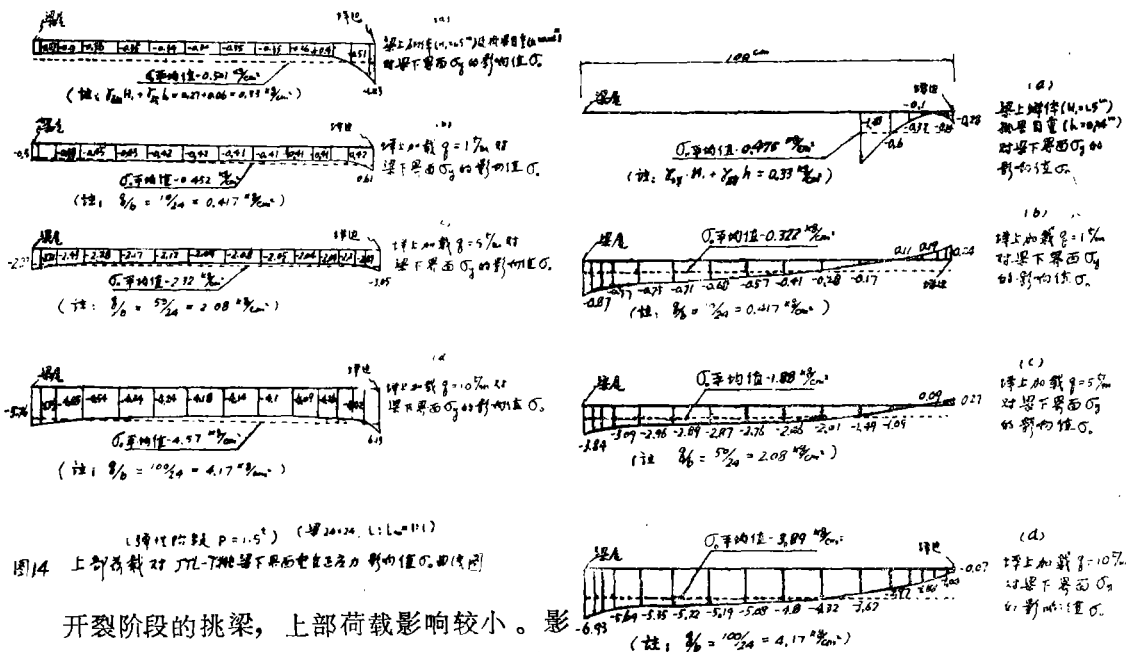


图14 上部荷载对JTL-7挑梁下界面垂直正应力影响值 σ_0 曲线图

开裂阶段的挑梁, 上部荷载影响较小。影响值的分布规律见图15。因为挑梁上界面开裂后, 上部荷载是从梁尾部传下去的, 所以对墙边值影响极小。例如, 当墙面上加载 $q = 10\text{t/m}$ 时, 而梁端集中荷载 $P = 2.5\text{t}$ 时, 上部荷载对墙边压应力值的影响为0.9% (见表2)。从表2看出上部荷载阻止了挑梁上下界面水平裂缝的开展, 有利于挑梁的稳定性。

