

电力系统多功能潮流微机计算程序的研究与设计

王 文 义

(电机系)

提 要

用MC68000微机系统, 调试通过了电力系统常态和病态潮流计算程序。在此基础上探讨了还有存在的“亚病态潮流”, (暂定名)问题。此类潮流不完全同于常态或病态潮流, 其收敛特性和收敛速度等参数都有明显的差异。本文顾及到各种不同的潮流类型和算法, 为寻找一个功能强大的潮流计算程序的现实途径作了探讨。

一、前 言

过去专业人员习惯于把电力系统潮流即功率计算划分成常态潮流和病态(ill-condition)潮流两种形式, 并且由于受到运算速度和内存空间的限制, 对这两种潮流的计算和研究通常都是在较大型的计算机上单独进行的。随着我国微机应用事业的迅速发展, 笔者在引进的Mc68000十六位微机系统上进行了用微机算大题的尝试, 先后调试通过了牛顿—拉夫逊法(后简称牛顿法)、定雅可比法、快速计算法和非线性规划法等潮流计算程序, 并且在大量的计算实践中, 除了对上述两种典型潮流的特点进行探讨之外, 还发现了“亚病态潮流”(暂定名)的存在问题。这一类潮流在整个潮流类型中是占有一定位置的, 它既不完全同于常态潮流, 也不同完全于病态潮流, 而是介于二者之间的另一种类型。由于使两种典型潮流的算法在计算亚病态潮流时, 无论是收敛特性还是收敛速度等参数都与它们通常的记录有着明显的差别, 所以对这类潮流应该找一种行之有效的实用算法。

鉴于上述情况, 为了顾及到各种不同的潮流类型与算法, 作者提出了一个综合的电力系统潮流计算方法——多功能潮流算法。该方法对亚病态潮流采用了较为实际的处理措施, 使其在收敛特性和收敛速度上都得到了改善。用该方法编制的程序具有速度较快、适应面广的特点, 它克服了过去的程序往往只能“单打一”的缺陷, 并且可以不管潮流的类型(常态、病态或亚病态)如何, 由程序本身自动诊断后总能为该类潮流提供一个最佳的计算路径, 从而快速、准确地得到潮流结果来。

二、多功能潮流算法的数学模型

多功能潮流算法的主干模型是由快速算法(牛顿法也大部分隐含在该方法中)和非线性规划法两部分互相配合而成的, 其数学模型可以分述如下:

1. 快速算法

电力系统的节点功率方程是由许多个非线性方程组组成的，其形式为：

$$\Delta P_i = P_i - \sum_{j=1}^n [e_i(g_{ij}e_j - b_{ij}f_j) + f_i(g_{ij}f_j + b_{ij}e_j)] = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$$\Delta Q_i = Q_i - \sum_{j=1}^n [f_i(g_{ij}e_j - b_{ij}f_j) - e_i(g_{ij}f_j + b_{ij}e_j)] = 0$$

$$\Delta U_i^2 = U_i^2 - (e_i^2 + f_i^2) = 0$$

传统的牛顿法潮流计算是把式(1)非线性方程组化为对相应的线性方程组的求解过程。经线性化处理后的方程称为该方法的修正方程式，其简写的矩阵形式是

$$M_{is} - M_i(x) = J(x) \cdot \Delta x \quad \dots\dots\dots (2)$$

这里， $M_{is} - M_i(x)$ 即对应于式(1)的 ΔP_i 、 ΔQ_i 或 Δu_i^2 。

由系统节点功率方程可知， $M_i(x)$ 是 x 的二次型函数，故该方程泰勒展开式中对 x 的三阶及三阶以上各阶的导数值必然等于0，其一阶导数(即 Δx 一次项的系数)与式(2)中的 $J(x)$ 相同，而二阶导数在形式上又与 $M_i(x)$ 相同，仅仅是把自变量 x 变成了 Δx 而已。对二阶导数的这个结论，从功率方程中的代表项及其二阶偏导数上也可以看出来：

如 $b_{ij}x_i x_j$

其 $\frac{\partial^2 (b_{ij}x_i x_j)}{\partial x_i \partial x_j} \neq 0$

因此在功率方程泰勒展开式中的二次项只可能出现一次：

$$\frac{\partial^2 (b_{ij}x_i x_j)}{\partial x_i \partial x_j} \Delta x_i \cdot \Delta x_j = b_{ij} \Delta x_i \cdot \Delta x_j$$

