

方钢管混凝土轴压短柱在短期 一次静载下的基本性能研究

张正国 左明生

(土建系)

提 要

本文通过对14根空方钢管和51根方钢管混凝土构件的试验研究,分析了宽厚比从12.7~147.1各种构件的工作过程和约束机理,建立了方钢管混凝土轴压短柱的破坏条件。利用大挠度理论分析了管壁的挠曲规律,继而导出了方钢管混凝土轴压短柱的承载能力公式。最后,对方钢管混凝土轴压短柱进行了有限元弹性分析,结果说明本文的承载能力分析所采用的部分假设是可行的。

方钢管混凝土柱是一种比较理想的承压构件,它具有节点构造简单、连接方便、抗弯性能好等显著优点,同时又具有圆钢管混凝土结构所具有的部分优点,如节约木材、施工速度快、延性变形能力强、抗震性能好等。因此早在六十年代就有人开始研究这种结构。然而直到现在,人们对它的基本性能和工作机理还没有完全弄清。在本文中,我们借助于试验,对方钢管混凝土轴压短柱的基本性能和工作机理进行探讨和分析。

一. 方钢管混凝土轴压短柱试验研究

本试验进行了14根空方钢管轴压短柱和51根方钢管混凝土轴压短柱试验。试验的主要参数是钢管的边长与壁厚的比值,即宽厚比 α 。 α 的变化范围为12.7~147.1,相应配钢率的变化范围为2.7%~28.8%;其次设计两种混凝土标号:250#和400#;部分钢管进行回火处理,大部分钢管不回火。

1. 空方钢管构件试验结果及其分析

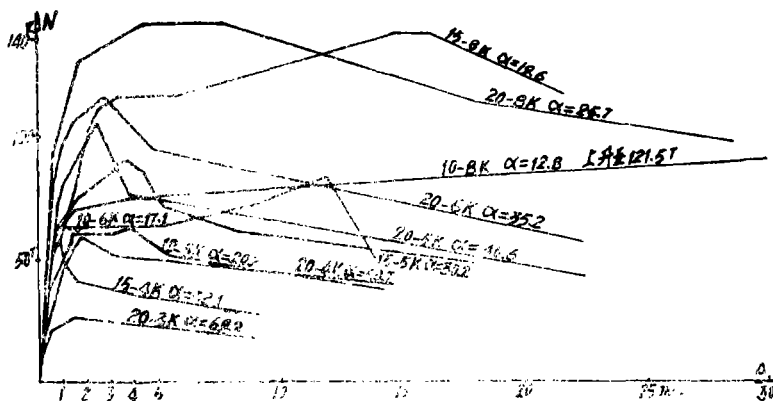


图1 空钢管构件荷载变形曲线

各构件的荷载变形实测曲线示于图1。从图1可以看出,空钢管构件的荷载变形曲线在卸载前与钢材的拉伸曲线基本重合,随宽厚比 α 的不同,卸载开始于不同阶段。 $\alpha > 51$ 的构件,卸载开始于弹性阶段或弹塑性阶段,承载能力等于局部屈曲临界荷载; $21 < \alpha < 51$ 的构件,卸载开始于屈服阶段,承载能力等于屈服荷载; $\alpha < 21$ 的构件,卸载开始于强化阶段,承载能力高于屈服荷载。

空钢管的分析模型为四边简支的长方形板,其局部屈曲临界应力符合下式表达的规律:

$$\sigma_K = \frac{K\pi^2 E}{12(1-\mu^2)\alpha^2} = \frac{\pi^2 E}{3(1-\mu^2)\alpha^2} \quad [1] \quad (1)$$

对于A3钢,取平均屈服强度 $\sigma_y = 2850 \text{ kg/cm}^2$,则临界应力不小于屈服应力时,管壁的宽厚比 $\alpha \leq 51$ 。这就是限制钢管壁局部屈曲的条件。试验发现, $\alpha = 50.7$ 的构件20—4K破坏时,恰好出现与柱轴线呈 45° 角的斜屈服线,刚好达到屈服。

无论 α 值多大,方钢管柱破坏时都表现为局部屈曲形式,横向形成一个波半,纵向则有数个半波,半波长约等于柱宽。

在比例极限内,构件的泊松比平均为0.264,在弹塑性阶段内,钢管的横向变形系数逐渐增大,到屈服时增大到0.4以上,再增至0.5以后保持不变。

空钢管的变形能力随宽厚比 α 的增大而降低。达到极限承载力以后,开始快速不稳定的卸载,其卸载后的变形无实用意义。

2. 方钢管混凝土构件试验结果及其分析

(1) 试验现象 试验中,所有构件都出现与轴线呈 45° 角的斜屈服线,外表面氧化层脱落,说明钢管均达到屈服。宽厚比 $\alpha \geq 91.5$ 的构件,在试验中加荷到一定程度时,发出钢管与混凝土局部脱开的响声,用铅笔敲击构件,某些地方可以听到空穴的反响,说明在 $\alpha = 51 \sim 91$ 之间存在着一个界限宽厚比,当 α 大于这个界限时,构件在达到屈服荷载前管壁将发生局部屈曲。但由于核心混凝土的存在,限制了构件屈曲变形的发展,钢管的应力仍按正常规律上升,直到屈服。构件的纵向变形也不因为管壁局部屈曲而增大。