3. 挑梁下界面砌体垂直正应力 σ_y 值的计算

- r 为梁上砌体容重, H_1 为梁上砌体高度, r_1 为梁砼容重, h 为梁高, b 为梁宽。

表2 上部荷载对挑梁下界面垂直正应力的影响

挑梁编号	计算条件	挑梁断面 $b \times h$ cm \times cm	计算荷载(梁端) P kg	P 距墙边距离 L_0 cm	墙上加载 q kg/cm	梁上墙高 H_1 cm	砌体容重 r kg/cm 3	砼容重 r_c kg/cm 3	推 测 值				电 算 值				比 较				
									自重影响 (墙) rH_1 kg/cm 2	自重影响 (梁) $r_b h$ kg/cm 2	墙上加载影响 q/b kg/cm 2	上部荷载影响 (平均值) kg/cm 2	梁上自重影响 (平均值) kg/cm 2	墙上荷载影响 (平均值) kg/cm 2	上部荷载影响 (平均值) kg/cm 2	梁上自重影响 (平均值) kg/cm 2	梁上荷载影响 σ_0 kg/cm 2	墙上荷载影响 σ_0 kg/cm 2	梁上荷载影响 σ_0 kg/cm 2	梁下界面最大应力 σ_y^{\max} kg/cm 2	电算值 σ_0
计算阶段	未计自重	24 \times 24	2000	190	0	200	0.0018	0.0025	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-15.53		
计算阶段	计自重	"	"	"	"	"	"	"	-0.36	-0.1	0	-0.46	-0.755	0	-0.755	-2.24	0	0	-17.77	4.2%	12.6%
计算阶段	墙上加载	"	"	10	"	"	"	"	"	"	-0.417	-0.877	-0.755	-0.427	-1.184	-2.24	-0.6	-18.37	6.4%	15.5%	
计算阶段	未计自重	24 \times 24	1500	90	0	150	"	"	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-16.94		
计算阶段	计自重	"	"	"	"	"	"	"	-0.27	-0.06	0	-0.33	-0.501	0	-0.501	-1.23	0	0	-18.16	2.7%	6.7%
计算阶段	墙上加载	"	"	10	"	"	"	"	"	"	-0.417	-0.747	-0.501	-0.452	-0.953	-1.23	-0.61	-18.78	5%	9.8%	
计算阶段	墙上加载	"	"	50	"	"	"	"	"	"	-2.08	-2.41	"	-2.32	-2.821	"	-3.05	-21.21	13.3%	20.2%	
计算阶段	墙上加载	"	"	100	"	"	"	"	"	"	-4.17	-4.5	"	-4.57	-5.071	"	-6.13	-24.29	20.9%	30.2%	
计算阶段	未计自重	"	"	0	"	"	"	"	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-36.82		
计算阶段	计自重	"	2500	0	"	"	"	"	-0.27	-0.06	0	-0.33	-0.475	0	-0.475	-0.28	0	0	-37.1	1.28%	0.75%
计算阶段	墙上加载	"	"	10	"	"	"	"	"	"	-0.417	-0.747	"	-0.322	-0.797	"	+0.24	-36.9	2.15%	0.1%	
计算阶段	墙上加载	"	"	50	"	"	"	"	"	"	-2.08	-2.41	"	-1.83	-2.355	"	+0.27	-36.83	6.4%	0.02%	
计算阶段	墙上加载	"	"	100	"	"	"	"	"	"	-4.17	-4.5	"	-3.89	-4.365	"	-0.07	-37.9	11.5%	0.9%	

说明: ①本表上部荷载对挑梁下界面压应力的影响值 σ_0 的计算如下: σ_0 推测 = $r \cdot H_1 + r_h \cdot h + q/b$ (是均布压力)

