

结构动力分析的特解边界元法研究*

周鸿钧 李庆斌 兰振凯 李宗坤 董跃星**

(郑州工学院应力分析及抗震研究室)

摘 要: 本文研究动力问题的特解边界元法, 给出了理论推导, 进行了实例计算,

结果表明该法计算精度高, 是一种有效的动力分析方法。

关键词: 动力学, 边界元, 特解, 结构动力分析

中国图书分类号: TU311.3

地震灾害作为一种自然灾害, 给人民的生命财产带来极大的损失。因此, 对建筑物进行抗震防灾设计具有较大的意义。近年来, 大型建筑物的建造, 给动力分析带来了新的课题, 迫切要求科学工作者寻求较为有效的动力分析手段。

有限单元法在动力计算中得到广泛的应用, 它可以用来解决二维和三维动力计算问题, 能够有效地处理复杂问题的数值计算。但是, 有限单元法存在较大的缺点: 数据准备工作量大, 需要大容量的计算机, 比较费时费钱等。因之对很多动力问题而言, 特别是对于应力集中、无限体和动断裂等问题用有限元法解决比较困难。近年来边界元法由于具有降维、数据量少和精度高的优点, 开始在动力问题中得到应用, 目前的动力边界元法大致可以分为两大类: 一类是频域法, 一类是时域法。频域法是经过积分变换^[1], 在频域内利用相应静力问题的基本解求出频域内的响应值, 然后再经过反变换求出时域值, 这种变换的工作量较大, 当遇到积分变换不存在或不能进行的问题时, 该法将不能应用; 后者是直接进行时域内求解响应值, 它包括两种类型, 其一是显式时间法^[2], 即利用时域内的基本解, 直接进行时间步长积分, 每个时段都需要进行时间积分, 基本解的形式又比较复杂, 因此, 计算工作量之大是可以想象的; 其二是隐式时间法^[3], 即采用一定的方法将惯性力项化为边界积分来处理, 可以把动力问题化为类似于静力问题来处理, 然后利用隐式时间仿真法计算时域值, 是一种有效的分析方法。本文从这个思路着手, 根据微分方程的理论, 提出了特解边界元法, 把惯性力化为各次方程的特解来处理, 方法思路简捷, 概念清晰。

1 边界单元法概要

为了以后引用的方便, 这里就二维弹性静力学问题的边界元解法, 简介边界元法的基

* 本文为河南省自然科学基金资助课题。

** 收稿日期: 1990.08.20

本理论。

1.1 基本方程

$$\text{平衡方程: } \sigma_{ij,j} + b_i = 0 \quad (i = 1, 2; j = 1, 2) \quad (1)$$

$$\text{物理方程: } \sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (k = 1, 2; l = 1, 2) \quad (2)$$

$$\text{几何方程: } \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

$$\text{边界条件: } \begin{cases} u_i = \bar{u}_i, & X \in \Gamma_1 \\ t_i = \bar{t}_i, & X \in \Gamma_2 \end{cases} \quad (4)$$

其中, σ_{ij} 是应力张量, ε_{ij} 是应变张量, E_{ijkl} 是弹性矩阵, b_i 是体积力, u_i , t_i 分别是边界节点的位移和面力分量, \bar{u}_i , \bar{t}_i 分别是边界节点中给定点的位移和面力值。

1.2 积分方程的建立

根据加权残值法的基本原理, 可以推出考虑弹性体平衡方程(1)和边界条件(4)的残数方程为⁽⁴⁾:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} (\sigma_{ij,j} + b_i) U_{ki}^* d\Omega \\ &= \int_{\Gamma_2} (t_k - \bar{t}_k) U_{ki}^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (\bar{u}_k - u_k) P_{ki}^* d\Gamma \end{aligned} \quad (5)$$

