

# 圆锥动静压轴承的稳态性能研究

夏恒青 方晓丽

(机械系)

**提 要:** 本文首次提出了一种新型轴承——阶梯圆锥动静压轴承, 用有限元素法分析了这种轴承的性能, 并经试验证实了分析计算的正确性, 证明这种轴承性能优越, 具有广阔的使用前景。

**关键词:** 动静压轴承, 阶梯, 圆锥, 有限元法

## 1 引 言

圆锥轴承有许多优点, 主要是能同时承受径向和轴向负荷, 装配时轴承间隙容易调整及高速时功耗较小等, 应用愈来愈广泛。从早期出现的斯都德滑动轴承到以后相继应用的各种形式的圆锥动压轴承和圆锥静压轴承, 在使用中都取得了较好的效果, 但也存在一些问题, 前者在启动和停车时有磨损, 精度保持性不好, 后者的承载能力受限于供油压力。为了探索性能更好的圆锥轴承, 希望其兼有动压轴承和静压轴承的优点并克服其缺点, 设计并分析了几种形式的圆锥动静压轴承, 现介绍其中之一——多腔阶梯圆锥动静压轴承。

本文根据锥面与展开扇面之间的关系, 由极坐标雷诺方程经变换后用有限元素法求解了这种轴承的特性, 并在实验中验证了计算的结果, 随后在一种磨头的应用中取得了满意的结果。

## 2 基本方程

将轴承的圆锥面展开为一扇面, 如图1、2。

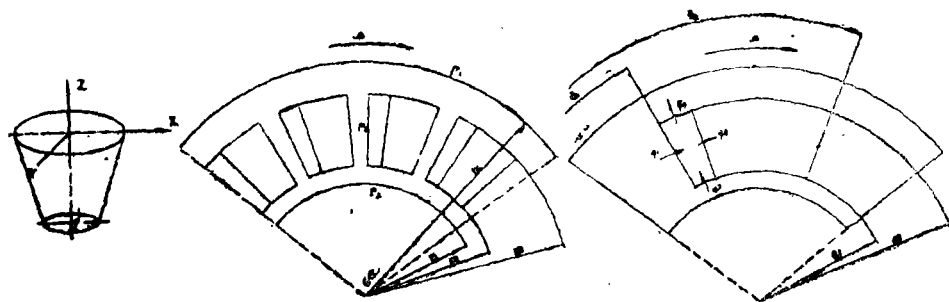


图 1

图 2

图 3

给定流体为层流、等温、不可压缩等通常假设, 不考虑惯性力的影响, 可得如下形式的雷诺方程。

参加此项工作的还有张少林、傅少敏、华绍杰、岑少起、袁占学、李瑞珍等

$$\frac{\partial}{\partial R} \left( R h^3 \frac{\partial P}{\partial R} \right) + \frac{1}{R \sin^2 \alpha} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( h^3 \frac{\partial P}{\partial \phi} \right) = 6\mu R \Omega_\phi \frac{\partial h}{\partial \phi} + 12\mu R V \quad (1)$$

求解稳态特性时可简化为:

$$\frac{\partial}{\partial R} \left( R h^3 \frac{\partial P}{\partial R} \right) + \frac{1}{R \sin^2 \alpha} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( h^3 \frac{\partial P}{\partial \phi} \right) = 6\mu R \Omega_\phi \frac{\partial h}{\partial \phi} \quad (2)$$

边界条件:

$$\begin{cases} P|_{r_1, r_2} = 0 \\ P|_{r_3} = P_r \\ \vec{n} \cdot \left( \frac{h\vec{U}}{2} - \frac{h^3}{12\mu} \nabla P \right) = q \quad \text{在流量边界上。} \end{cases}$$