力), 设想上部荷载系按均布传给梁下界面。② σ_0 电算 = (梁上墙自重 + 挑梁自重 + 墙上加载) 对梁下界

面产生的垂直正应力, 是由电算求出的。③ σ_y^{\max} 是指梁端集中荷载 P 及本表所列各种荷载作用下产生

梁下界面最大压应力值。④弹性阶段参见图14, 开裂阶段参见图15。

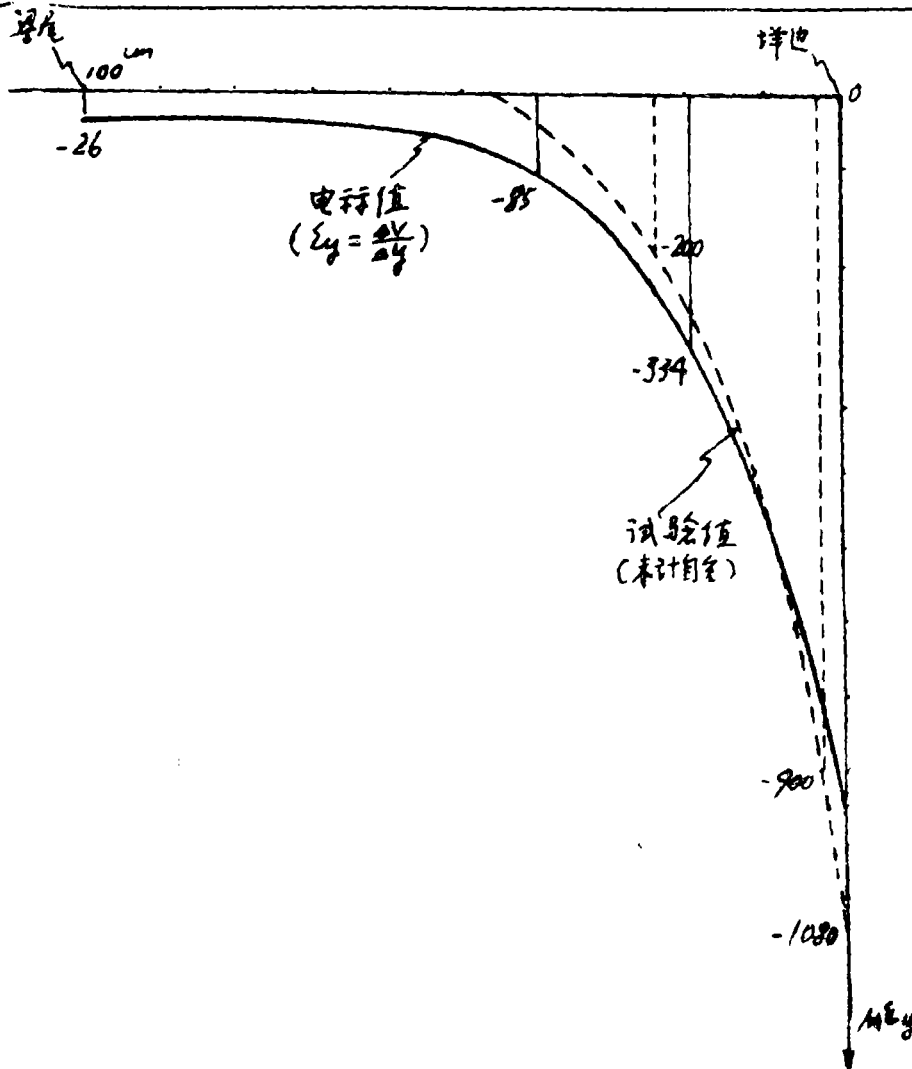


图16 TL-9挑梁下界面垂直正应变 ε_y 曲线图
(弹性阶段, 未计自重, $P=1.6^t$)

挑梁结构试验时, 测量挑梁下界面砌体的正应变 ε_y 值是采用标距 25^m 的手持应变仪求得的。为了将计算结果与试验结果进行对比, 我们按 $\varepsilon_y = \frac{\Delta v}{\Delta y}$ 计算出梁下界面垂直正应变值来, 此处 Δy 是挑梁下界面砌体中位于同一竖直线上两点的距离(约等于 20^m); Δv 是这两个点的竖向位移之差。

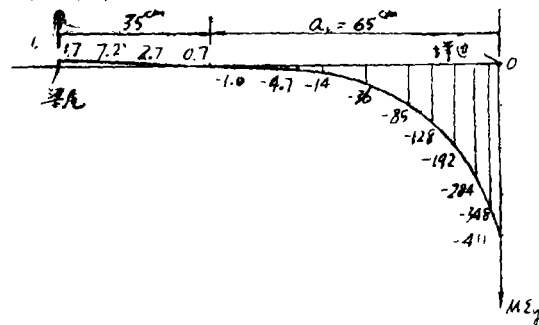


图17 JTL-7 (弹性阶段, 未计自重, $P=1.5^t$)
挑梁下界面垂直正应变 ε_y 曲线图

当挑梁上下界面水平裂缝充分开展, 接近倾覆时, 由得出的各单元的主应力值和主方向, 在挑梁尾部周围各砌体单元形心处标出主应力方向。根据最大主应力值及其方向可大致估计出挑梁尾部砌体发生裂缝开展趋势。仅以挑梁TL-9为例, 见图19。

计算结果与试验结果对比分析可知, 计算机上追踪裂缝的结果大体上是符合实际情况的。

以TL-8挑梁结构为例, 当计算荷载 $P = 1.22'$ 时, 计算机计算结果是梁上界面开裂长度 27.5cm ; 1983年3月12日作该梁试验时的开裂长度约为 40cm 左右。而当荷载加到 $P = 2.5'$ 时, 计算结果是梁上界面开裂长度 77.5cm ; 梁下界面开裂长度 20cm ; 同时梁尾顶部砌体单元的主拉应力达到 $\sigma_1 = 5.12\text{kg/cm}^2$, 大大超过砌体抗剪强度 $R_j = 2.08\text{kg/cm}^2$, 也超过砌体抗拉强度 $R_w = 2.08\text{kg/cm}^2$, 说明梁尾顶部砌体将发生斜裂缝。该梁进行结构试验时, 当 $P = 1.53'$ 时, 梁尾顶部砌体发生斜裂缝破坏。

