

自由悬挂系统的动力特性有限元分析

刘宪亮 董毓新 周永平

(大连理工大学)

摘 要: 应用弦单元^[1]计算了自由悬挂系统的自振特性,进行了敏感性分析,并研究了动力响应。结果表明,自由悬挂系统具有两大动力特征:悬挂物体的质量具有使吊索刚化效应;动力响应具有复振现象。

关键词: 弦单元,刚化效应,复振现象,等效剪切刚度。

中国图书分类号: TV312

实际工程中有很多大型结构都有悬挂系统,如水利工程中的事故平板闸门、大型升船厢及建筑工程中的塔式起重机起吊的重物等。这些悬挂物体的质量大都相当大,除了对主体结构产生很大的静荷载外,同时由于地震或者机械震动等原因引起悬挂系统的振动,将对主体结构产生很大的动荷载,使主体结构的主要受力部件发生疲劳破坏,甚至可能和主体结构发生共振。象我国丹江口枢纽升船机,当电机转速达到 $400\text{r}/\text{min}$ 时,起吊系统就与支承梁板结构发生过共振。文献^[2]所完成的三峡升船机塔柱自振特性实验,也发现了升船厢吊索传振的现象。可见,研究悬挂系统的动力特性是十分必要的。自由悬挂结构是很常见的一种悬挂结构,但对其动力特性的研究尚少,本文将用弦单元分析其动力特性,为进一步研究包含有悬挂系统的整体结构的动力特性作准备。

1 单元剖分及基本方程

弦单元是我们针对弦的受力特性推导出的一种新单元,这里主要说明弦单元的具体应用。

1.1 计算模型与单元剖分

自由悬挂系统见图 1(a),图中 L 为吊索长度; m 为吊索单位长度的质量; A 为吊索的横截面积; M 为悬挂物体的质量。

沿吊索长度方向将吊索划分为等长度的 n 个单元,单元及节点的编号见图 1(b)。

1.2 基本方程

1.2.1 质量矩阵

当采用集中质量法,将吊索各单元的均布质量分别集中到各单元的节点时(见图

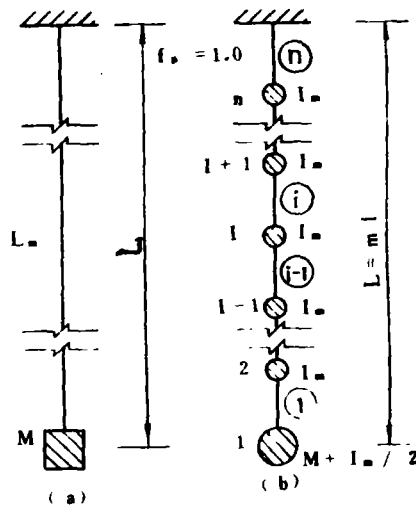


图 1 计算模型及单元剖分图

1(b)), 并注意到实际工程中往往 $M \gg m$, 则可得集中质量矩阵

$$[M] = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} n_M & & 0 \\ & L_m & \\ 0 & & L_m \end{bmatrix}_{n \times n} \tag{1}$$

1.2.2 刚度矩阵

据文献[1], 并考虑到实际工程中往往 $Mg \gg mg$, 可以忽略吊索质量对等效剪切刚度的影响, 则可分别得到轴向与等效剪切刚度矩阵

$$[Kg] = EA[A] \tag{2}$$

$$[Kx] = M[A] \tag{3}$$

式中常数矩阵。

$$[A] = \frac{n_g}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & -1 & 2 & -1 & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 2 \end{bmatrix}_{n \times n} \tag{4}$$

从式(3)中可看出, 横向刚度矩阵与悬挂物体的质量成正比, 所以悬挂质量具有使吊索刚化效应。

1.2.3 动力方程

经有限元离散后的动力方程可写成

$$[M]\{\ddot{V}\} + [C]\{\dot{V}\} + [K]\{V\} = -[M]\{I\}\ddot{V}_g(t) \tag{5}$$

式中 $[K]$ 、 $[M]$ 、 $[C]$ 分别为结构的刚度矩阵、质量矩阵与阻尼矩阵; $\{V\}$ 、 $\{\dot{V}\}$ 、 $\{\ddot{V}\}$ 分别为各节点相对吊点的位移、速度和加速度向量, $\{I\}$ 表示单位列向量; \ddot{V}_g 为吊点加速度。各阶振型 $\{\varphi_j\}$ 以及相应的特征值 (可换算成频率) λ_j , 可由下面的广义特征值问题求得