实际的数学推导结果与上述分析是完全一致的，在以精确形式表示的节点功率方程泰勒展开式^[1]中，等号右端的第四项与第二项确是属于“同形异变量”的关系。此结论在程序技巧中是很有用的，它为节省内存空间、加快计算速度提供了可行性。该展开式写成宜于迭代的矩阵形式为

$$M_{is} - M_i[x^{(0)}] - M_i[\Delta x^{(k)}] = J[x^{(0)}] \cdot \Delta x^{(k+1)} \quad \dots\dots (3)$$

式中： $x^{(0)}$ ——迭代的初始条件；
 $J[x^{(0)}]$ ——首次形成的雅可比矩阵。

式(3)就是快速计算法的数学模型。其特点是在整个迭代过程中只需要形成一次雅可比矩阵 $J[x^{(0)}]$ 和只记忆一次消元因子，故在计算速度上要比牛顿法快得多，并且电力系统的规模越大，这个特点就越明显。

2. 非线性规划法

大量的计算实践表明，快速计算法与牛顿法对电力系统常态潮流的求解是有效的，但当系统运行条件恶化(如系统超负荷运行等)时，在计算过程中就有可能出现收敛困难、振荡以及发散等现象，这样的潮流称为病态潮流，导致产生病态的原因有三个方面：

- a. 系统中某些节点的电压严重偏离正常值，用平启动条件时与这些节点的实际运行电压相差太远；

b. 系统超负荷运行, 使用常规解法使得潮流真解的各根彼此过于接近, 以致在真解附近节点功率方程的切平面斜率呈现出不稳定状态, 于是导致产生振荡或收敛到使系统无法接受的运行水平上;

c. 系统运行正常, 但所选初值不当, 使得上述两种方法的本身引起不收敛。

对于计算不收敛的情况, 仅从计算结果来看是判断不出究竟是潮流本身无解还是所用的数学方法解不出来这两种原因的。对此, 应该寻求其它计算方法解决之。

由优化技术知道, 非线性方程组

$$\left. \begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

的求根问题可以化为对由式(4)所构造的目标函数求极小值的问题。

设目标函数为F, 则

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n f_i^2(x_1, x_2, \dots, x_n) \dots\dots (5)$$

当目标函数的导数值 $F'(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ 时 x_1, x_2, \dots, x_n 的值即为非线性方程组(4)的真解, 这也是一个多维寻优的问题。

对于电力系统潮流计算来说, 可在第一次迭代求出 Δx 的基础上, 运用插值法^[2]求出一个最佳系数 β , 用 β 把 Δx 加以优化, 然后再利用公式:

$$x_i^{(k)} = x_i^{(k-1)} - \beta \cdot \Delta x_i^{(k-1)} \dots\dots (6)$$

求出新的 x 并以此参加下一次迭代。在每次迭代中, 都需要计算最佳系数 β 。

应用非线性规划法计算病态潮流的数学模型导出如下:

$$F(\beta) = \sum_{i=1}^n \left\{ \Delta p_i^2(\beta) + \begin{cases} \text{PQ节点} \rightarrow \Delta Q_i^2(\beta) \\ \text{PV节点} \rightarrow [\Delta u_i^2(\beta)]^2 \end{cases} \right\} \dots\dots (7)$$

$$F'(\beta) \cong 2 \sum_{i=1}^n \Delta p_i(\beta) \cdot \frac{\partial \Delta p_i(\beta)}{\partial \beta} + \begin{cases} \text{PQ节点} \rightarrow 2 \sum_{i=1}^n \Delta Q_i(\beta) \cdot \frac{\partial \Delta Q_i(\beta)}{\partial \beta} \\ \text{PV节点} \rightarrow 2 \sum_{i=1}^n \Delta u_i^2(\beta) \cdot \frac{\partial \Delta u_i^2(\beta)}{\partial \beta} \end{cases} \dots\dots (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Delta p_i(\beta) &= p_{is} - (e_i - \beta \Delta e_i) \sum_{j=1}^n [(g_{ij} e_j - b_{ij} f_j) - \beta (g_{ij} \Delta e_j - b_{ij} \Delta f_j)] \\ &\quad - (f_i - \beta \Delta f_i) \sum_{j=1}^n [(g_{ij} f_j + b_{ij} e_j) - \beta (g_{ij} \Delta f_j + b_{ij} \Delta e_j)] \end{aligned}$$

$$\Delta Q_i(\beta) = Q_{i,} - (f_i - \beta \Delta f_i) \sum_{j=1}^u [(g_{ij}e_j - b_{ij}f_j) - \beta(g_{ij}\Delta e_j - b_{ij}\Delta f_j)]$$