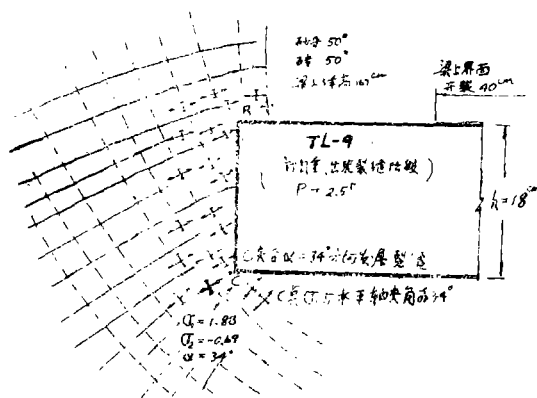


图19 挑梁结构TL-9 尾部砌体主应力分布图

又以TL-9挑梁结构为例, 当计算荷载 $P = 2.5'$ 时, 在梁底部的砌体单元中主应力的最大值主拉应力 $\sigma_1 = 1.88\text{kg/cm}^2$, 接近砌体抗剪强度 $R_j = 2.77\text{kg/cm}^2$, 也接近砌体抗拉强度 $R_w = 2.77\text{kg/cm}^2$, 说明斜裂缝将从此点开展。这现象与1983年6月22日该梁试验记录相符。该梁试验时的破坏荷载为 $2.5'$, 梁尾底部的砌体发生斜裂缝破坏。

本专题组根据破坏试验统计挑梁尾部砌体斜裂缝与梁尾垂线的夹角平均值 $\alpha = 57.1^\circ$, 并提出计算“倾覆角” $\alpha = 45^\circ$ 的建议。本文电算实例证实这个建议是合适的(见表1)。

6. 挑梁弯矩图及剪力图的计算

先求出挑梁垂直断面 σ_x 及 τ_{xy} 值, 从而求得挑梁弯矩图及剪力图, 见图20至图22。其它实例的弯矩剪力图不一一列出。

综合这些结果, 建议挑梁的计算弯矩图及计算剪力图简化为图26、27所示的图形。

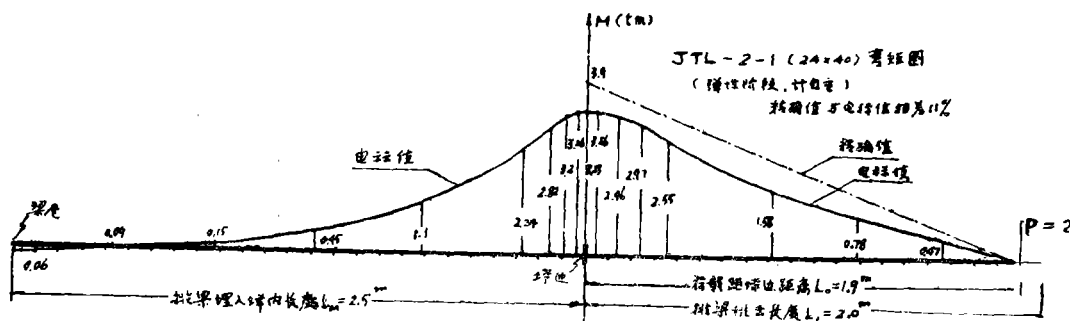


图20 JTL-2-1 挑梁弯矩图 ($L_0/L_n = 1.105$) (弹性阶段, 计自重)