$$([K] - \lambda_j[M])\{\varphi_j\} = \{0\} \tag{6}$$

2 自振特性分析

本文用空间迭代法进行自振特性分析。计算参数均用图中标注过的符号, 计算模型取

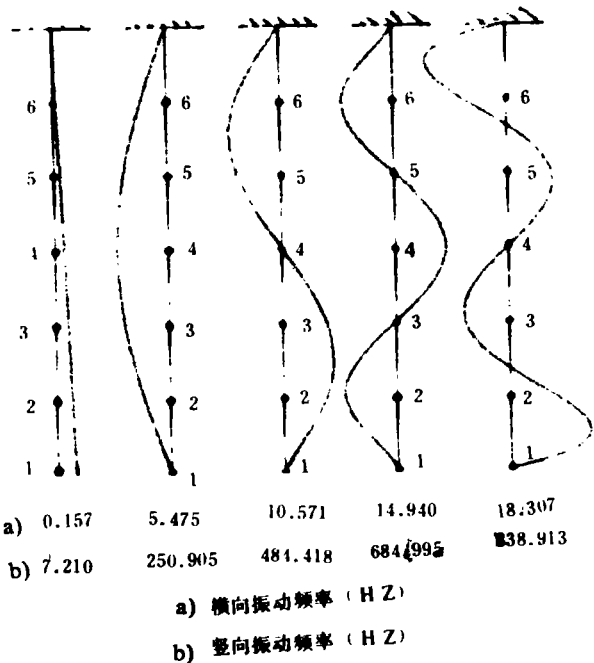


图2 横向与竖向振动模态

钢吊索, 弹性模量 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, 重力加速度 $g = 980 \text{ cm/s}^2$, 单元 $n = 6$

2.1 振动模态

在图2中, 对于竖向振动模态以水平方向表示竖向位移。图中表明, 横向与竖向振动模态相同, 这是由于质量矩阵相同, 而刚度矩阵仅差一个比例常数而致。同时发现, 基本模态为悬挂物体的单摆运动, 高阶模态为弦振动。

2.2 横向自振频率敏感性分析

当忽略吊索的自重时, 可求得悬挂物体作单摆运动的频率 $f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g/L}$, 其与吊索的长度成反比, 与其它因素无关。图3、4、5同样表明了这一点, 说明结果是正确的。