宽厚比很大的方钢管混凝土构件发生局部屈曲时应力水平还很低,构件处于弹性阶段,这时钢管和混凝土几乎各自独立工作,因此管壁相当于两侧边夹支的无限长薄板,它仅承担平面内纵向荷载,其临界应力用下式表示:

$$\sigma_K = \frac{6.97\pi^2 E}{12(1-\mu^2)\alpha^2} \quad [1] \quad (2)$$

对于A3钢,取平均屈服强度 $\sigma_y = 2850 \text{ kg/cm}^2$,则管壁屈服前不产生局部屈曲的条件为 $\alpha \leq 67$ 。然而,管壁一旦出现局部屈曲的趋势,核心混凝土对钢管的粘结力便开始发生作用,反抗管壁外凸变形。而核心混凝土本身则阻止管壁发生内凹变形。因此,方钢管混凝土管壁的临界应力总是大于(2)式表达的值,管壁屈服前是否发生局部屈曲的宽厚比界限也大于67。由于局部屈曲对构件的强度和刚度均无影响,因此没有必要继续探讨临界应力和界限宽厚比的精确值。

(2) 荷载变形全曲线 方钢管混凝土轴压短柱的部分荷载变形实测曲线示于图2。由此可归纳出两种典型模式: $\alpha \leq 21$ 时服从强化型, $\alpha > 21$ 时服从下降型,见图3和图4。

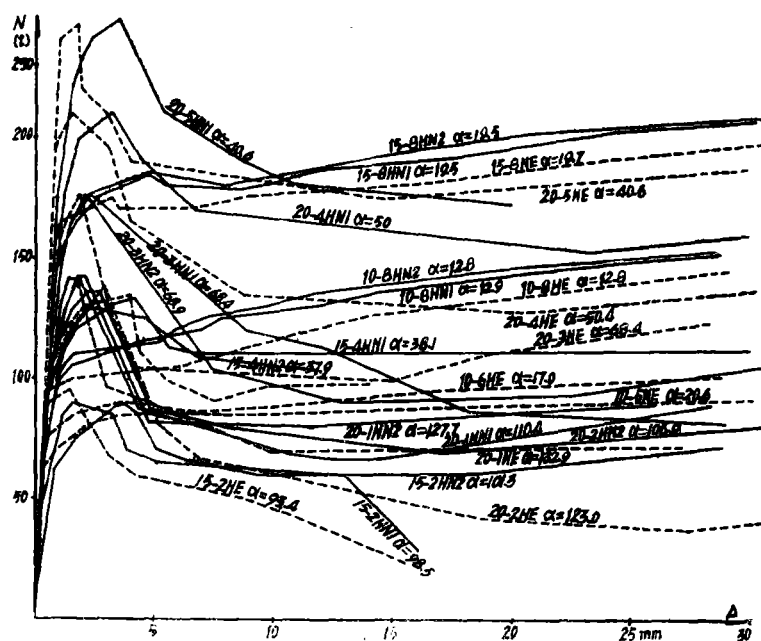


图2 方钢管混凝土荷载变形曲线

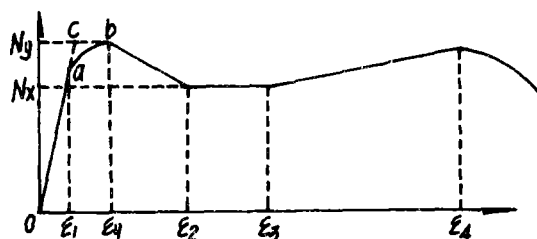
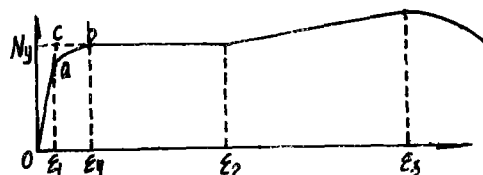
图3中, $\varepsilon_1 \approx 0.2\%$, ε_2 和 ε_3 均随 α 变化, α 越小, ε_2 越小, 而 ε_3 越大。图4中, $\varepsilon_1 \approx 0.2\%$, $\varepsilon_2 = (0.3 \sim 0.6)\%$, $\varepsilon_3 = (1.0 \sim 4.0)\%$, $\varepsilon_4 = (1.3 \sim 15.6)\%$

$$\text{屈服应变: } \varepsilon_3 = \frac{0.0732}{\alpha} + 0.00228$$

$$12.5 \leq \alpha \leq 150$$

根据荷载变形全曲线, 方钢管混凝土轴压短柱的承载能力取为屈服荷载 N_y 。 N_y 对应着 $N \sim \varepsilon$ 曲线上的 b 点, 它左侧的 c 点是弹性段 oa 延长与 $N = N_y$ 的交点。用 c 点代替 b 点给结构分析带来极大方便, 使我们可以用弹性理论来推导构件的承载能力。

(3) 工作过程分析 各种宽厚比的构件, 在钢管屈服前基本处于弹性阶段, 其荷载变形关系近似于直线。在该阶段内, 核心混凝土的横向变形系数由小于钢管的横向变形系数逐渐增大到大于钢管的横向变形系数, 但二者差值很小, 它们近似于独立工作, 相互作用很小。残余应力的存在, 使弹性阶段略有缩短。钢管屈服后, 荷载变形曲线进入弹塑性阶段。在该阶段内, 核心混凝土的横向变形系数发展很快, 使得整个构件的横向变形系数增大到 0.5 以上, 甚至超过 1.0。根据塑性力学的全量理论和 Tresca 屈服条件, 由于构件的横向变形系数大于 0.5, 因而钢管内周向应力明显增大, 纵向应力下降, 核心混凝土受到的约束加强,



上: 图3 强化型典型曲线

下: 图4 下降型典型曲线

使其承载力提高, 钢管直接承担的荷载不断向混凝土转移, 产生应力重分配。总的承载力缓慢上升, 到达屈服荷载 N_y 时, 核心混凝土开裂, 其整体性遭到破坏, 弹塑性阶段结束。