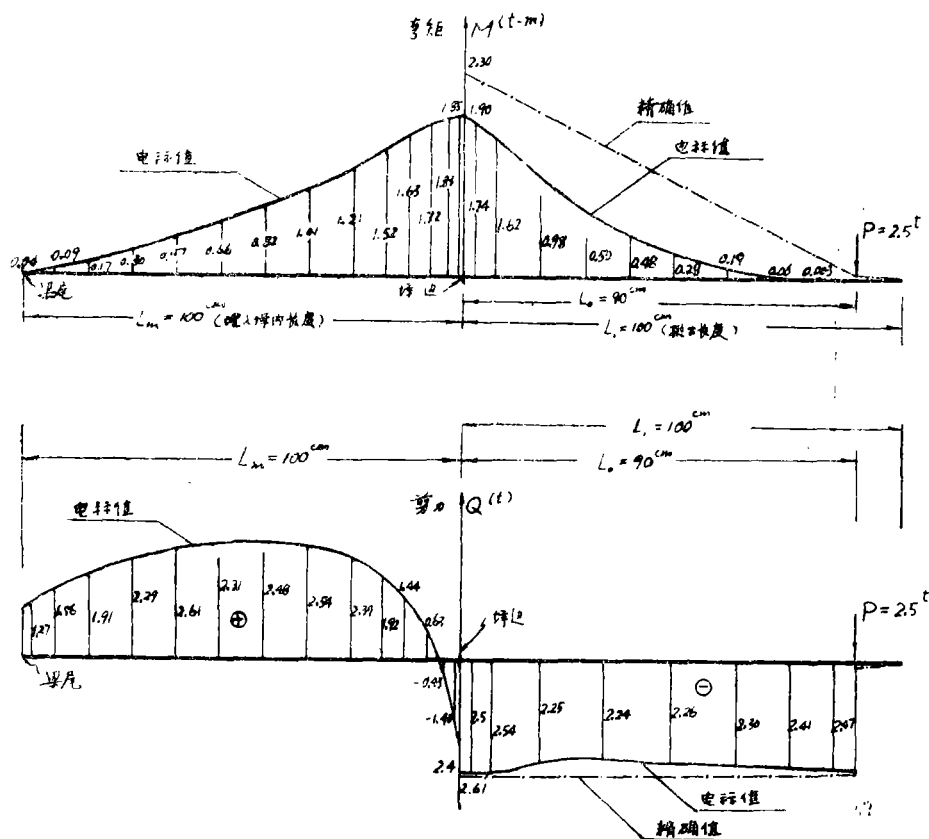


图 21 JTL-7 挑梁弯矩图、剪力图 (开裂阶段, 计自重) ($L_0/L_m=1:1$)

对于同一结构, 在同一荷载作用下, L_0 (P距墙边距离) 相同而 L_m (挑梁埋入长度) 不同, 挑梁埋入部份最大弯矩值变化不大, 但当 $L_0:L_m \geq 1:1.25$ 时, 埋入部份的弯矩值出现反号 (见图20)。说明从挑梁本身强度的要求出发, 取 $L_0:L_m=1:1$ 就够了, 本专题组建议 $L_0:L_m=1:1.25$ 为合理埋深是合适的。当然, L_m 较长, 对挑梁稳定性是有利的。

7、挑梁结构的应力 (σ_x 、 τ_{xy} 、 σ_y) 分布图

以JTL-7挑梁结构 (弹性阶段、计自重) 为例绘出挑梁结构应力 (σ_x 、 τ_{xy} 、 σ_y) 分布概貌图见图23。

由应力分布图看出, 当结构处于弹性阶段工作状态时, 整个结构处于双向受力状态。挑梁上下界面受力最大, 离挑梁尾部较远的墙体受力较小, 墙边处挑梁上下界面的剪应力 τ_{xy} 和水平正应力 σ_x 的数值约为垂直正应力 σ_y 的30%左右。

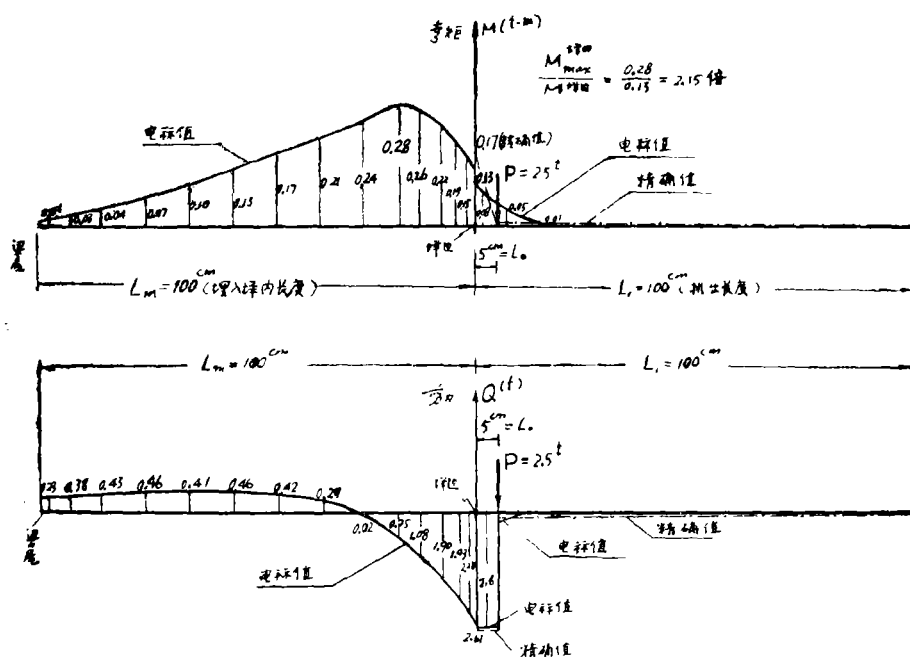


图 22 JTL-7-2-1 挑梁弯矩图 剪力图 (开裂阶段, 计自重) ($L:L_m = 1:20$)