根据流量连续条件, 从节流器来的润滑油应当等于控制边界的流量。(如图3)

$$\text{即 } \frac{P_s - P_r}{R_i} = \vec{n} \cdot \left( \frac{h\vec{U}}{2} - \frac{h^3}{12\mu} \nabla P \right) \quad (3)$$

$$\text{或 } \frac{P_s - P_r}{R_i} = \Sigma q \quad (4)$$

$\Sigma q$  为控制边界 (一般取静压油腔四周) 流量之和。

$$\text{即 } \Sigma q = q_1 - q_2 + q_3 - q_4 \quad (5)$$

式中:

$$q_1 = \int \left( \frac{h_1 R \Omega_\phi \sin \alpha}{2} - \frac{h_1^3}{12\mu R \sin \alpha} \cdot \frac{\partial P}{\partial \phi} \right) dR$$

$$q_2 = \int \left( \frac{h_1 R \Omega_\phi \sin \alpha}{2} - \frac{h_1^3}{12\mu R \sin \alpha} \frac{\partial P}{\partial \phi} \right) dR$$

$$q_3 = \int - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial R} \Big|_{R=R_3} R_3 d\phi \sin \alpha$$

$$q_4 = \int - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial R} \Big|_{R=R_2} R_2 d\phi \sin \alpha$$

设计状态下节流器液阻由下式求出

$$R_{l_0} = \frac{P_s - P_{r_0}}{\Sigma q_{l_0}} \quad (6)$$

### 3 稳态特性求解

求解轴承的稳态特性时, 令  $R/R_4 = \lambda$ ,  $h/C = H$ ,  $P/P_s = P$ , 代入公式 (2) 得无量纲雷诺方程:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \lambda H^3 \frac{\partial P}{\partial \lambda} \right) + \frac{1}{\lambda \sin^2 \alpha} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( H^3 \frac{\partial P}{\partial \phi} \right) = B \cdot \left( \frac{L}{D} \right)^2 \lambda \frac{\partial H}{\partial \phi} \quad (7)$$

式中:

$$B = \frac{6\mu\Omega_4 D^2}{P_i C^2}$$

$$\text{及 } \frac{1 - P_r}{R_i} = \overline{q_1} - \overline{q_2} + \overline{q_3} - \overline{q_4} \quad (8)$$

式中

$$q_1 = \int_{\lambda_2}^{\lambda_3} \left( B \left( \frac{L}{D} \right)^2 H_2 \lambda \sin \alpha - \frac{H_2^3}{\lambda \sin \alpha} \frac{\partial P}{\partial \phi} \right) d\lambda$$

$$q_2 = \int_{\lambda_2}^{\lambda_3} \left( B \left( \frac{L}{D} \right)^2 H_1 \lambda \sin \alpha - \frac{H_1^3}{\lambda \sin \alpha} \frac{\partial P}{\partial \phi} \right) d\lambda$$

$$q_3 = \int_{\phi_1}^{\phi_2} -H^3 \frac{\partial P}{\partial \lambda} \bigg|_{\lambda=\lambda_3} \lambda_3 \sin \alpha d\phi$$

$$q_4 = \int_{\phi_1}^{\phi_2} -H^3 \frac{\partial P}{\partial \lambda} \bigg|_{\lambda=\lambda_2} \lambda_2 \sin \alpha d\phi \quad \bigg|_{\lambda=\lambda_2}$$

用伽辽金加权余值法,经格林公式变换得到有限元积分方程:

$$\int \int_{\Omega} \left[ \lambda H^3 \frac{\partial P}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \omega_i}{\partial \lambda} + \frac{H^3}{\lambda \sin^2 \alpha} \frac{\partial P}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial \omega_i}{\partial \phi} - B \left( \frac{L}{D} \right)^2 H \lambda \cdot \frac{\partial \omega_i}{\partial \phi} \right] d\phi d\lambda = 0$$

取权函数为有限元坐标变换的形函数,即 $\omega_i = N_i$ 。则:

$$\int \int_{\Omega} \left[ \lambda H^3 \frac{\partial P}{\partial \lambda} \frac{\partial N_i}{\partial \lambda} + \frac{H^3}{\lambda \sin^2 \alpha} \frac{\partial P}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial \phi} - B \lambda H \left( \frac{L}{D} \right)^2 \frac{\partial N_i}{\partial \phi} \right] d\phi d\lambda = 0 \quad (9)$$

设 $P = \sum_{i=1}^{n_P} N_i P_i$ 代入(9)得各节点压力 $P_i$ 的线性方程组为:

$$[K] \{P\} = [F] \quad (10)$$

式中:

$$K_{ij} = \int \int_e \left[ \lambda H^3 \frac{\partial N_i}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial \lambda} + \frac{H^3}{\lambda \sin^2 \alpha} \frac{\partial N_i}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial \phi} \right] d\phi d\lambda$$

$$F_i = \int \int_e \lambda H \frac{\partial N_i}{\partial \phi} \cdot B \left( \frac{L}{D} \right)^2 d\phi d\lambda$$

