

钢纤维钢筋混凝土梁曲率延性的 简化计算*

高丹盈

(郑州工学院)

摘 要: 本文以简化的钢筋与钢纤维混凝土应力应变关系为基础, 讨论钢纤维钢筋混凝土梁截面的弯矩曲率关系以及钢纤维含量特征参数、纵筋配筋率等因素对梁曲率延性的影响。

关键词: 钢纤维钢筋混凝土梁, 延性, 弯矩和曲率

中国图书分类号: TU31

关于钢筋混凝土和预应力混凝土梁截面的曲率延性的简化计算方法, 国内外已进行了深入的研究, 但就钢纤维钢筋混凝土而言, 这方面的研究还不多。本文在作者对钢纤维混凝土基本力学性能、⁽²⁾ 单向受力的应力应变关系^(3,4) 等进行大量分析研究的基础上, 讨论钢纤维钢筋混凝土矩形截面梁弯矩曲率的简化计算方法以及钢纤维含量特征参数、纵筋配筋率等因素对梁曲率延性的影响。

1 基本假定

为了有效地考虑钢筋和钢纤维的作用并方便计算, 本文在以往试验结果的基础上提出下列基本假定。

1.1 变形前后梁截面保持平截面;

1.2 钢筋的应力应变关系采用下式:

当 $0 < \varepsilon_s < \varepsilon_y$ 时, $f_s = E_s \cdot \varepsilon_s$

当 $\varepsilon_s > \varepsilon_y$ 时, $f_s = f_y$

式中 f_s 、 ε_s ——分别为钢筋的应力和应变;

f_y 、 ε_y ——分别为钢筋的屈服强度(Mpa)和屈服应变;

E_s ——钢筋的弹性模量(Mpa)。

1.3 受压钢纤维混凝土的应力应变关系采用图 1 上方所示的曲线。

当 $0 < \varepsilon_{fc} < \varepsilon_{fo}$ 时 $\sigma_{fc} = E_{fc} \cdot \varepsilon_{fc}$

当 $\varepsilon_{fc} > \varepsilon_{fo}$ 时 $\sigma_{fc} = f_{fcm}$

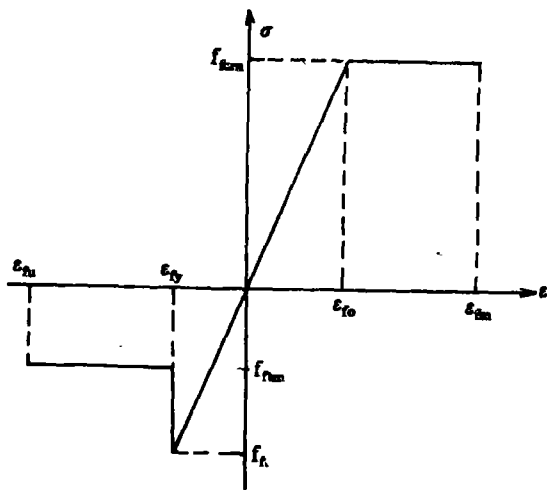


图 1

* 水电部基金资助项目

收稿日期:1992-01-14

式中 σ_{fc} 、 ε_{fc} ——钢纤维混凝土的压应力和压应变;

ε_{fo} 、 ε_{fm} ——钢纤维混凝土的屈服压应变和最大压应变;

E_{fc} 、 f_{fcm} ——钢纤维混凝土的压缩弹性模量(Mpa)和钢纤维混凝土的弯曲抗压强度(Mpa)。

f_{fcm} 与混凝土弯曲抗压强度以及钢纤维含量特征参数 $V_f \frac{e}{f_d}$ 有关, 按文献〔2〕中给出的公式计算; E_{fc} 与混凝土基体的压缩弹性模量 E_{mc} 、体积率 V_m 以及钢纤维的弹性模量 E_f 、体积率 V_f 、长度系数 η_l 、方向系数 η_0 等因素有关, 具体关系式为:〔5〕

$$E_{fc} = E_{mc} V_m + \eta_a \eta_0 E_f V_f$$

1.4 受拉钢纤维混凝土的应力应变关系采用图 1 下方所示曲线。

当 $0 < \varepsilon_{ft} < \varepsilon_{fy}$ 时 $\sigma_{ft} = E_{ft} \varepsilon_{ft}$