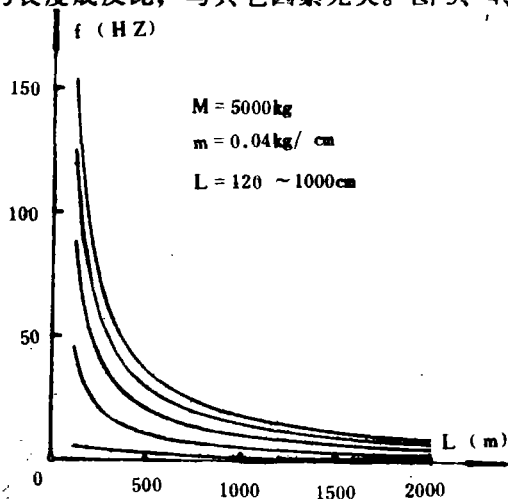


图3 横向自振频率与吊索长度的关系曲线

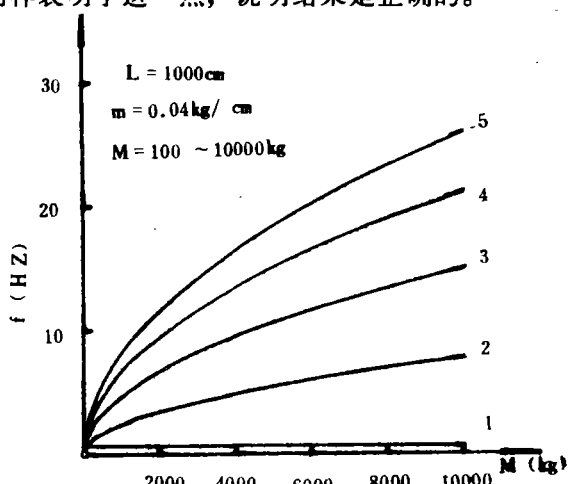


图4 横向自振频率与悬挂物体质量的关系曲线

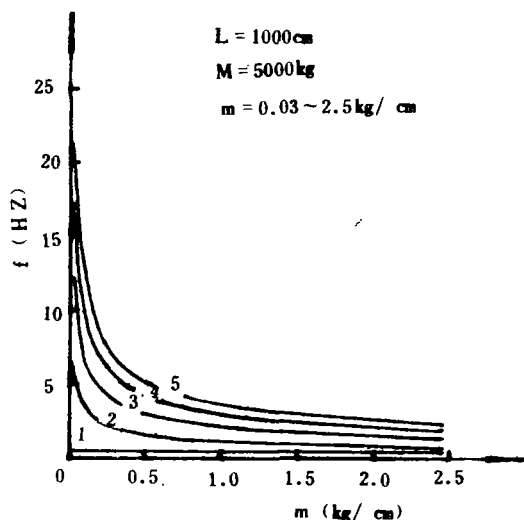


图5 横向自振频率与吊索单位长度质量的关系曲线

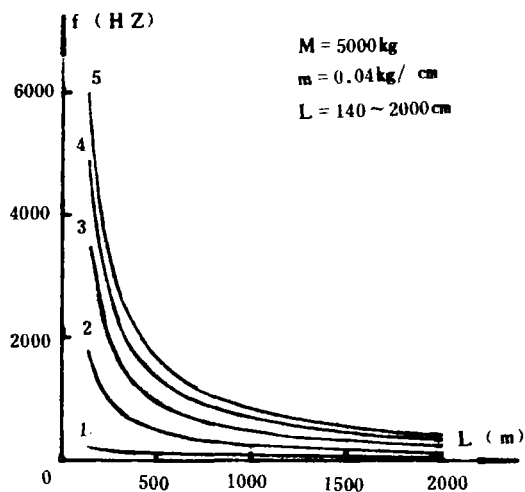


图6 竖向自振频率与吊索长度的关系曲线

由图 3、4、5 可知, 横向振动频率与吊索的长度成反比, 由此说明吊索的长度越长, 悬挂系统的等效剪切刚度越小; 高阶振动频率与悬挂物体的质量成正比, 这说明悬挂物体的质量对等效剪切刚度的贡献大于其对总体质量的贡献, 即悬挂物体的质量具有使吊索刚化效应, 这是悬挂系统的一个重要的动力特征; 高阶频率与吊索单位长度的质量成反比, 说明吊索的质量对等效剪切刚度的贡献小于其对总体质量的贡献。

2.3 竖向自振频率敏感性分析

当忽略吊索质量时, 对于轴向振动问题, 图 1(a) 的结构可简化成一个刚度系数 $K = EA_g / l$ 弹簧系统, 它的基本频率的表达式可写成 $f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EA_g}{LM}}$, 图 6、7、8 的结果与其一致, 这也表明了弦单元的实用性和计算结果的可信性。