对宽厚比 $\alpha \geq 25$ 的构件, 达到屈服荷载 N_y 时, 由于管壁抗弯刚度较小, 在开裂膨胀的核心混凝土挤压下, 出现明显的外凸变形, 导致核心混凝土承载力下降, 而钢管由于周向应力不断增大, 因此其纵向承载力相应不断下降, 从而荷载变形曲线突然进入下降段。钢管壁一旦挠曲后, 抗弯能力迅速增大, 对核心混凝土的约束进一步加强, 虽然钢管的纵向承载力仍在不断下降, 但核心混凝土的承载力降低逐渐停止并回升。当核心混凝土承载力回升速度等于钢管承载力降低速度时, 卸载停止, 进入均衡阶段。在均衡阶段内, 钢管和核心混凝土的纵向承载力仍在不断上升和下降, 只不过是二者承载力反向变化的速度达到相等而已。当核心混凝土承载力的回升速度大于钢管纵向承载力的降低速度时, 进入强化阶段。钢管壁外凸变形不断发展, 使得某些截面变成近似圆形后, 承载力仍在继续回升, 间接验证了圆钢管混凝土的紧箍效应理论。当荷载回升到一定程度后, 钢管焊缝开裂引起构件破坏, 荷载变形曲线进入破坏阶段。焊缝被拉裂也说明钢管内周向应力已发展到很高值。

宽厚比 $\alpha \leq 21$ 的构件达到屈服荷载 N_y 时, 由于管壁抗弯刚度较大, 核心混凝土开裂后的横向变形受到管壁的有效抵抗, 使核心混凝土在逐渐加强的约束下, 承载力不断上升, 荷载变形曲线不经过下降段而直接进入均衡阶段。而后, 同样经历强化阶段和破坏阶段。

(4) 核心混凝土强度 为了寻求核心混凝土的强度规律, 假设钢管屈服后纵向应力保持不变, 暂不计周向应力的影响, 从而整理出核心混凝土的强度提高量 ΔR^s 示于表1。利用最小二乘法, 统计出 ΔR^s 与 α 的关系为:

$$\Delta R^s = \begin{cases} 24000/\alpha^2 + 14 & 12.5 \leq \alpha \leq 21 \\ 29400/\alpha^2 + 1.7 & 21 < \alpha \leq 150 \end{cases} \quad (3)$$

(5) 纵横向变形的关系 方钢管混凝土轴压短柱的横向变形系数在截面上不是常数。试验中我们测量了钢管外表面角点和中点处的周向应变, 发现对于 $\alpha \leq 51$ 的构件, 荷载增大到一定程度后, 中点处的周向应变大幅度增大, 而角点处的周向应变增量减小, 表明管壁已发生挠曲变形。对于 $\alpha \geq 91$ 的构件则无此规律。临近破坏时, 这些构件的钢管都产生了局部屈曲, 因此打破了局部变形的规律。 $\alpha = 68.4 \sim 68.5$ 的一组构件中, 四根符合上述规律, 两根不符合。在屈服荷载前的最后一级荷载下(相应于 $N-\epsilon$ 关系中的a点), 利用试验结果, 对每根构件整理出管壁外表面中点和角点处的周向横向变形系数, 对 $\alpha \leq 51$ 的构件求平均值得到: $\bar{\mu}_中 = 0.835$, $\bar{\mu}_角 = 0.409$ 。

参照图3和图4, 从a点到b点, 钢管和混凝土的变形模量都有很大折减, 但构件的横向变形在大幅度增加, 并且管壁明显外凸, 使 $\bar{\mu}_中$ 与 $\bar{\mu}_角$ 的差值远大于a点处的统计结果, 钢管对核心混凝土的约束力相应增大。我们用a点的横向变形和b点的纵向变形代表c点的名义变形特征, 用弹性理论分析达到屈服荷载 N_y 时的约束力偏于保守, 即低估了约束力。

(6) 纵向屈服应变和刚度条件 在屈服荷载下构件的纵向应变与宽厚比 α 有关。利用最小二乘法统计出 ϵ_r 与 α 的关系为:

表1 核心混凝土强度提高量

构件	α	ΔR^S (kg/cm ²)	构件	α	ΔR^S (kg/cm ²)	构件	α	ΔR^S (kg/cm ²)
10-8HN1	12.9	236	20-6HN1	35.2	28	15-2HN2	101.3	10
10-8HN2	12.8	152	20-6HN2	33.5	145	15-2HE	93.4	-16
10-8HE	12.8	84	20-6HE	35.1	-21	15-2LN1	94.7	-40
10-6HN1	17.2	232	15-4HN1	38.1	-20	15-2LN2*	94.5	-86*
10-6HN2	17.0	215	15-4HN2	37.9	-5	15-2LE	91.5	-27
10-6HE	17.0	74	15-4HE	37.8	3	20-2HN1	104.7	-5
15-8HN1	19.5	104	20-5HN1	40.6	32	20-2HN2	106.9	13
15-8HN2	19.5	106	20-5HE	40.6	26	20-2HE	123.0	9
15-8HE	19.7	58	20-4HN1	50.0	-9	20-2LN1	114.9	-15
10-5HN1	20.3	163	20-4HE	50.4	-12	20-2LN2	117.7	-28
10-5HN2	20.2	180	20-3HN1	68.4	47	20-2LE*	120.1	-53*
10-5HE	20.6	79	20-3HN2	68.9	42	20-1HN1	110.4	33
20-8HN1	25.5	36	20-3HE	68.4	50	20-1HN2	127.7	49
20-8HE	25.7	2	20-3LN1	68.5	10	20-1HE	132.9	30
15-5HN1	31.1	62	20-3LN2	68.5	7	20-1LN1	122.1	-4
15-5HN2	30.3	49	20-3LE	68.4	-4	20-1LN2	119.2	33
15-5HE	30.3	57	15-2HN1	98.3	-41	20-1LE	143.9	-9

表中带*号的数据不可靠, 整理时剔除。

$$\varepsilon_y = \frac{0.0732}{\alpha} + 0.228 \times 10^{-2} \quad 12.5 \leq \alpha \leq 150 \quad (4)$$