这里 U_{ki}^* 是权函数, 表示域内位移场, P_{ki}^* 是与位移场 U_{ki}^* 相应的边界面力场, 且满足:

$$P_{ki}^* = \sigma_{kji}^* n_j \quad (6)$$

其中 σ_{kji}^* 是与位移 U_{ki}^* 相应的应力场。

对(5)式的域内积分进行两次分部积分, 同时考虑物理方程(2)和几何方程(3), 得到:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \sigma_{kij}^* u_k d\Omega + \int_{\Omega} b_k U_{ki}^* d\Omega \\ &= - \int_{\Gamma} t_k U_{ki}^* d\Gamma + \int_{\Gamma} u_k P_{ki}^* d\Gamma \end{aligned} \quad (7)$$

式中 u_k , t_k 分别是整个边界上所有点的真实位移和面力, 在实际问题中部分已知, 部分未知。

在常规边界元法中, 体力的计算是直接进行域内数值积分得到的, 其计算过程尽管比较复杂, 但计算原理相当简单, 为了讨论方便起见, 在本节的讨论中暂且不计体力 b_k 的影响。

1.3 基本解的引入

方程(7)中, 仍然包含有域内积分项, 为了消除域内积分, 需要引入基本解的概念。

$$\text{数学上, 把满足方程 } \sigma_{kji}^* = -\Delta_j^i \quad (8)$$

$$\text{的函数 } \sigma_{kji}^* \text{ 定义为方程 } \sigma_{kji}^* = 0 \quad (9)$$

的基本解。

其中 Δ_j^i 为狄拉克(Dirac)函数, 它具有下列性质:

$$\int_{\Omega} \Delta_i u_k d\Omega = C_{ki} u_k^1 \quad (10)$$

式中 u_k^1 表示 k 点的 l 方向上的位移, C_{ki} 是与积分域 Ω 边界几何性质有关的常数, 对光滑边界其值为 $1/2$ 。

把(8)式代入方程(7), 并利用性质(10), 得到:

$$C_{ki} u_k + \int_{\Gamma} u_k P_{ik}^* d\Gamma = \int_{\Gamma} t_k U_k^* d\Gamma \quad (11)$$

对于二维情形, 其基本解即是著名的Kelvin基本解, 即:

$$U_k^* = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} [(3-4\nu)\ln(\frac{1}{r})\delta_{ik} + r_{,j}r_{,j}r_{,k}]$$

$$P_{ik}^* = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r} [\frac{\partial r}{\partial n} ((1-2\nu)\delta_{ik} + 2r_{,k}r_{,j}) + (1-2\nu)(r_{,j}n_k - r_{,k}n_j)]$$

式中, μ 是剪切弹模, ν 是泊松比, r 是边界上两点间的距离, n_k 是边界点的外法线方向, $r_{,j} = x_j / r$ 。

1.4 数值处理

经过边界离散和插值处理后, 可得离散后的积分方程为:

$$\begin{aligned} C_{ki} u_k + \sum_{e=1}^N \int_{\Gamma_e} P_{ik}^* [\phi] \{u_i\} d\Gamma \\ = \sum_{e=1}^N \int_{\Gamma_e} U_k^* [\phi] \{t_i\} d\Gamma \end{aligned} \quad (12)$$

其中 N 是边界单元总数。

$$\text{若记: } [G_k] = \sum_{e=1}^N \int_{\Gamma_e} U_k^* [\phi_i] d\Gamma \quad [\hat{H}_k] = \sum_{e=1}^N \int_{\Gamma_e} P_{ik}^* [\phi_i] d\Gamma$$

$$\text{则方程(12)可写成矩阵形式: } [C]\{u\} + [\hat{H}]\{u\} = [G]\{t\} \quad (13)$$

$$\text{再记 } [H] = [\hat{H}] + [C]$$

$$\text{则又可进一步写成: } [H]\{u\} = [G]\{t\} \quad (14)$$

其中 $[C]$ 是由元素 C_{ki} 组成的矩阵, 在实际计算中可以利用刚体平移原理计算得出。

如果再引入实际问题的边界条件, 并按照已知量和未知量分别移至等号两端, 即可得到形如:

$$[A]\{X\} = \{F\} \quad (15)$$

的标准线性方程组, 解此方程可得边界上所有节点的位移和面力。还可以利用有关方程进一步求出域内点的位移和应力值。本文中未用到域内点的计算, 这里不再赘述。

2 特解边界元法原理

设某问题满足微分方程:

$$L(u_i) + h_i = 0 \quad (16)$$

$$\text{对应的齐次方程: } L(u_i) = 0 \quad (17)$$

式中: L —线性微分算子, 对不同的问题具有不同的表现形式。

u_i —微分方程的特征参量, 可以是位移、应力或速度势等。

h_i —非齐次项, 可以是常数项或函数表达式。

假设已求得满足方程(17)的解为 u_i^c , 即有:

$$L(u_i^c) = 0 \quad (18)$$

还求得满足方程(16)的一个特解为 u_i^p , 即:

$$L(u_i^p) + h_i = 0 \quad (19)$$

根据微分方程理论, 方程(16)的解 u_i , 可以表示为:

$$u_i = u_i^c + u_i^p \quad (20)$$

$$\text{进而有: } \delta u_i = \delta u_i^c + \delta u_i^p \quad (21)$$

其中, δ 所表示的量是与 u_i 的微分项有关的变量。

根据边界元法的基本原理, 可以求出方程(17)对应的用矩阵表示的边界元方程为:

$$[H]\{u^c\} = [G]\{\delta u^c\} \quad (22)$$

式中: $[H]$ 、 $[G]$ 是与问题的几何条件及齐次方程的基本解有关的系数矩阵,

$\{u^c\}$ 、 $\{\delta u^c\}$ 是由 u_i^c 和 δu_i^c 组成的列向量。

另外, 由式(20)和(21)可以得到:

$$\{u^c\} = \{u\} - \{u^p\} \quad (23)$$

$$\{\delta u^c\} = \{\delta u\} - \{\delta u^p\} \quad (24)$$

再将式(23)、(24)代入方程(22)中, 可得:

$$[H]\{u\} - [G]\{\delta u\} = [H]\{u^p\} - [G]\{\delta u^p\} \quad (25)$$

由于我们已经求出 u_i^p , 依此可以求出对应的列向量 $\{u^p\}$ 和 $\{\delta u^p\}$, 因此, 方程(25)右端已知, 从而方程(25)可解。

这样, 我们就可以利用已知的齐次方程的基本解, 求出非齐次方程的边界元解答。这对于某些难以求得基本解或所求得的基本解的形式比较复杂的问题, 开辟了一条可行的途径。这也正是本文提出特解边界元法的目的所在。

3 自由振动分析

对于均质的各向同性弹性体, 在简谐振动情形下, 其控制微分方程为:

$$L(u_i) + \rho\omega^2 u_i = 0 \quad (26)$$

这里 $L(u_i) = (\lambda + \mu)u_{i,jj} + \mu u_{i,jj}$

其中, λ 、 μ 为拉梅常数, ρ 为质量密度, ω 为弹性体的自振圆频率。

如果已求得 u_i^c 、 u_i^p , 分别满足:

$$L(u_i^c) = 0 \quad (27)$$

$$L(u_i^p) + \rho\omega^2 u_i = 0 \quad (28)$$

方程(28)中位移向量 u_i 在振动时预先无法知道, 我们可将其近似表示为:

$$u_i(x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_{ik}(x, \xi^m) \varphi_k(\xi^m) \quad (29)$$

式中: φ_k —待定参数;

$$C_{ik}(x, \xi^m) = (R - r) \delta_{ik} \quad (30)$$

其中: R —所有边界节点中两点间的最大距离;

r —源点到参考点的距离;

δ_{ik} —Kronecker delta 函数.

将其写成矩阵形式, 则为:

$$C_{ik} = \begin{bmatrix} (R - r) & 0 \\ 0 & (R - r) \end{bmatrix}$$

计算中, 式(29)可以取有限项写成矩阵形式:

$$\{u\} = [P]\{\varphi\} \quad (31)$$

其中矩阵 $[P]$ 可由式(30)计算得出. 当 $[P]$ 可逆时, 还可写成:

$$\{\varphi\} = [K]\{u\} \quad (32)$$

这里, $[K] = [P]^{-1}$.