上两式为对单元 $e$ 的二重积分,均采用高斯积分。

求解(10)式,即得到各节点的压力分布。

单个轴承的无量纲承载能力为:

$$\overline{F}_x = - \left( \frac{L}{D} \right)^2 \int \int_{\Omega_e} \sin \alpha \cos \alpha \cos \phi \cdot P \lambda d\lambda d\phi$$

$$\overline{F}_y = - \left( \frac{L}{D} \right)^2 \iint_{\Omega_e} \sin \alpha \cos \alpha \sin \phi \cdot P \lambda d \lambda d \phi$$

$$\overline{F}_z = \left( \frac{L}{D} \right)^2 \iint_{\Omega_e} \sin^2 \alpha \cdot P \lambda d \lambda d \phi$$

$$\text{无量纲径向承载力} \quad \overline{W}_r = \sqrt{\overline{F}_x^2 + \overline{F}_y^2}$$

单个轴承的无量纲轴向承载力  $\overline{W}_z = \overline{F}_z$

对置圆锥轴承的轴向承载力为两轴承轴向承载力之差。

$$\text{摩擦力} \quad \overline{F}_t = \frac{L}{D} \iint_{\Omega_e} \left[ B \left( \frac{L}{D} \right)^2 \frac{\lambda^2}{H} \sin^2 \alpha + \frac{H}{2} \frac{\partial P}{\partial \phi} \right] d \phi d \lambda$$

$$\text{摩擦力矩} \quad \overline{M}_t = \left( \frac{L}{D} \right)^2 \iint_{\Omega_e} \left[ B \left( \frac{L}{D} \right)^2 \frac{\lambda^2}{H} \sin^2 \alpha + \frac{H}{2} \frac{\partial P}{\partial \phi} \right] \lambda d \lambda d \phi$$

$$\text{流量} \quad \overline{Q} = \left[ \int_0^{2\pi} -H^3 \frac{\partial P}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\frac{\lambda_4}{\lambda_1}}^{\lambda=\frac{\lambda_4}{\lambda_1}} d \phi - \int_0^{2\pi} -H^3 \frac{\partial P}{\partial \lambda} \bigg|_{\lambda=\frac{\lambda_1}{\lambda_1}}^{\lambda=\frac{\lambda_1}{\lambda_1}} d \phi \sin \alpha$$

$$\text{摩擦功耗} \quad \overline{H}_f = B \left( \frac{L}{D} \right)^2 \sin^2 \alpha \int_{\Omega_e} \left( \frac{\lambda^2 \sin^2 \alpha}{H} + \frac{H}{2} \frac{\partial P}{\partial \phi} \right) \lambda d \lambda d \phi$$

计算机程序框图如下

其中  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  通常取 0.001 左右

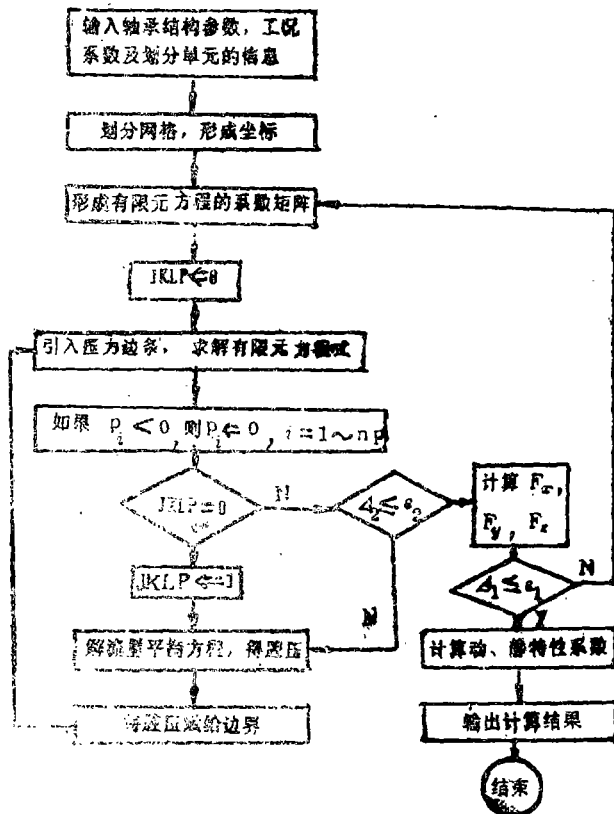
$$\Delta_1 = \left| \frac{\overline{F}_x}{\overline{F}_y} \right| \leq \varepsilon_1$$