相关系数 $\gamma = 0.634$ 。

由此得到, 达到承载能力 N_y 时, 管壁外表面最大和最小周向应变 (分别发生于中点和角点) 之差为:

$$\Delta \varepsilon_x = (\mu_{\text{中}} - \mu_{\text{角}}) \varepsilon_y = \frac{0.03118}{\alpha} + 9.7 \times 10^{-4} \quad 12.5 \leq \alpha \leq 150 \quad (5)$$

反过来说, 管壁外表面最大和最小周向应变之差达到上式所表达的值时, 构件就达到承载能力。因此我们可以用它作为方钢管混凝土轴压短柱的承载极限条件, 称之为刚度条件。

方钢管混凝土柱是否达到承载极限状态, 主要决定于核心混凝土是否开裂破坏。在一定的约束状态下, 核心混凝土达到开裂破坏时的变形状态是一定的, 具体反映为达到屈服荷载 N_y 时, 整个构件的纵向应变和截面上各个点各个方向的横向应变稳定于定值。现在我们用两个特定点 (管壁外表面角点和中点) 在特定方向 (周向) 的横向应变之差来反映这个变形状态, 因为这个差值与屈服荷载下的核心混凝土变形状态存在着一一对应关系。

(7) 延性变形 虽然钢材是理想弹塑性材料, 具有很强的变形能力, 但空钢管受轴压破坏时, 管壁发生很大的屈曲变形而导致彻底丧失承载能力, 钢材的变形能力并不能充分

发挥出来。钢管内填上了混凝土以后, 有效地控制了管壁的局部屈曲, 使钢管的变形能力得到了充分发挥, 而由于约束作用, 核心混凝土的变形性能发生了根本性的变化, 由原来的脆性破坏转化为塑性破坏, 具有非常好的延性性能, 因此钢管混凝土构件的变形性能既优于钢筋混凝土, 又优于空钢管。试验证明, 钢管混凝土的变形能力是空钢管的1.19~11.16倍, 并且空钢管卸载后荷载持续下降, 因此卸载后的变形无实用意义, 而钢管混凝土构件卸载后荷载出现稳定并回升, 因而卸载后的变形对抗震十分有利。

(8) 核心混凝土标号和残余应力影响 本试验中, 混凝土的实际标号在300*~400*之间。试验证明, 核心混凝土标号在这个范围内变化对方钢管混凝土轴压短柱的工作性能和核心混凝土强度提高无显著影响。残余应力的存在, 使钢管部分截面提前进入屈服, 反映为N—ε曲线的弹性阶段略有缩短, 但对构件的承载力毫无影响。

二. 方钢管混凝土轴压短柱承载力分析

根据试验分析, 建立四条基本假设: (1) 达到承载力时, 构件由弹性转入塑性, 即在N—ε曲线上用c点代替b点; (2) 达到承载力时, 钢管处于双向应力场工作, 并且满足Tresca屈服条件; (3) 核心混凝土强度服从经验公式的模式: $R_o = R_a + K\bar{q}$, \bar{q} 为约束力平均值; (4) 在钢管和核心混凝土交界面上, 不计剪应力影响, 只考虑法向约束力。假设该约束力沿截面边长按二次曲线规律分布, 中点处集度为零。

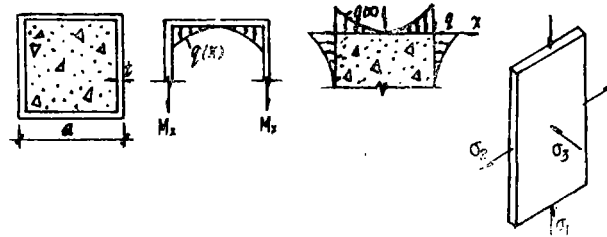


图5 计算简图

计算简图示于图5。σ₂取为薄板中面内力。

$$\text{约束力分布方程: } q(x) = \frac{4q}{a^2} x^2$$

$$\text{约束力平均值: } \bar{q} = \frac{2}{a} \int_0^{a/2} q(x) dx = \frac{q}{3}$$

$$\text{由钢管的平衡条件求得: } M_x = \frac{a}{2} \bar{q} = \frac{qa}{6}$$

$$\text{周向应力为: } \sigma_2 = \frac{M_x}{t} = \frac{qa}{6t}$$

Tresca屈服条件: $\sigma_1 - (-\sigma_2) = \sigma_y$ (压力为正值)

从而方钢管混凝土轴压短柱的承载力表示为:

$$N_0 = A_g \sigma_1 + A_h R_0 = A_g \sigma_v + A_h R_a + A_h \left(-\frac{kq}{3} - \frac{qa}{6t} - \frac{A_g}{A_h} \right)$$

注意到 $\alpha = \frac{a}{t}$, $\frac{A_g}{A_h} \approx \frac{4}{\alpha}$, 所以有,

$$N_0 = A_g \sigma_v + A_h R_a + A_h \left(-\frac{kq}{3} - \frac{2q}{3} \right) \quad (6)$$