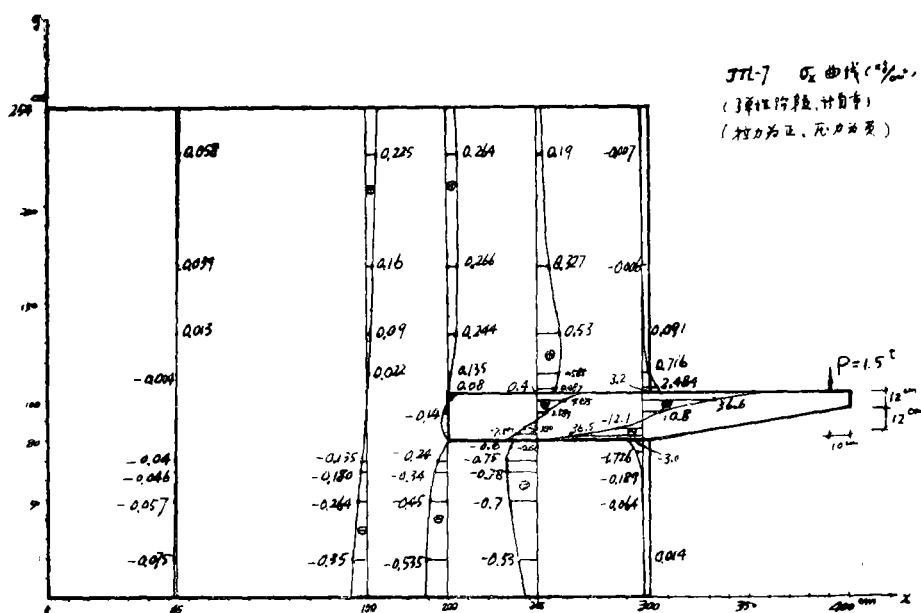
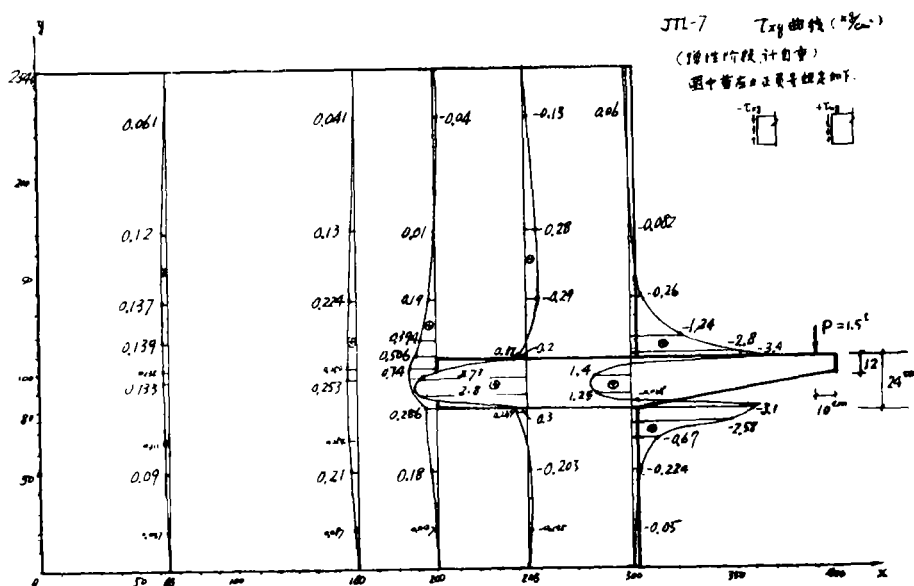
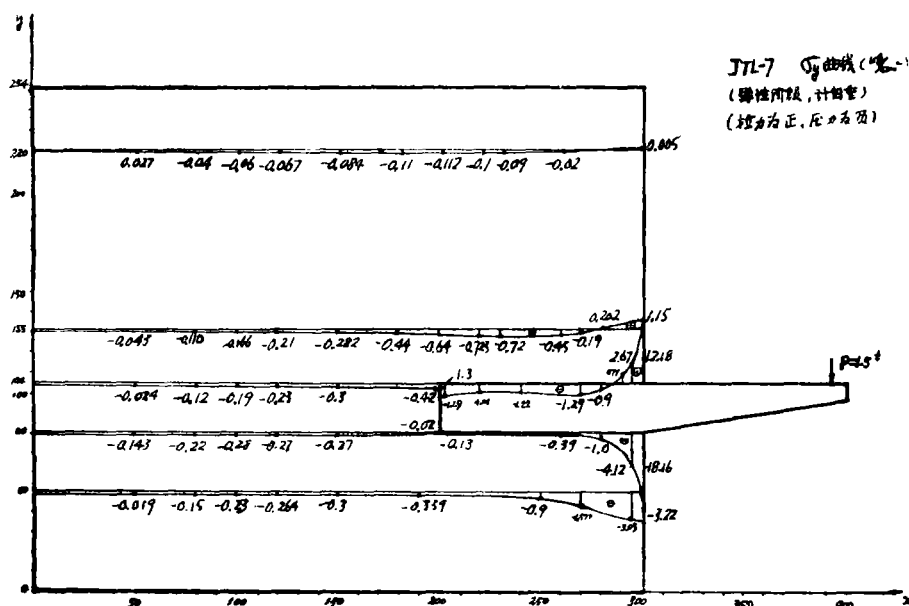