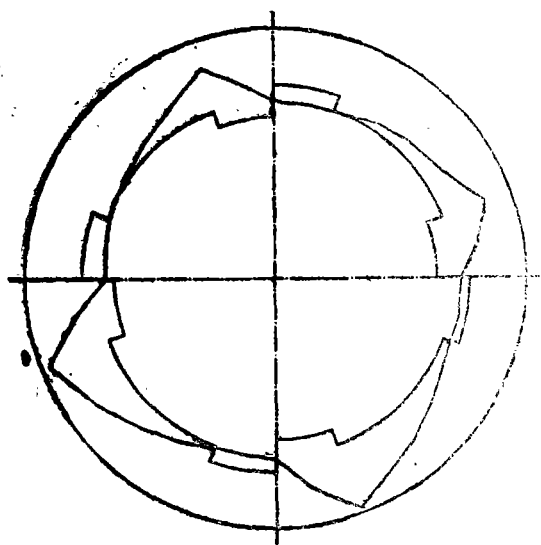
$$\Delta_2 = \frac{\sum_{i=1}^{nP} |P_i^{(k)} - P_i^{(k-1)}|}{\sum_{i=1}^{nP} |P_i^{(k)}|} \leq \varepsilon_2$$

#### 4 计算与试验结果

单个圆锥动静压轴承的空载腔压分布、径向承载能力、轴心轨迹、摩擦系数、流量的计算值如图4—9。

为了考核数学模型及计算结果的正确性，用此程序计算了半锥角为  $1/2^\circ$  的普通圆锥动压轴承（认为其近于径向滑动轴承），除轴向承载力不能对比外，其他结果和文献 [5] 所讨论的径向滑动轴承完全一致。我们