实际上, 由式(30)计算出来的矩阵 $[P]$ 的可逆性是显而易见的, 因为它形成的矩阵为主对角线占优的矩阵.

将式(29)代入方程(28), 借助于伽辽金张量, 不难求出其特解 u_i^p 为(这里略去推导):

$$u_i^p = \rho\omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} D_{ik}(X, \xi^m) \varphi_k(\xi^m) \quad (33)$$

$$\text{式中: } D_{ik}(X, \xi^m) = \frac{1}{\mu} [(C_1 r - C_2 R) \delta_{ik} r^2 - C_3 Y_i Y_k r] \quad (34)$$

这里: $Y_i = X_i - \xi_i^m$

$$C_1 = [2(d+3)(1-\nu) - 1] / 18(3d-1)(1-\nu)$$

$$C_2 = (1-2\nu) / 2[(1+d) - 2\nu d]$$

$$C_3 = 1 / 2(1-\nu)(d^2 + 4d + 3)$$

d —问题的维数, 对于二维问题 $d = 2$.

$$\text{方程(33)也可以写成矩阵形式: } \{u^p\} = \rho\omega^2 [D]\{\varphi\} \quad (35)$$

进而, 利用弹性力学定理, 可以求出边界面力 t_i^p 为:

$$t_i^p = \rho\omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} T_{ik}(X, \xi^m) \varphi_k(\xi^m) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } T_{ik}(X, \xi^m) = & (C_4 r - C_5 R) Y_i n_k + (C_6 r - 2C_2 R) Y_k n_i \\ & + [(C_6 r - 2C_2 R) \delta_{ik} - 2C_3 Y_i Y_k / r] Y_j n_j \end{aligned} \quad (37)$$

这里: $C_4 = [(d+3)v - 1] / [3(3d-1)(1-v)]$

$$C_5 = 2v / [(1+d) - 2vd]$$

$$C_6 = [(d+2) - (d+3)v] / [3(3d-1)(1-v)]$$

其它参数同前。

同样, 方程(36)也可以写成矩阵形式:

$$\{t^p\} = \rho \omega^2 [T] \{\varphi\} \quad (38)$$

这里的矩阵[T]由式(37)计算得出。

求出 u_i^c 和 u_i^p , 真实位移和面力就可以表示为:

$$u_i = u_i^c + u_i^p \quad t_i = t_i^c + t_i^p$$

或写成矩阵形式:

$$\begin{cases} \{u\} = \{u^c\} + \{u^p\} \\ \{t\} = \{t^c\} + \{t^p\} \end{cases} \quad (39)$$

我们知道, 方程(27)对应的边界元方程为:

$$[H]\{u^c\} - [G]\{t^c\} = \{0\} \quad (40)$$

把式(39)代入方程(40), 得:

$$[H]\{u\} - [G]\{t\} = [H]\{u^p\} - [G]\{t^p\} \quad (41)$$

再将式(35)和(38)代入方程(41), 并注意到关系式(32), 得:

$$[H]\{u\} - [G]\{t\} = \omega^2 [M]\{u\} \quad (42)$$

$$\text{其中: } [M] = \rho([H][D] - [G][T]) \cdot [K] \quad (43)$$

如果依照自由振动问题的边界条件

$$\begin{cases} t_1 = 0, & x \in \Gamma_1 \\ u_2 = 0, & x \in \Gamma_2 \end{cases} \quad (44)$$

把方程(42)写成分块矩阵形式

$$\begin{aligned} \omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \\ = - \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (45)$$

把式(44)引入方程(45), 并把已知项移至等号右端, 可得:

$$\omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{11} & -G_{12} \\ H_{21} & -G_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ t_2 \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (46)$$