$$- (e_i - \beta \Delta e_i) \sum_{j=1}^n [(g_{ij}f_j + b_{ij}e_j) - \beta(g_{ij}\Delta f_j + b_{ij}\Delta e_j)]$$

$$\Delta u_i^2(\beta) = u_{i,}^2 - (e_i - \beta \Delta e_i)^2 - (f_i - \beta \Delta f_i)^2$$

$$\frac{\partial \Delta p_i(\beta)}{\partial \beta} = \Delta e_i \sum_{j=1}^n [(g_{ij}e_j - b_{ij}f_j) - \beta(g_{ij}\Delta e_j - b_{ij}\Delta f_j)]$$

$$+ \Delta f_i \sum_{j=1}^n [(g_{ij}f_j + b_{ij}e_j) - \beta(g_{ij}\Delta f_j + b_{ij}\Delta e_j)]$$

$$+ (e_i - \beta \Delta e_i) \sum_{j=1}^n (g_{ij}\Delta e_j - b_{ij}\Delta f_j)$$

$$+ (f_i - \beta \Delta f_i) \sum_{j=1}^n (g_{ij}\Delta f_j + b_{ij}\Delta e_j)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_i(\beta)}{\partial \beta} = \Delta f_i \sum_{j=1}^n [(g_{ij}e_j - b_{ij}f_j) - \beta(g_{ij}\Delta e_j - b_{ij}\Delta f_j)]$$

$$- \Delta e_i \sum_{j=1}^n [(g_{ij}f_j + b_{ij}e_j) - \beta(g_{ij}\Delta f_j + b_{ij}\Delta e_j)]$$

$$+ (f_i - \beta \Delta f_i) \sum_{j=1}^n (g_{ij}\Delta e_j - b_{ij}\Delta f_j)$$

$$- (e_i - \beta \Delta e_i) \sum_{j=1}^n (g_{ij}\Delta f_j + b_{ij}\Delta e_j)$$

$$\frac{\partial \Delta u_i^2(\beta)}{\partial \beta} = 2\Delta e_i(e_i - \beta \Delta e_i) + 2\Delta f_i(f_i - \beta \Delta f_i)$$

求解最佳系数 β ,可使用收敛特性较好的三次插值法。首先给定第一次寻优区间 $[\beta_a, \beta_b]$,条件是目标函数 $F(\beta)$ 在该区间内极小值必须存在。为了保证这一点,必须实现导数 $F'(\beta)$ 在区间两端点处的值符相反,一旦条件满足,即可利用下式计算 β :

$$C = \frac{3[F(\beta_a) - F(\beta_b)]}{\beta_b - \beta_a} + F'(\beta_a) + F'(\beta_b)$$

$$D = \sqrt{c^2 + F'(\beta_a) \cdot F'(\beta_b)} \quad (D > 0) \quad \dots\dots (9)$$

$$\beta = \frac{[F'(\beta_a) + C + D] \cdot (\beta_b - \beta_a)}{F'(\beta_b) + F'(\beta_a) + 2C}$$

用非线性规划法计算病态潮流,可使潮流的收敛特性得到明显改善,而且可以避免潮流解产生发散,这是由于该方法具有既能保证每次迭代的 $x^{(k)}$ 恒在牛顿方向上,又经过步步优化的双重保障特点。

三、分离病态潮流的原始判据和对亚病态潮流的处理方法

1. 病态潮流的原始判据

到目前为止,曾在某些文献上看到过几个典型病态潮流的实例,文章的偏重点是介绍用什么样的方法计算这一类潮流,但对如何准确判断它们还不曾有人提出过精辟的见解。日本学者田村康男教授和岩本伸一付教授在来华讲学的论文^[9]中曾列举了两个系统,即“拒不收敛”的11节点系统和“很难收敛”的43节点系统,他们发现这两个系统都具有共同的特征:一是两系统的结线均呈梳子状的放射系统,二是两系统都只有PQ节点和平衡节点而没有PV节点。根据这个现象,我们在4个本是常态潮流的系统上进行了反试验(这些系统结线均不呈梳子状),发现在把系统中的PV节点改为PQ节点之后,无论怎样调整系统负荷节点的参数,这4个系统无一例外的均因潮流的迭代次数过多(牛顿法一般都观察到10次以上)或计算机产生溢出(快速算法经10次迭代之后)而得不到结果(参看表1)。因此,基本上可以认为没有PV节点是导致潮流病态的原因之一。