• EP=0.1 B=4.717

图 4

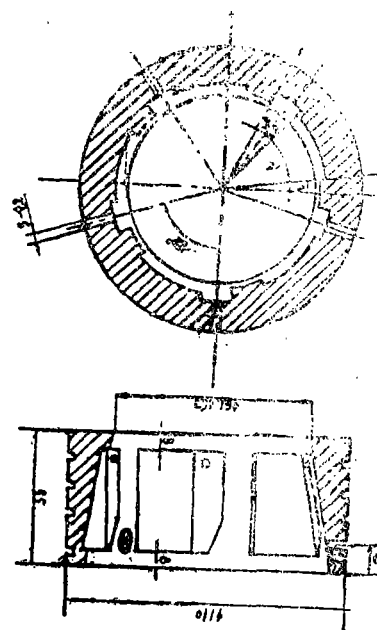


图 10

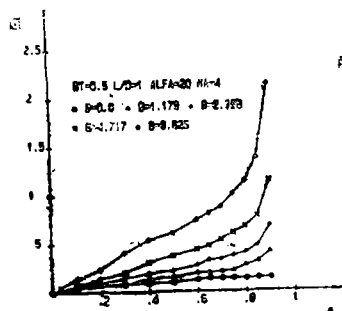


图 5

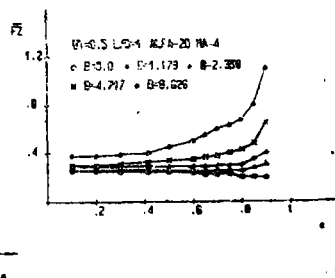


图 6

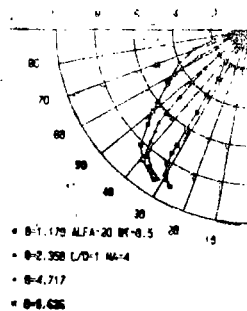


图 7

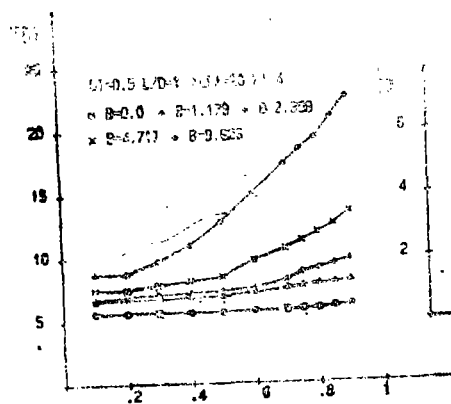


图 8

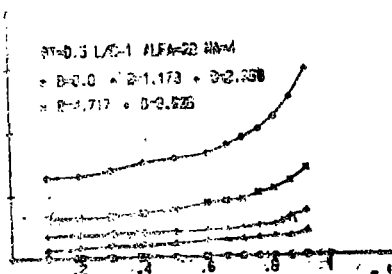


图 9

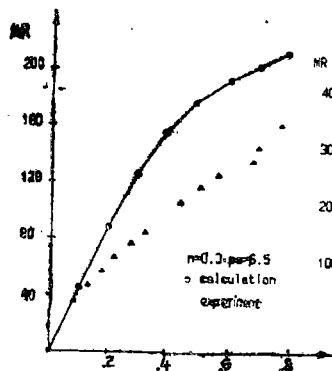


图 11

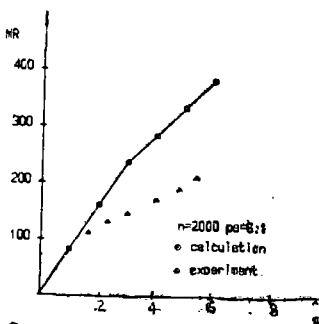


图 12

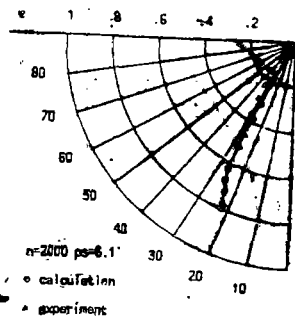


图 13

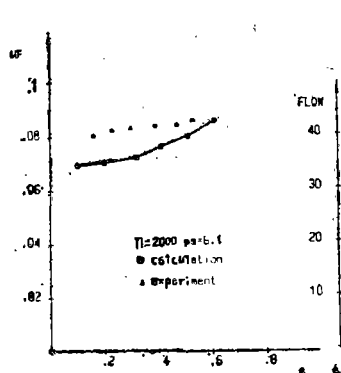


图 14

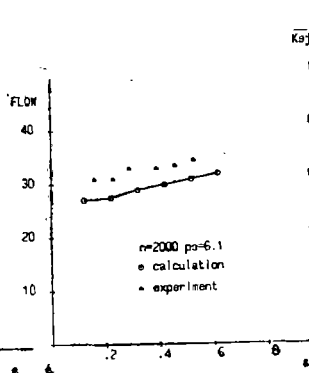


图 15

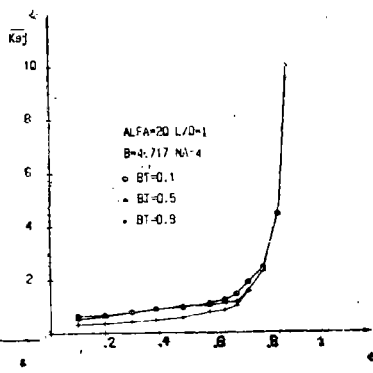


图 16

还计算了一些圆锥静压轴承, 可以比较的内容与文献 [4] 基本一致, 此外还设计了如图10所示的试件, 经试验台运转实测, 结果如图11—15。

## 5 对结果的分析

**5.1** 这种轴承在零速时的无量纲载荷——位移曲线 (见图 5) 为一典型的固定节流静压轴压的无量纲载荷——位移曲线, 其设计状态下的腔压、流量、及静刚度等都与静压轴承相同, 可以认为轴承在此时具有静压轴承的一切特征。

**5.2** 某一速度下轴承空载时横截面上各处压力分布见图 4, 具有明显的阶梯效应, 随着特性系数 (转速、相对间隙……等) 的增大, 浅腔阶梯处压力增大。如图5所示, 这种轴承的承载能力随速度和偏心率的增大而增大, 且偏心率愈大, 承载能力增加愈快, 其承载能力不仅比相同尺寸的静压轴承高, 也比一般的动压轴承高, 显然, 这种轴承具有很宽的承载范围及过载能力。