可以看出, 特征方程(46)中两个列向量不同, 方程不能求解, 因此, 我们可以将其等价改写为:

$$\omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ M_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ t_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & -G_{12} \\ H_{21} & -G_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ t_2 \end{Bmatrix} \quad (47)$$

这样就将自由振动问题转化为求解形如

$$[A]\{X\} = \omega^2 [\bar{M}]\{X\} \quad (48)$$

的特征方程的特征根问题。这里:

$$[A] = \begin{bmatrix} H_{11} & -G_{12} \\ H_{21} & -G_{22} \end{bmatrix}$$

$$[\bar{M}] = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ M_{21} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ t_2 \end{Bmatrix}$$

求解方程(48)可以得到弹性体自由振时的各阶频率和相应的振型。

4 瞬态动力反应分析

对于各向同性的均质弹性体, 其动力控制微分方程为:

$$L(u_i) - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (49)$$

这里的微分算子L同上节。

如果已求得齐次方程的解 u_i^c 和非齐次方程的特解 u_i^p , 可以把真实位移和面力表示为:

$$u_i = u_i^c + u_i^p$$

$$t_i = t_i^c + t_i^p$$

如果把位移仍然表示为(29)式的形式, 那么将其代入方程(49)后, 可得特解 u_i^p 为:

$$u_i^p(x) = \sum_{m=1}^{\infty} D_{ik}(X, \xi^m) \ddot{\phi}_k(\xi^m) \quad (50)$$

$$\text{式中, } D_{ik}(X, \xi^m) = -\frac{\rho}{\mu} [(C_1 r - C_2 R) \delta_{ik} r^2 - C_3 Y_i Y_k r] \quad (51)$$

$$\text{或写成矩阵形式: } \{u^p\} = [D]\{\ddot{\phi}\} \quad (52)$$

这里矩阵[D]可由式(51)计算得到。

还可以进一步求得面力为:

$$t_i^p(x) = \sum_{m=1}^{\infty} T_{ik}(X, \xi^m) \ddot{\phi}_k(\xi^m) \quad (53)$$

式中

$$T_{ik}(X, \xi^m) = -\rho \{ (C_4 r - C_5 R) Y_{i,n_k} + (C_6 r - 2C_2 R) Y_{k,n_i} + [(C_6 r - 2C_2 R) \delta_{ik} - 2C_3 Y_i Y_k / r] Y_{j,n_j} \} \quad (54)$$

或写成矩阵形式

$$\{t^p\} = [T]\{\ddot{\varphi}\} \quad (55)$$

这里矩阵[T]由式(54)计算得出。

值得说明的是上述诸式中的符号意义与上节相同。

利用齐次方程的边界元方程, 进行与上节相似的推导, 并且注意到由方程(32)导出的关系式:

$$\{\ddot{\varphi}\} = [K]\{\ddot{u}\} \quad (56)$$

可以得到瞬态动力问题的边界元方程为:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [H]\{u\} = [G]\{t\} \quad (57)$$

$$\text{式中: } [M] = ([H][D] - [G][T]) \cdot [K] \quad (58)$$

利用与上节相似的处理, 并引入实际问题的边界条件, 即可用振动仿真方法 (Wilson- θ 法、Houbolt 法等), 求解物体在瞬态动力荷载作用下的时程反应。

5 计算实例

算例一 重力坝自振频率计算

为了考查本法在计算自振频率时的收敛性, 我们对图 1 所示的重力坝分别取不同的边界节点数计算其前四阶频率, 其结果列于表 1。计算中取材料的动弹性模量 $E_d = 3.0 \times 10^5 \text{ MPa}$, 泊松比 $\nu = 0.167$, 容重 $\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$, 表中的 ε_{\max} 表示相对 84 节点的各项频率的最大误差值。