图 23 JTL-7 挑梁结构水平正应力 σ_x 分布图

图24 JTL-7 挑梁结构剪力 τ_{xy} 分布图图25 JTL-7 挑梁结构垂直正应力 σ_y 分布图

三、结 语

根据破坏试验观察,挑梁结构破坏形态主要有三种:1.挑梁本身强度破坏;2.挑梁尾部砌体发生斜拉破坏导致挑梁发生倾覆破坏;3.挑梁下界面砌体局部承压强度破坏。当然这仅是从实验室观察的破坏形态。在实际工程中,在特殊条件下还可能还有其他破坏形态。

对多层房屋的挑梁结构,可以认为顶层的挑梁结构破坏形态主要是上述三种破坏形态;而非顶层挑梁结构的破坏形态主要是第一种,但当上部荷载很大(比如 $q > 10 \text{ t/m}$)和集中荷载 P 形成墙边弯矩 PL 。较大的情况下(见表2)也可能产生第三种破坏形态。本文认为开裂阶段电算结果对顶层挑梁结构计算是适用的,而弹性阶段计算结果对非顶层挑梁结构计算是适用的。目前国内对挑梁结构计算公式立论各一,本文认为按照下列方案计算较为合理:

1.挑梁正截面及斜截面强度计算

挑梁正截面强度计算可按图26所示计算弯矩图配主筋,但架立筋不得少于 $2\phi 10$ [13]。挑梁斜截面强度计算可按图27所示计算剪力图配箍筋,箍筋不得少于 $\phi 6$ 间距 20 cm 。

对顶层及非顶层挑梁都需进行此步验算,挑梁高度一般取 $h = 25 \sim 50 \text{ cm}$ 。

2.挑梁倾覆验算

倾覆荷载 P 可取实际情况最不利荷载的合力。抗倾覆荷载 Q_k 可取 $\alpha = 45^\circ$ 以上的砌体自重和墙上荷载(即楼板以上所有荷载 q)为抗倾覆荷载 Q_k ;挑梁“倾覆点”位置可取 $x_0 = 0.3h$ [11], x_0 大约在 $10 \text{ cm} \sim 20 \text{ cm}$ 之范围。

倾覆验算要求 $KQ_k \cdot L_k \geq P(L_0 + X_0)$
(见图3)

式中 L_k 为 Q_k 到合力 N 作用点之距离。

K 为稳定安全系数。

对顶层挑梁需要进行此步验算,但对非顶层挑梁不必验算倾覆。

3.挑梁下界面砌体局部承压强度验算

(1)对顶层挑梁局压验算

从结构试验观察与电算结果比较可知,开裂阶段的电算结果适用于顶层挑梁结构的

受力分析。从表1看出,在开裂阶段

$N \approx 2P$ [17]; $x_0 \approx 0.3h$ [11],压应力分布长度 $a \approx 0.4L_m$; $X_0 \approx 0.2a$; $a \approx 1.5h$,压应力图形

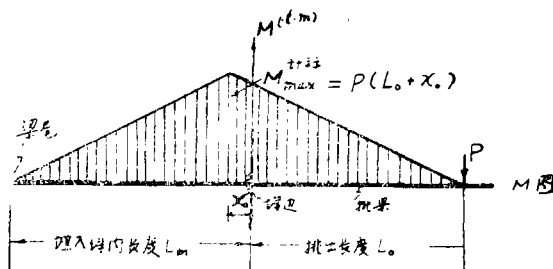


图26 挑梁设计弯矩图 ($L_0:L_m = 1:1 \sim 1:2.5$)

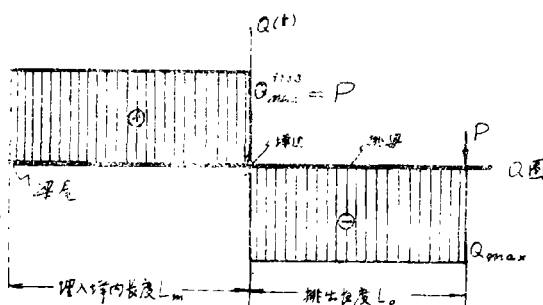


图27 挑梁设计剪力图 ($L_0:L_m = 1:1 \sim 1:2.5$)