上式中 q 和 k 未知待定, 需要再补充方程。

引入刚度条件分析约束力 q 。先用弹性薄板的大挠度理论求解管壁的弹性挠曲方程。

取钢管的一个侧面来分析其变形规律, 取坐标系如图6所示。它所承担的荷载有: 板平

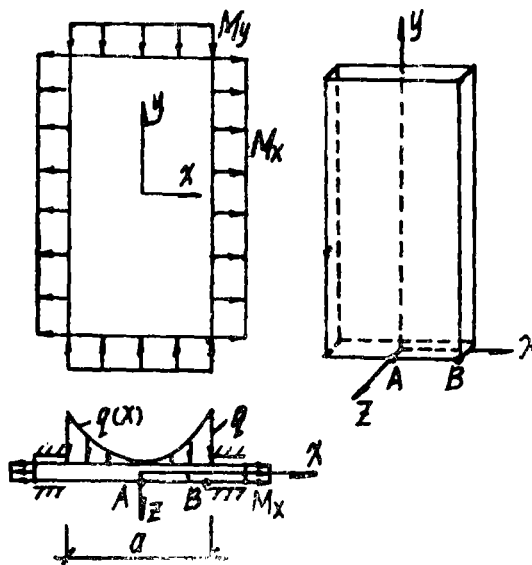


图6

面内分布荷载 M_x 和 M_y , 板平面外分布荷载 $q(x)$ 。

列出卡门方程组:

$$\begin{cases} D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = t \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) + q(x) \\ \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \\ M_x = t \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \quad M_y = t \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \quad M_{xy} = -t \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \end{cases}$$

对于该具体问题, w 与 y 无关, 它只是 x 的函数, 并且已知 M_x 为常数 $qa/6$, 代入上式可得方钢管混凝土轴压短柱管壁的微分方程:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - \frac{qa}{6D} \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{4q}{a^2 D} x^2 \quad (7)$$

利用边界条件: $x = \pm \frac{a}{2}$ 时, $w = \frac{dw}{dx} = 0$; $x = 0$ 时, $\frac{dw}{dx} = 0$,

解得:

$$w = \frac{1 + \frac{6 \times 24D}{qa^3}}{\sqrt{qa/6D}} \frac{ch\sqrt{qa/6D} x - ch\sqrt{qa^3/24D} - \frac{2}{a^3}x^4 - \frac{6 \times 24D}{qa^4}x^2 + \frac{a}{8} + \frac{36D}{qa^2}}{sh\sqrt{qa^3/24D}} \quad (8)$$

为了用挠度表示刚度条件, 我们把管壁在x方向的应变分成四部分: 弯曲应变 ε_{bx} , 平面内张力引起的应变 ε_{tx} , 伴随构件y方向变形而产生的应变 $\varepsilon_{\mu x}$ (决定于横向变形系数) 和由于挠度引起的应变 ε_{wx} 。在这里, 平面内张力 M_x 和轴向力 M_y 都与x无关, 因此, ε_{tx} 和 $\varepsilon_{\mu x}$ 都是常数。弯曲应变 $\varepsilon_{bx} = -Z \cdot d^2w/dx^2$, 挠度引起的应变 $\varepsilon_{wx} = 1/2(dw/dx)^2$ 。〔2〕〔3〕

刚度条件中的最大周向应变和最小周向应变分别发生于管壁外表面中点A 和 角点B (见图6), 因此我们用挠度方程求出 $\varepsilon_{Ax} - \varepsilon_{Bx}$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Ax} - \varepsilon_{Bx} &= (\varepsilon_{bxA} + \varepsilon_{tx} + \varepsilon_{\mu x} + \varepsilon_{wxA}) - (\varepsilon_{bxB} + \varepsilon_{tx} + \varepsilon_{\mu x} + \varepsilon_{wxB}) = \varepsilon_{bxA} - \varepsilon_{bxB} \\ &= (1 + \frac{12E}{qa^3(1-\mu^2)}) \sqrt{\frac{qa(1-\mu^2)}{2E}} \frac{ch\sqrt{qa^3(1-\mu^2)/2E} - 1}{sh\sqrt{qa^3(1-\mu^2)/2E}} - \frac{3}{a} \end{aligned}$$

代入刚度条件, 求得方钢管混凝土轴压短柱达到承载能力时q和 α 所服从的关系:

$$(1 + \frac{12E}{qa^3(1-\mu^2)}) \sqrt{\frac{qa(1-\mu^2)}{2E}} \frac{ch\sqrt{qa^3(1-\mu^2)/2E} - 1}{sh\sqrt{qa^3(1-\mu^2)/2E}} - \frac{3}{a} = \frac{0.03118}{a} + 9.7 \times 10^{-4} \quad (9)$$

上式是q与 α 的隐式方程, 不可能解出显式。为了用显式表示q, 利用计算机迭代程序求出了q随 α 变化的一系列数值解, 然后用 $q = A/\alpha^2$ 近似表达q与 α 的关系:

$$q = \frac{35000}{\alpha^2} \quad \text{kg/cm}^2 \quad 12.5 \leq \alpha \leq 150 \quad (10)$$

下面求核心混凝土强度提高系数K。根据假设有: $K = \Delta R$ 。试验得到, 不考虑钢管纵向承载力降低时有: $\Delta R^s = \begin{cases} 24000/\alpha^2 + 14 & 12.5 \leq \alpha \leq 21 \\ 29400/\alpha^2 + 1.7 & 21 < \alpha \leq 150 \end{cases} \text{ kg/cm}^2$

由Tresca屈服条件, 达到承载能力时, 钢管纵向荷载降低量为: $\Delta Ng = Ag(\sigma_r - \sigma_l) =$

$Ag\sigma_2 = \frac{qa}{6t} Ag$ 。因此有:

$$\Delta R = \Delta R^s + \frac{\Delta Ng}{A_h} = \Delta R^s + \frac{2q}{3} = \begin{cases} 47333/\alpha^2 + 14 & 12.5 \leq \alpha \leq 21 \\ 52333/\alpha^2 + 1.7 & 21 < \alpha \leq 150 \end{cases}$$

所以:

$$K = \frac{\Delta R}{q} = \frac{3\Delta R}{q} = \begin{cases} 4.06 + 1.2 \times 10^{-3} \alpha^2 & 12.5 \leq \alpha \leq 21 \\ 4.52 + 1.5 \times 10^{-4} \alpha^2 & 21 < \alpha \leq 150 \end{cases} \quad (11)$$