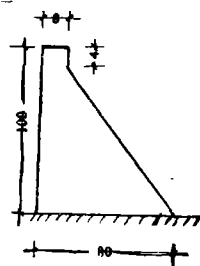


图 1

表 1 重力坝的自振频率 单位: rad/S

节点数	振 型				
	1	2	3	4	$\varepsilon_{\max} (\%)$
10	26.57	74.77	91.75	154.05	+28.4
16	27.90	58.23	76.83	134.85	-10.6
28	28.81	58.37	80.37	110.48	-10.1
38	28.05	64.00	78.83	119.93	-2.5
50	28.12	65.14	79.32	119.39	-0.1
84	28.16	65.79	79.53	119.55	0.0

由表 1 可以看出, 随着节点个数的增加, 各阶频率趋于稳定值。这就从数值上证明了特解边界元法在计算自由振动时, 随着节点个数的增加其结果是收敛的。

另外, 为了考查本法的计算精度, 我们对表 2 所示的三座重力坝的计算结果与有限元计算结果进行对比, 其中的有限元结果参见文献[5], 其结果分别列于表 3 和图 2 中。由此可以看出, 本法结果与有限元结果具有较好的一致性。

表2 重力坝的特征尺寸 单位: 米

坝 号	坝 高	顶 宽	底 宽	颈 高
A 坝	40.0	2.0	37.5	1.6
B 坝	76.0	16.0	61.0	6.0
C 坝	284.0	22.0	220.0	18.0

表3 重力坝固有频率计算结果

坝 号	算 法	振 型		
		1	2	3
A 坝	FEM	133.1	297.2	532.4
	BEM	140.4	289.3	559.0
B 坝	FEM	37.2	80.6	149.6
	BEM	35.1	78.0	140.3
C 坝	FEM	10.8	22.8	38.5
	BEM	9.2	24.2	36.0

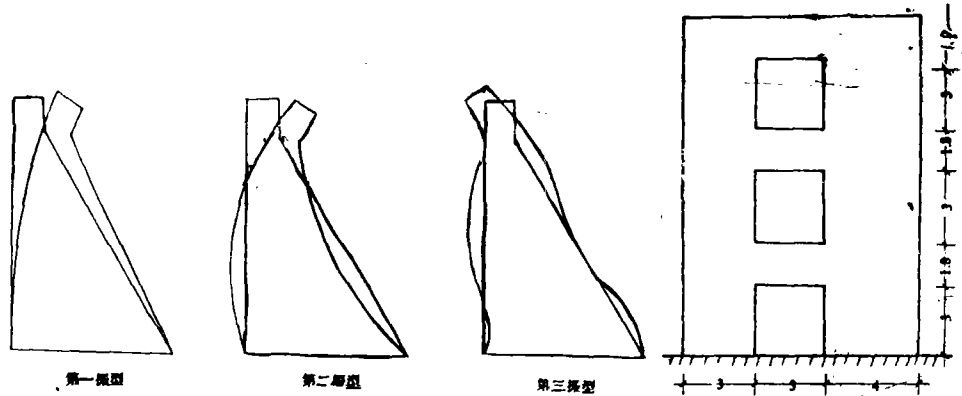


图2

图3

算例二 剪力墙的自由频率计算

为了考查本法的精确性,对如图所示的剪力墙的自由频率进行了计算,计算结果列于表4中.计算中取 $E/\rho=10^4$, $\nu=0.0$.表中的有限元结果参见文献[6].

由此可以看出,特解边界元法具有较高的计算精度.

表4 剪力墙的自由频率 单位: rad / S

方 法	振 型		
	1	2	3
BEM	1.985	6.829	7.627
FEM	2.079	7.181	7.644
误差 (%)	4.5	4.9	0.4

算例三 矩形深梁的位移反应

如图4所示的 2×3^m 的矩形深梁,在顶部受有脉冲的剪力作用,材料参数 $E=1.0 \times$

10^4MPa , $\nu=0.25$, $\gamma=10 \text{KN/m}^3$ 。所计算出 A 点的水平位移时程反应曲线示于图 5 中。计算中取 32 个边界节点, 采用 Houblt 法计算微分方程, 时间步长 $\Delta t=0.004 \text{S}$, 图中的有限元结果参见文献[7]。