考虑到病态潮流在整个潮流类型中出现的机率较低这样一个事实,所以我们在多功能潮流算法中就把系统是否不存在PV节点并系统结线是否呈梳子状(由各节点间的关联关系确定)作为搜索病态潮流的第一原始判据。至于由其它原因引起的病态情况,则在综合程序中还配有后备的判断方法。

2. 对亚病态潮流的处理方法

在计算实践中发现,有些给定条件下的潮流,它们的收敛特性和收敛速度等参数,与典型的常态潮流和病态潮流比较,存在着明显的差异。例如,若把它们作为常态潮流求解,不是收敛特性陡然变坏(快速算法),就是计算速度太慢(牛顿法);反之,若把它们作为病态潮流求解,效果也不令人满意,因为这时的计算速度比牛顿法还要慢(非线性规划法)。由于这种潮流使用常规解法(如牛顿法)毕竟还是收敛的,所以我们认为不应该把它们划入病态潮流的范畴。鉴于上述现象,本文把这一类潮流称为“亚病态潮流”。

通过一些算例结果比较来说明亚病态潮流的存在(参看表2)。参加计算的电力系统有美国IEEE 14节点、30节点、57节点试验系统,电科院的12节点、22节点考核系统,还有一个5节点系统及国内某电网的67节点系统。文中各表数据均是在基准容量 $S_b=100\text{MVA}$,收敛精度 $\epsilon=0.0001$ 上取得的。使用机型为Codata CTW-300 System I (Mc68000微机系统)。

表2中注有“•”的22节点、67节点系统的潮流为亚病态潮流,这里可以看到它们与其它系统在收敛特性上的差别,由于定雅可比法在各项指标上都是不及快速算法的,故在表中仅把它作为比较对象。

对亚病态潮流的计算,在用快速算法迭代到一定程度之后,再转而使用牛顿法继续进行“接力”迭代,实践证明,使用这种混合方法可使亚病态潮流的收敛特性和收敛速度比单

表1 PV节点改为PQ节点后各系统潮流迭代次数的变化

方法 系统	牛顿法	快速算法
5	>15次不收敛	第11次溢出
12	>15次不收敛	第13次溢出
22	>12次不收敛	第10次溢出
67	>10次不收敛	第11次溢出

表2 各方法收敛特性(迭代次数)比较

方、法 系统	牛顿法	快速算法	定雅可比法	非线性规划法
5	4	10	12	4
12	4	8	11	4
14	3	6	7	2
22*	6	19	28	5
30	3	6	7	2
57	6	5	12	4
67*	7	21	30	6

纯使用某一种方法时有所改善(参看表3),而且改善的程度完全取决于是从前一种方法的第几次迭代开始转往另一种方法的,如果时机选择不当,则上述两参数不能同时得到改善,显然这里存在一个最佳路径问题。由实验的统计规律表明,当从前一种方法的大约第 10 ± 2 次迭代之后转往另一种方法时,可以兼顾使两参数均保持在理想的改善状态。如:对22节点系统,使用混合法计算,前一种方法需迭代10次,后一种方法再迭代一次可达到收敛;对67节点系统,前一种方法迭代9次,后一种方法再迭代一次可达到收敛;这样配合所需时间比其它配合方法所用的时间要短。

表3 混合法的迭代次数和与其它方法的速度比(从进入迭代到收敛)

方法 系统	混合法/牛顿法	混合法/非线性规划法	混合法迭代次数
22	1/2.4	1/2.8	11
67	1/5	1/6.3	10

在计算亚病态潮流的过程中,为了避免杂有因第一原始判据不周而遗漏的病态潮流,故在编制这一部分的程序时,在迭代次数上采取了一些措施,即当转而使用牛顿法“接力”迭代时,若迭代次数大于3次而潮流仍不收敛者,就可认为该潮流具有病态性质,这时应把控制转到非线性规划部分重新计算。这种补救措施对于因超负荷运行而导致病态的系统潮流是比较有效的。

四、多功能潮流算法的构思与程序设计

在对各试验系统用不同方法进行计算的结果比较中,可以得出这样一个结论,即快速算法对电力系统常态潮流的计算是适用的。由表二可以看出,除了22节点和67节点系统按本文规定划为亚病态潮流之外,其它系统的潮流,用快速算法计算时的迭代次数是相对稳定的,一般保持在8次左右,而且该方法在收敛速度上要比其它三种方法快(参看表4)。

表4 快速算法对其它三种方法的速度比(从进入迭代到收敛)

方 法 系 统	快速/牛顿	快速/定雅可比法	快速/非线性规划法
5	1/1.8	1/1.2	1/3.1
12	1/3	1/1.5	1/3.2
14	1/3	1/1	1/3.2
30	1/6.5	1/1.1	1/7
57	1/33	1/2.25	1/40