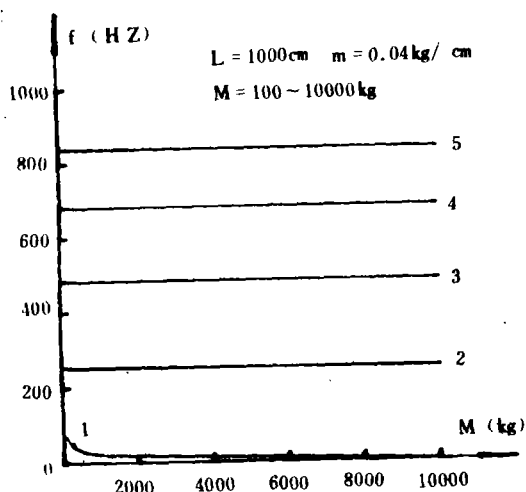


图 7 竖向自振频率与悬挂物体质量的关系曲线

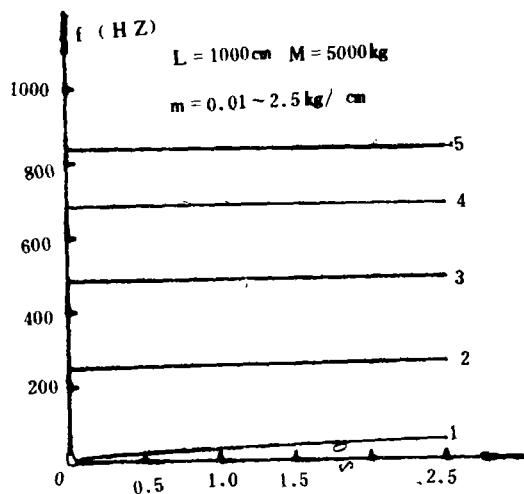


图 8 竖向自振频率与吊索单位长度质量的关系曲线

图 6、7、8 表明: 竖向振动频率与吊索长度成反比; 与悬挂物体的质量成反比, 但是悬挂质量对其高阶频率影响不明显, 这是因为轴向刚度取决于材料特性和几何特性, 与吊索的拉力无关, 而悬挂物体的质量仅影响到质量矩阵的第一个元素, 对其它元素无影响, 竖向自振频率与吊索单位长度的质量成反比, 但对高阶频率的影响很小, 这是因为当吊索单位长度的质量增加时, 吊索横截面积 ($A = m / 0.08$) 也在增加, 即吊索质量对总体质量的贡献不及其面积对刚度的贡献。

比较图 3、4、5 与图 6、7、8 发现, 在同等条件下, 竖向自振频率比横向自振频率大得多, 这说明竖向刚度远远大于等效剪切刚度, 这一结论是符合工程实际的。

3 动力响应分析

为确切地了解自由悬挂系统动力响应的一般规律, 用 coilson—0 法计算了吊点在某

位简谐扰动下的动力响应,并绘制了动力响应曲线。由于篇幅所限,这里只说明以下结论。

3.1 横向动力响应

3.1.1 不论扰动角频率如何变化,悬挂物体的运动是单摆运动,其周期($T = 2\pi\sqrt{L/g}$)基本保持不变,这是因为基本模态为单摆运动。但在摆动的过程中,伴随着与扰动频率相同的振动,本文称之为复振现象。这是其又一动力特征。

3.1.2 悬挂系统的振动频率与扰动频率基本相同,相位迟后 $\frac{\pi}{2}$ 。

3.1.3 当扰动频率 ω 与悬挂系统的自振频率 $\omega_i(i=1,2,\dots,n)$ 相等时,悬挂系统发生明显的共振。

3.2 竖向动力响应

竖向动力响应的频率与扰动频率基本一致,相位也相同,同样也有共振现象。但是,由于竖向振动的高阶频率相当大,一般不会发生共振。

4 结束语

悬挂系统是一种很常见的结构,了解其动力特性对我们有效地防止共振现象的发生和合理地确定结构动荷载提供了理论依据。

在实际工程中,要根据当地的地震资料合理地选择悬挂系统的几何尺寸,以调节其自振特性,尽量减小悬挂系统对主体结构的动荷载,并避免共振发生。

研究悬挂系统的动力特性,是为了更进一步地分析包含有悬挂系统的整体结构的动力特性。在本文的基础上,将继续进行研究。

参 考 文 献

- [1] 刘宪亮、董毓新、周永平. 弦单元及其在悬挂系统的动力有限元计算中的应用. 大连理工大学学报 (定稿待发)
- [2] 李彦硕. 大型升船机塔柱自振特性研究. 第三届全国地震工程会议论文集第四卷. 1990 年 10 月
- [3] 浙江大学(谢贻权等主编). 弹性和塑性力学中的有限元法. 机械工业出版社, 1981 年 8 月

Dynamic Property Analysis for the Free Hanging Systems By the Finite Element Method

Liu Xianliang Dong Suxing Zhou Yongping

(Dalian University of Technology)

Abstract: In this paper the cord element method is used to study the sensitivity of the free vibration property and dynamic response of the free hanging systems. The calculation results show that the free hanging systems possess two important dynamic characteristics. The fall line is rigidified by its hanging mass; Dynamic response has the phenomena of compound vibration.

Keywords: cord element; rigid effect; compound vibrations; equivalent shearing rigidity