丰满系数 $\eta \approx 0.2$ (但当梁下界面墙边压应力峰值达到砌体抗压强度 R 值时,峰值不再增加,梁下砌体应力进行塑性内力重分布,则 η 值将比 0.2 大得多)。

又从表2看出,在开裂阶段,当墙上荷载 $q \leq 5t/m$ 时,上部荷载的影响是小的(6_0 的平均值影响 $\leq 6.4\%$,墙边压应力值影响 $\leq 0.02\%$)。考虑到实际工程顶层挑梁的上部荷载不会大于 $q = 5t/m$,故对顶层挑梁局压验算不必考虑上部荷载的影响,因此建议对顶层挑梁砌体局压验算公式采取下式^[17]为宜:

$$N \leq \eta \cdot \gamma \cdot A_p \cdot f$$

$$\text{或} \quad P \leq 0.5\eta \cdot \gamma \cdot A_p \cdot f$$

式中:

$N = 2P$ ——挑梁下界面压应力之合力,

P ——挑梁挑出端承受最不利荷载的合力,

$\eta \approx 0.5$ ——挑梁下界面压应力图形丰满系数,^[17]

$A_p = a \cdot b$ ——挑梁下界面局部受压面积,

$a = 1.5h$ ——挑梁下界面压应力分布长度,

b, h ——挑梁断面宽度及高度,

$$\gamma = 1 + 0.364 \sqrt{\frac{A_0 - A_p}{A_p}} \text{——局压强度提高系数}^{[18]},$$

对一字墙: $A_0 = a \cdot b + b^2$ ——挑梁下界面局部受压计算面积,

对T字墙: $A_0 = a \cdot b + 3b^2$ ——挑梁下界面局部受压计算面积,

f ——砌体抗压设计强度^[17]。

对非顶层挑梁砌体局压验算公式亦可采取上式(本文不详述),但需考虑上部荷载的影响^[19]。

以上所建议的计算公式仅适用于梁高 $18^{\text{cm}} \sim 50^{\text{cm}}$ 的范围及 $L_0 : L_m = 1 : 1 \sim 1 : 2.5$ 的范围。不妥之处,请读者批评指正。

参 考 文 献

- [1] 华东水利学院编,弹性力学问题的有限单元法 修订版,水利电力出版社,1978。
- [2] 砖石结构设计规范GBJ3—37,中国建筑出版社,1973。
- [3] 伍培根,挑梁下砌体应力分析,建筑结构,1980年第6期。
- [4] 宋雅涵 钢筋混凝土挑梁倾覆计算方法探讨,郑州工学院学报,1981年第1期。
- [5] 二机部五院,市建二公司,郑州工学院土建系、钢筋混凝土挑梁倾覆试验报告(一)(二)。
- [6] 吴保禄、李伯森、钢筋混凝土挑梁下砌体局部承压计算,中州建筑,1982年第十期。
- [7] 李望明,挑梁及梁下砌体承压验算,郑州工学院学报,1983年第1期。
- [8] 寿楠椿,组合墙梁结构的矩阵分析,郑州工学院土建系托墙梁研究组,1974年6月。
- [9] O.C.Zienkiewicz, The Finite Element Method, MCGRAW-HILL BOOK COMPANY (UK) Limited, 1977年。
- [10] 哈尔滨建筑工程学院 轻工业部广州设计院,砖砌体局部受压电算分析,1980年7月。
- [11] 宋雅涵,砌体中挑梁倾覆试验研究,郑州工学院学报,1984年第2期。
- [12] 郑州工学院挑梁专题组江素华,用有限元法分析挑梁结构的初步探讨,1983年8月。

- [13] 张保善、宋雅涵 砌体中悬臂挑梁计算方法的研究与建议, 郑州工学院学报, 1984年第2期。
- [14] 南京工学院主编, 砖石结构, 中国建筑工业出版社, 1981年4月。
- [15] 唐岱新、王广才、张景吉, 梁端砌体局部受压试验报告, 哈尔滨建筑工程学报, 专题研究, 1982年7月。
- [16] 吴保禄、李伯森、砖砌体上钢筋混凝土挑梁的强度计算, 中州建筑, 1984年第5期。
- [17] 砌体结构设计规范修订组, 砌体结构设计规范—85(GBJ3—73修订本)征求意见稿, 1985年, 沈阳。
- [18] 唐岱新、罗维前、孟允君, 砖砌体局部受压试验研究, 哈尔滨建筑工程学院, 1980年5月。
- [19] 唐岱新、王广才、张景吉、梁端砌体局部受压试验研究报告, 哈尔滨建筑工程学院, 1982年7月。