将q和K代入(6)式得到:

$$No = Ag\sigma_r + A_h Ra + A_h \begin{cases} \frac{1}{3} (4.06 + 1.2 \times 10^{-3} \alpha^2) \frac{35000}{\alpha^2} - \frac{2}{3} \frac{35000}{\alpha^2} \\ \frac{1}{3} (4.52 + 1.5 \times 10^{-4} \alpha^2) \frac{35000}{\alpha^2} - \frac{2}{3} \frac{35000}{\alpha^2} \end{cases}$$

$$= Ag\sigma_r + A_b R_a + A_b \begin{cases} 24000/\alpha^2 + 14 & 12.5 \leq \alpha \leq 21 \\ 29400/\alpha^2 + 1.7 & 21 < \alpha \leq 150 \end{cases} \quad (12)$$

上式是利用试验结果,在近似假定的基础上导出的承载能力近似计算公式,式中混凝土强度提高量的量纲为 kg/cm^2 。

三. 方钢管混凝土轴压短柱有限元分析^[4]

在前文的承载能力分析中,假定钢管与混凝土不相粘结,实际上这种粘结存在(可能有局部破坏而产生相对滑动),因此,现在我们考虑钢管和混凝土完全粘结,完全协调变形,共同工作,采用有限元分析方法对方钢管混凝土轴压短柱进行弹性分析。

1. 适合于轴压柱的长方体单元

在长方体单元上,取八个顶点作结点。取坐标系的三个轴向分别与长方体的长、宽、高平行。取Z方向与柱纵轴平行,则由轴压柱的变形性能知道,截面上所有点在x、y方向的位移与Z无关,Z方向的位移与x、y无关,因此单元的八个结点二十四位移中,只有十个独立位移。利用矩形双线性位移模式,导出了仅适用于轴压柱的长方体单元刚度矩阵:(见下页)

对方钢管混凝土轴压短柱进行弹性分析时,假设钢管和混凝土紧密粘结而共同工作,其简化模型为相距一个单位长度的两个截面所截取的一段柱。对于该模型,轴向荷载并非均匀分布于截面上,因而节点荷载不易确定。但是我们知道任意截面上所有点的轴向位移都等于该截面的轴向位移,因而我们给定单元上、下两个截面的轴向位移 W_i, W_q ,从而分析方钢管混凝土轴压短柱在弹性阶段内的受力变形性能。

列出单元各结点的平衡方程,联立起来用矩阵表示为:

$$[K]\{\delta\} = \{R\} \quad (14)$$

保留单元刚度矩阵的前八行和前八列,组成新的单元刚度矩阵,把已知位移项移到单元结点平衡方程组的右端得到:

$$\begin{pmatrix} K_{11} \\ K_{21} & K_{22} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \\ K_{71} & K_{72} & K_{73} & K_{74} & K_{75} & K_{76} & K_{77} \\ K_{81} & K_{82} & K_{83} & K_{84} & K_{85} & K_{86} & K_{87} & K_{88} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \\ U_m \\ V_m \\ U_n \\ V_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -K_{91}W_i - K_{101}W_q \\ -K_{92}W_i - K_{102}W_q \\ -K_{93}W_i - K_{103}W_q \\ -K_{94}W_i - K_{104}W_q \\ -K_{95}W_i - K_{105}W_q \\ -W_{96}K_i - K_{106}W_q \\ -K_{97}W_i - K_{107}W_q \\ -K_{98}W_i - K_{108}W_q \end{pmatrix} \quad (15)$$

式中, K_{ij} 是(13)式中第i行第j列的元素。由上式推广到整体结构用未知位移表示的平衡方程组:

$$[K]\{\delta\} = \{R\}$$

其中 $[K]$ 为整体刚度矩阵, $\{\delta\}$ 为位移列阵, $\{R\}$ 为用已知位移表示的荷载列阵。

$$[K]^* = -\frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}$$

$$\frac{b}{3a} + \frac{a}{3b} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} + \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) \frac{a}{3b} + \frac{b}{3a} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$$

$$-\frac{b}{3a} + \frac{a}{6b} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} - \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} - \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) \frac{b}{3a} + \frac{a}{3b} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} - \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) \frac{a}{6b} - \frac{b}{3a} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} - \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} + \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) \frac{a}{3b} + \frac{b}{3a} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$$

$$-\frac{b}{6a} - \frac{a}{6b} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} - \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} + \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) \frac{b}{6a} - \frac{a}{3b} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} - \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} + \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right)$$

$$-\frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} + \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) - \frac{a}{6b} - \frac{b}{6a} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} - \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) - \frac{a}{3b} + \frac{b}{6a} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$$

$$\frac{b}{6a} - \frac{a}{3b} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} - \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) - \frac{b}{6a} - \frac{a}{6b} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} + \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right)$$

$$-\frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} - \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) - \frac{a}{3b} + \frac{b}{6a} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} + \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) - \frac{a}{6b} - \frac{b}{6a} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$$

$$\frac{b}{2} \frac{\mu}{1-\mu} \quad \frac{a}{2} \frac{\mu}{1-\mu}$$

$$-\frac{b}{2} \frac{\mu}{1-\mu}$$

$$\frac{a}{2} \frac{\mu}{1-\mu}$$

$$-\frac{b}{2} \frac{\mu}{1-\mu} \quad -\frac{a}{2} \frac{\mu}{1-\mu}$$

$$\frac{b}{2} \frac{\mu}{1-\mu}$$

$$-\frac{a}{2} \frac{\mu}{1-\mu}$$

2. 计算结果分析

计算模型示于图7。利用对称性, 把该模型的四分之一离散化成长方体单元, 采用 Fortran 语言的有限元程序, 求解了在纵向应变达到 0.0014 时方钢管混凝土轴压短柱的受力变形规律。本文分析计算了四种具有代表性的构件, 它们的几何和物理特性见表 2。表 2 中 W_i 和 W_0 采用相对值, 量纲与计算模型的厚度相同, 实际上 W_i 的取值表示构件 Z 方向的应变 ε_z 。