根据对快速算法的上述认识,所以在多功能潮流计算程序的设计中,除了对病态潮流需要进行判断并分离到非线性规划部分求解之外,就把快速算法作为整个程序的入口。对于常态潮流,该方法达到收敛的迭代次数通常都保持在10次以内,超出此范围者,另设两个出口,经牛顿法“接力”迭代而收敛的(次数有限制)为亚病态潮流,否则,为病态潮流,应转而使用非线性规划法。

牛顿法、快速算法与非线性规划法三种方法之间是互相联系并存在共性的,故在程序设计中应充分利用程序技巧,尽量避免重复部分。最后编制成的程序在内存占用量上仅是单一的牛顿法的1.9倍弱一点,但是该程序的功能却是大大加强了。

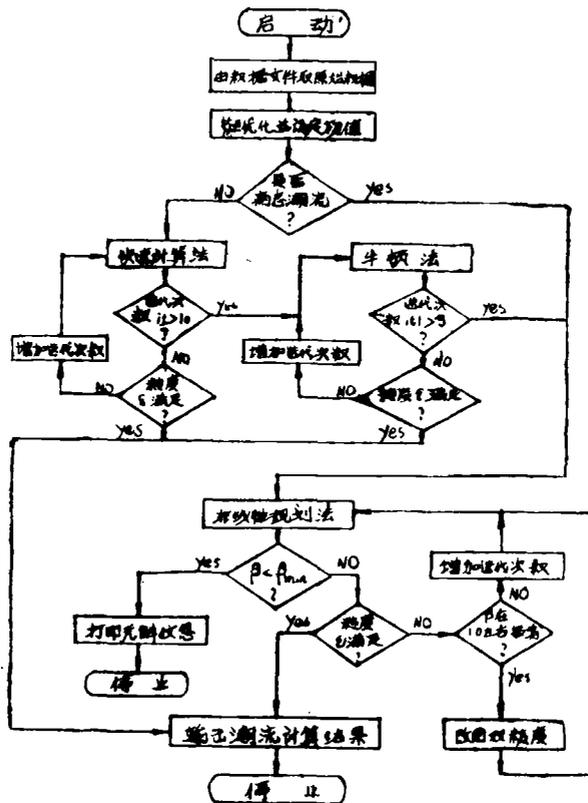
在利用多功能潮流计算程序中的非线性规划部分计算病态潮流时,根据计算体会,可以认为它对于一般的病态潮流计算还是比较有效的,但是它也并不是一个万能的工具,不是说对由一切原因引起的病态潮流它都能够求解的。我们认为对某些特殊性质的病态潮流,还有待去研究寻求更加有效的理论方法。在这一部分程序中,除去可计算一般的病态潮流之外,对下述现象,程序也具有处理的功能:

1. 当最佳系数 β 一开始计算就偏离1.0太远并小于0.45时,即说明在所选初值的条件下该潮流无解,可转去打印无解信息并停止计算。

2. 当最佳系数 β 在1.0左右极近范围内随着迭代次数的增加而出现振荡时，潮流仍不收敛，则说明该潮流的解是存在的，只因计算机的精度不够而影响了收敛，这时应改用双精度计算即可收敛。但问题是，对于微型计算机来说，这样的方法会使计算机的内存容量消耗过大并使计算速度明显放慢，应该耐心等待其达到收敛。

多功能潮流计算程序是在本人编制的各种不同方法潮流计算程序的基础上总结提炼出来的，经过对一些各具特点的电力系统的考核计算，效果是比较满意的，但由于在实际工程计算中要求考虑的因素较多，加之时间仓促与试算的电力系统有限，所以在整体方法的构思上和相应程序的设计上都难免会有疏漏甚至错误之处，这些都敬请读者给予批评指正，以便使该方法能得到进一步的充实和提高。

附：多功能潮流计算程序原理粗框图



参 考 文 献

- [1] 周全仁 张清益编著 电网计算与程序设计 湖南科学技术出版社
- [2] 蔡宣三等著 最优化与最优控制 清华大学出版社
- [3] 武汉水利水电学院编 日本田村康男、岩本伸一来华讲学论文集
- [4] M·阿坦斯等著 宗孔德等译 人民教育出版社 系统、网络与计算：多变量法(美)
- [5] 郑州工学院电力系统计算室译 《SVS FORTRAN—77参考手册》
- [6] 郑州工学院电力系统计算室译 A·Balfour, D·H·Marwick 《Programming in Standard FORTRAN—77》 19 79