**5.3** 如图16, 小偏心率时, 存在一个使静刚度最大的  $\beta$  值 ( $\beta = 0.35 \sim 0.5$ ), 当  $e \leq 0.6$ , 不论何种节流比下, 静刚度都随偏心率增大而缓慢增加, 至  $e \leq 0.7$  后, 静刚度都急剧升高, 且各曲线基本重合, 表明这种轴承对节流器参数的要求不如静压轴承那么严格, 这给节流器的设计与制造带来了方便。

**5.4** 轴承的稳态轴心轨迹如图 7, 在特性系数较小 ( $B=1.179$ ) 及  $\varepsilon < 0.7$  时, 轴心轨迹几乎是直线, 类似静压轴承的轴心轨迹, 表明这种轴承有极好的稳定性, 随着特性系数的增大, 轴心轨迹渐渐弯曲, 至特性系数  $B=4.717$  及  $B=9.626$  且  $\varepsilon > 0.5$  以后, 轴心轨迹几乎完全重合, 因而可以通过提高转速或减小相对间隙 ( $C/D$ ) 来增大轴承的承载能力而不致影响其稳定性。

**5.5** 如图 8 所示, 摩擦系数与摩擦力矩随特性系数增大而增大。特性系数较小时, 偏心率对摩擦力矩的影响较小, 特性系数较大, 即速度较高或相对间隙 ( $C/D$ ) 较小时, 摩擦力矩随偏心率增大而增大。

**5.6** 在静压轴承中, 节流比 ( $\beta$  值) 对轴承承载能力与静刚度影响甚大, 设计者选取  $\beta$

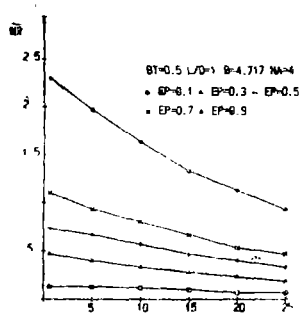


图 17

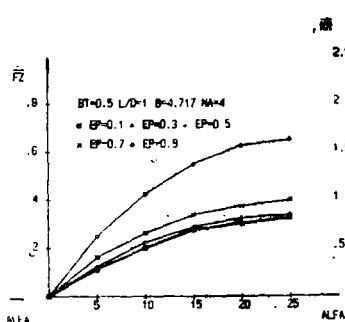


图 18

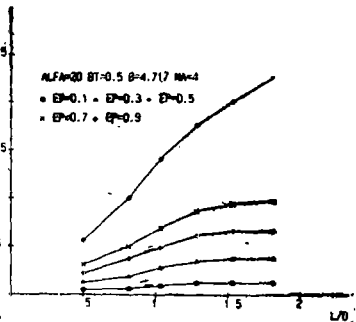


图 19

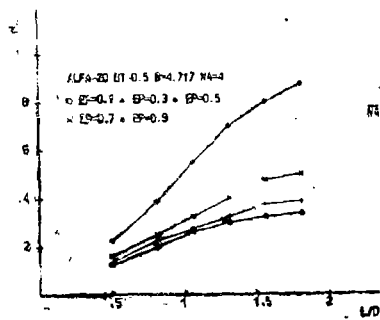


图 20

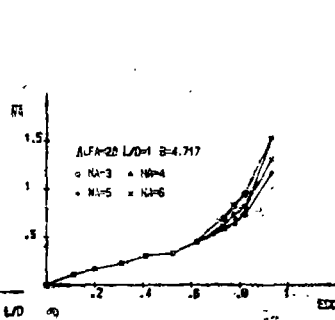


图 21

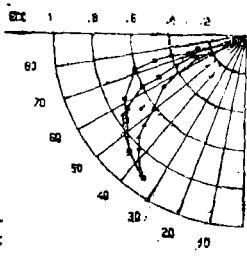


图 22

值时相当慎重。一般情况, 偏心率大时, 静刚度很低, 故很少将静压轴承用于大偏心率的情况。这种动静压轴承, 在给定偏心率下, 虽然也存在一个使承载能力和静刚度达最大的  $\beta$  值, 但它有一个范围, 不像静压轴承那么单一、明显。设计轴承时, 当  $\varepsilon < 0.6$ , 以选  $\beta = 0.3$  —  $0.5$  较好。