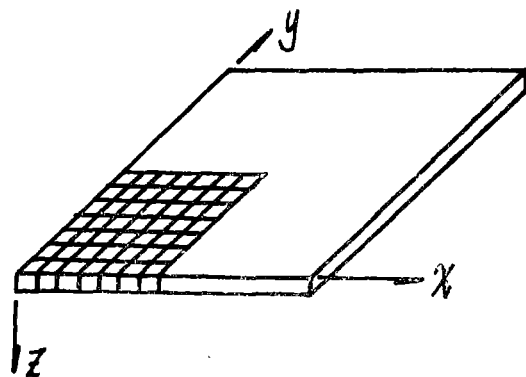


图7 计算模型

$$\frac{b}{3a} + \frac{a}{3b} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} + \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) \quad \frac{a}{3b} + \frac{b}{3a} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$$

$$-\frac{b}{3a} + \frac{a}{6b} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \quad -\frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} - \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) \quad \frac{b}{3a} + \frac{3}{ab} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} - \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) \quad \frac{a}{6b} - \frac{b}{3a} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \quad -\frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{1-\mu} + \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \right) \quad \frac{a}{3b} + \frac{b}{3a} \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$$

$$-\frac{b}{2} \frac{\mu}{1-\mu} \quad -\frac{a}{2} \frac{\mu}{1-\mu} \quad \frac{b}{2} \frac{\mu}{1-\mu} \quad -\frac{a}{2} \frac{\mu}{1-\mu} \quad ab$$

$$\frac{b}{2} \frac{\mu}{1-\mu} \quad \frac{a}{2} \frac{\mu}{1-\mu} \quad -\frac{b}{2} \frac{\mu}{1-\mu} \quad \frac{a}{2} \frac{\mu}{1-\mu} \quad -ab \quad ab$$

(1) 交界面上的正压力 计算结果示于图8。

图中实线是计算侧压力沿截面一边的变化规律, 点划线是接近于计算结果的高次曲线, 由该图可见:

表2 计算构件的几何特性和物理特性

截面类型	a	边长(cm)	壁厚(mm)	W _i	W _c	E _g (kg/cm ²)	μ _g	E _n (kg/cm ²)	μ _n
10-8	12.5	10	8	0.0014	0	2×10 ⁶	0.27	3×10 ⁶	0.45
20-8	25	20	8						
20-4	50	20	4						
20-2	100	20	2						

a. 钢管对核心混凝土的侧压力在角点处集度最大, 四边中点处集度最小, 接近于零。

b. 角点处的侧压力最大集度随 α 的增大而增大, 但宽厚比越大, 离开角点后侧压力降低的速度越快, 即曲线越陡。侧压力的合力随 r 增大而减小。

c. 前文中用二次曲线描述侧压力分布规律低估了约束力, 偏于安全, 相当于对高次曲线的陡峰进行了折减。

(2) 管壁周向应力 管壁外表面、中面和内表面的周向应力计算结果示于图9, 可知:

a. 管壁周向应力大约在边长端部十分之一到三十分之一范围内起伏变化很大, 而在大部分范围内近似于等值分布, 并且 α 越大, 均匀强度越好。

b. 图9中三条应力线的交点为管壁的反弯点。 α 越大, 反弯点距角点越近, 负弯矩区越小。负弯矩较大, 角点处内外表面的周向应力相差很大, 符号相反; 正弯矩较小。

c. 前文分析中假设周向应力沿边长为均匀分布在较大的截面区域内具有较高的符合程度。

(3) 交界面上的剪应力 计算结果示于图10, 因此知道:

a. 交界面上的剪应力在角点处集度最大, 在四边中点处等于零, 中间过渡

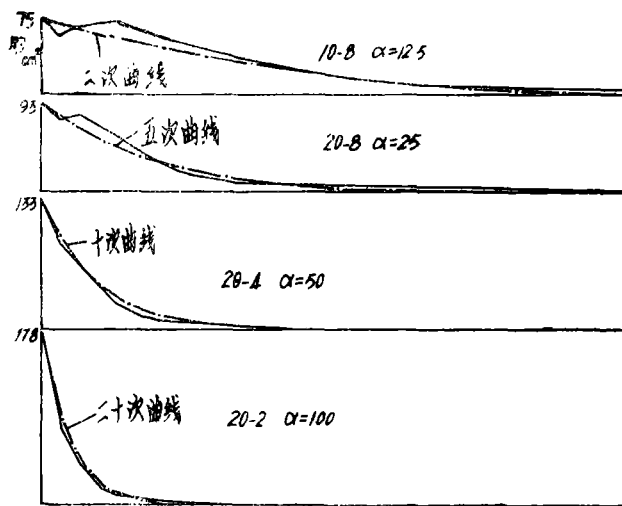


图8 钢管对核心混凝土的正压力

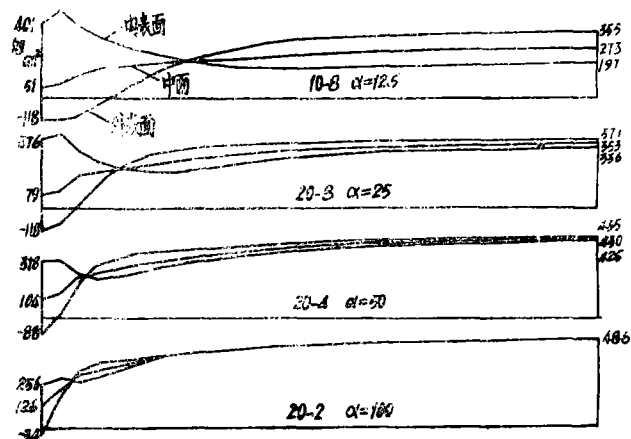


图9 管壁周向应力



图10 交界面上的剪应力

比较平缓。

b. 宽厚比越小, 剪应力越大。

c. 剪应力的合力与侧压力的合力同为一个数量级。国内外有关文献指出, 钢管和核心混凝土之间的粘结力约为 20 kg/cm^2 (对于圆钢管混凝土)。由图10可知, 交界面上有相当大的部分区域内剪应力都大于 20 kg/cm^2 , 因此实际结构中, 钢管和核心混凝土之间有些区域将发生相对滑动而破坏粘结。前文分析中假设交界面上剪应力为零, 而本节的有限元分析则假设交界面上完全粘结, 因而剪应力较大。这两种假设是两种极限情况。实际上交界面上的剪应力介乎于两种情况之间。

(4) 小结 有限元分析结果表明: 前文的承载力分析中, 假设钢管对核心混凝土的侧压力为二次分布低估了约束力; 假设钢管的周向应力沿边长为常值, 在很大的截面区域内基本符合; 不计交界面上的剪应力与实际情况不相符, 但剪应力对管壁周向应力的影响只在角点处不大的范围内较显著。由以上说明知道, 前文的理论分析能够近似地描述构件在承载极限状态下的受力变形性能, 因而导出的承载能力公式能够较好地反映构件的实际承载能力。

四. 现有计算公式及试验结果的对比和结论

1. 现有计算公式及试验结果的对比

欧洲十国组合结构委员会1981年规程、英国规范BS449修订版、美国混凝土协会规范ACI318-63和R. W. Furlong建议的公式与本文公式的比较见图11。

上列公式与试验结果进行了比较, 试验结果包括本文的49根构件, 富井政英的8根构件和Chapman、Neogi的两根构件, 说明本文公式比较可靠。比较结果如下: 欧规理论承载力与试验值之比在0.753~1.01之间, 平均0.877, 均方差0.055; BS449理论承载力与试验值之比在0.638~0.855之间, 平均0.734, 均方差0.046; ACI318-63理论承载力与试验值之比在0.432~0.562之间, 平均0.514, 均方差0.046; Furlong理论承载力与试验值之比在0.696~0.998之间, 平均0.896, 均方差0.07; 本文理论承载力与试验值之比在0.853~1.145之间, 平均0.993, 均方差0.069。

2. 主要结论 通过本文的试验研究和理论分析, 得到如下结论:

(1) 方钢管混凝土轴压短柱的荷载变形关系, 根据宽厚比 α 简化成两种典型曲线: $\alpha \leq 21$ 时服从强化型, $\alpha > 21$ 时服从下降型。

(2) 方钢管混凝土轴压短柱是否达到承载极限状态, 通过试验表明, 可以用管壁外表

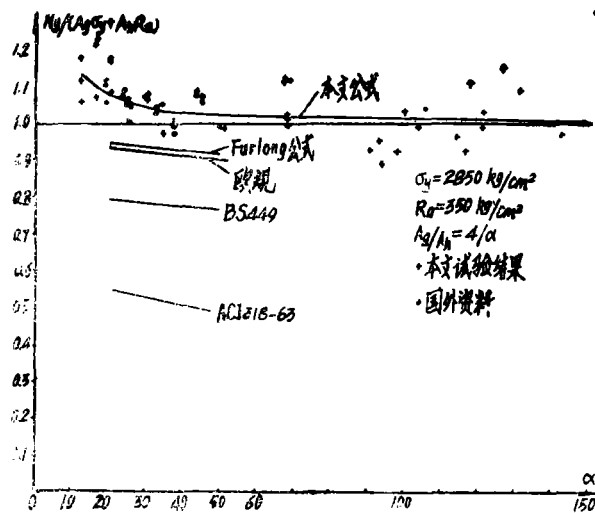


图11 各公式之间的比较

面最大和最小周向应变之差,即刚度条件来表达:

$$\Delta \varepsilon_x = \varepsilon_{x_{\max}} - \varepsilon_{x_{\min}} = \frac{0.03118}{\alpha} + 9.7 \times 10^{-4}$$

(3) 方钢管混凝土轴压短柱的核心混凝土受侧向约束力作用而提高强度。影响强度提高量的主要因素是宽厚比 α 。利用刚度条件分析侧向约束效应,导出了承载能力公式:

$$N_0 = A_k \sigma_y + A_h R_h + A_h \begin{cases} 24000/\alpha^2 + 14 & 12.5 \leq \alpha \leq 21 \\ 29400/\alpha^2 + 1.7 & 21 < \alpha \leq 150 \end{cases}$$

(4) 方钢管混凝土轴压短柱的延性性能既优于钢筋混凝土,又优于空方钢管,它具有很好的塑性。

(5) 有限元分析及理论公式与试验结果的对比表明,本文的承载能力分析所采用的一些基本假设是可行的,从而说明本文的理论分析能够近似地描述构件在承载能力极限状态下的受力变形性能,导出的承载能力公式能够较好地反映构件的实际承载能力。

致谢: 本文在撰写过程中,得到了寿楠椿付教授、龚绍熙付教授、黄振国工程师等热情指导,作者在此向以上各位老师表示衷心的感谢。

参 考 文 献

[1] A. 查杰斯著,唐家祥译,结构稳定性理论原理,甘肃人民出版社,1982年9月。

[2] 徐芝纶,弹性力学 下册,人民教育出版社,1979年8月。

[3] A. C. 沃尔密尔,卢文达,黄泽言,卢鼎霍译,柔勒板与柔勒壳,科学出版社,1963年。

[4] 左明生,张正国,方钢管混凝土轴压短柱有限元弹性分析,河南省计算力学学术会第一次会议交流文献,1985年元月。