由图 5 可以看出, 本法所计算出的位移反应与有限元的计算结果具有较好的一致性。这充分说明了用特解边界元法计算瞬时动力反应问题具有较高的计算精度。

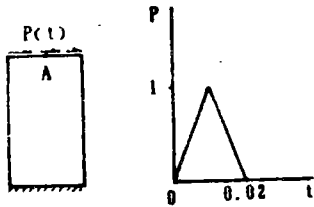


图 4

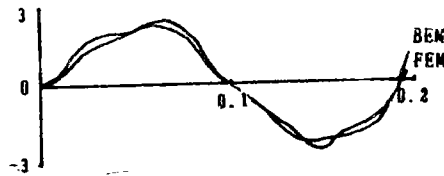


图 5

算例四 空心板的面内位移反应

如图 6 所示的空心板, 左侧受均匀的脉冲压力 $P(t)$ 的作用, 材料参数 $E=10^4 \text{MPa}$, $\nu=0.2$, $\gamma=10 \text{KN/m}^3$ 。所计算出 A 点的水平位移反应曲线示于图 7 中, 计算中取 40 个边界节点, 时间步长 $\Delta t=0.01 \text{S}$, 其中的有限元结果参见文献[7]。

本例题的计算再次证明了特解边界元法是求解瞬态反应问题的一种有效方法。

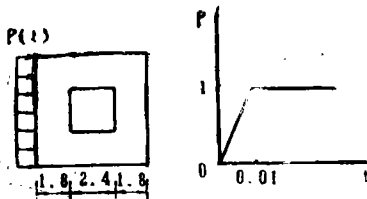


图 6

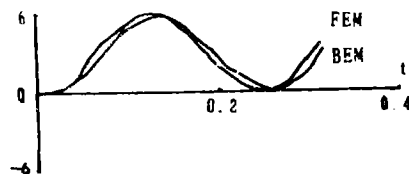


图 7

6 结 论

本文的理论分析和实例计算表明:

6.1 利用特解边界元法处理带有体力项的问题是一种普遍适用的方法, 凡是能够化为带有体力项的问题, 都可以利用本章提出的特解边界元法的思路来求解。这就为解决带有体力项的弹性问题开辟了一条可行的途径。

6.2 特解边界元法的计算精度在很大程度上依赖于边界节点的多少。因此, 为了保证计算精度, 必须恰当地选择边界点数。

6.3 在动力反应计算中, 其收敛性还与所取的时间步长有关。步长选择不合适将造成结果的不稳定或发散, 是一个值得深入研究的课题。

参 考 文 献

- (1) S.Kobayashi. Some problems of the boundary integral equation method in elastodynamics. Proc. 5th Int. Conf. BEM. Hiroshima, 1983
- (2) W.J.Mansur & C.A.Brebbia. Transient elastodynamics using a time-stepping technique. Proc. 5th Int. Conf. BEM. Hiroshima, 1983
- (3) D.Nardini & C.A.Brebbia. A new approach to free vibration analysis using boundary elements, Proc. 4th Int. Conf. BEM, 1982
- (4) 周鸿钧, 李庆斌. 坝体与库水耦振的边界元计算. 水利学报, 1988年第7期
- (5) 王良琛. 混凝土坝地震动力分析. 地震出版社, 1981
- (6) Shahid Ahomad & K.Banerjee. Free vibration analysis by BEM using particular integrals. J. Eng. Mech., No.10, 1986
- (7) D.Nardini & C.A.Brebbia. Transient dynamic analysis by the boundary element method. Proc. 5th Int. Conf. BEM. Hiroshima, 1983

Study on Particular Solution Boundary Element Method for Dynamic Analysis

Zhou Hongjun Li Qingbin Lan Zhengkai Li Zongkun Dong Yaoping
(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: A new method for dynamic analysis is presented in this paper, which is named as particular solution boundary element method. The theory and some examples are given, the results implies that the method presented here has a good agreement with the one got from finite element method.

Keywords: dynamics, boundary element, particular solution, dynamic structural analysis