**5.7** 轴承结构参数对轴承性能的影响如图 17—图 22, 当轴承大端直径不变时, 锥角增大, 径向承载能力稍有降低 (图 17), 而轴向承载能力 (单个轴承) 则因锥角增大而增大 (图 18)。长径比增大, 导致径向承载能力与轴向承载能力同时增大。至于油腔数目, 除三油腔轴承因动压区较大, 径向与轴向承载能力较高外 (图 21), 一般情况, 油腔数目对承载

能力、流量以及摩擦系数等影响甚微,但油腔数目对轴心轨迹却有较大影响(图22)。

## 6 结 论

6.1 圆锥动静压轴承不仅兼备静压轴承和多楔动压轴承的优点,而且优于它们,它可以适应很宽的速度和载荷范围,具有优越的起动、停车性能和极好的精度保持性,既可连续工作,也可用于频繁起动的场合,因而具有广阔的使用前景。

6.2 成对使用这种轴承来代替径向轴承和推力轴承的组合结构,以承受径向、轴向的复合负载,不仅可以获得较小的径向尺寸,且在高速时可明显地降低温升并减少功耗。

6.3 装配时可极为方便的改变轴承的间隙,实际上也是改变轴承的相对间隙和节流比 $\beta$ 值,自然,也相应的改变了轴承的承载能力、刚度和摩擦系数等,因而可以认为,这种轴承的性能参数也是可调的。

6.4 由于在相当宽的范围内,节流比基本上不影响轴承的承载能力,故节流器的设计与制造均较方便。

## 附 录

变量表(括号内为无量纲参数)

B 特性系数  $B = \frac{\mu \Omega_0 D^2}{P_s C^2}$

C 半径间隙

e 偏心距

$F_x (\overline{F_x})$  x方向的油膜分力

$F_z (\overline{F_z})$  z方向的油膜分力

h (H) 油膜厚度  $H = \frac{h}{C}$

$H_f (\overline{H_f})$  摩擦功耗

$M_f (\overline{M_f})$  摩擦力矩

$P_s$  供油压力

$P_r (P_r)$  静压油腔压力

R 轴承展开扇面上的极径

$R_1, R_4$  为轴承的小端与大端的极径

$\phi$  圆锥横截面上的角度

$W_z (\overline{W_z})$  轴承的轴向承载能力

$\alpha$  轴承的半锥角

$\beta$  设计状态节流比

D 轴承大端直径

$\epsilon$  偏心率  $\epsilon = \frac{e}{C}$

$F_y (\overline{F_y})$  y方向的油膜分力

$F_t (\overline{F_t})$  摩擦力

$H_1, H_2$  静压腔上、下边界的油膜厚度

L 轴承圆锥母线长度

NA 油腔数

$P (P)$  油膜压力  $P = \frac{P}{P_s}$

$R_{10}, R_1$  节流器液阻(设计状态和工作状态)

$\lambda$  R的无量纲值  $\lambda = \frac{R}{L}$

$R_2, R_3$  为油腔两端的极径

$W_r (\overline{W_r})$  轴承的径向承载能力

$\Omega_0$  轴的角速度



## 参 考 文 献

- [1] T·Jayachandra Prabhu and N.Ganesan "Non——parallel operation of conical hydrostatic thrust bearings" 《wear》, Vol.86, No.1, 1983
- [2] 张直明等《滑动轴承的流体动力润滑理论》 高等教育出版社 1986
- [3] 朱光锐 朱均《动静压轴承静动特性的有限元解》 西安交大科技报告 1985.3
- [4] W.B.Rowe and J.P. O'DONOGHUE 《Design Procedures for Hydrostatic Bearing》 1971
- [5] 朱光锐 朱均《用有限元法计算滑动轴承的静、动特性及PBM通用计算程序》 西安交大科技报告 82—159 1982.5

## The Research of Static Properties of Hybrid (Hydrostatic /Hydrodynamic) Stairs Cone Sliding Bearing

Xia Hengqing    Fang Xiaoli

( Department of Mechanical Engineering )

**Abstract:** In this paper, a new kind of bearing, the hydrodynamic and hydrostatic lubricated stairs cone sliding bearing, is advanced for the first time.

The properties of this bearing has been analyzed with limited element method. The correctness of the analysis and calculation has been verified by relevant experiments.

It is proved that this kind of bearing has excellent properties and will have a broad prospects of operations.

**Key words,** hybrid (hydrostatic/hydrodynamic) stairs cone sliding bearing, limited element method, cone, stairs.