当 $\varepsilon_{ft} > \varepsilon_{fy}$ 时 $\sigma_{ft} = f_{ftm}$

式中 σ_{ft} 、 ε_{ft} ——钢纤维混凝土的拉应力和拉应变;

ε_{fy} 、 ε_{fu} ——钢纤维混凝土的屈服拉应变和极限拉应变;

f_{ft} 、 f_{ftm} ——钢纤维混凝土的抗拉强度(Mpa)和弯曲抗拉强度(Mpa);

E_{ft} ——钢纤维混凝土拉伸弹性模量, 受混凝土基体拉伸弹性模量 E_{mt} 等因素影响, 具体关系式为:〔5〕 $E_{ft} = E_{mt} V_m + \eta_l \eta_0 E_f V_f$

1.5 纵筋屈服后, 当受压边缘的应变达到钢纤维混凝土最大压应变 ε_{fm} 时, 梁破坏。

2 弯矩曲率关系的简化计算公式

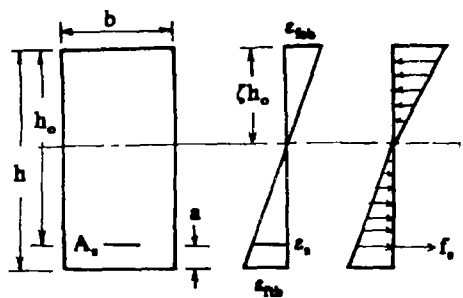


图 2

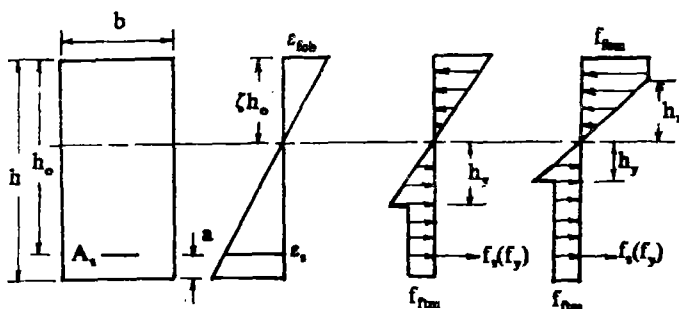


图 3

2.1 弹性阶段 ($\phi < \phi_{cr}$)

当受拉边缘应变 ε_{fb} 小于钢纤维混凝土屈服应变 ε_{fy} 时, 钢纤维钢筋混凝土梁的受压区和受拉区均处于弹性阶段, 纵筋与混凝土协同工作, 如图 2 所示。由图 2 截面上力的平衡与变形相容条件, 可得到下列方程:

$$\int_0^{\zeta h_0} b E_{fc} \phi y dy - \int_0^{(1-\zeta)h_0+a} b E_{ft} \phi y dy - f_s A_s = 0 \quad (1)$$

$$M = \int_0^{\zeta h_0} b E_{fc} \phi y^2 dy + \int_0^{(1-\zeta)h_0+a} b E_{ft} \phi y^2 dy + f_s A_s (1-\zeta)h_0 \quad (2)$$

$$\phi = \frac{\varepsilon_{fb}}{\zeta h_0} = \frac{\varepsilon_s}{(1-\zeta)h_0} = \frac{\varepsilon_{fb}}{(1-\zeta)h_0 - a} \quad (3)$$

式中 ϕ — 截面曲率; ζ — 受压区高度系数;
 a — 纵筋保护层厚度; ε_{fb} 、 ε_{fb} — 梁受压、受拉边缘的应变。

取 $\mu = \sqrt{\frac{E_f}{E_s}}$ 、 $\rho = \frac{A_s}{bh_0}$ 、 $\eta = \frac{E_s}{E_f}$ 、 $y = \frac{a}{h_0}$, 由 (1) 式得:

$$\text{当 } \mu \neq 1 \text{ 时 } \zeta = \frac{-(1+\eta+n\rho) + \sqrt{(1+\eta+n\rho)^2 - (\mu^2-1)[(1+\eta)^2 + 2n\rho]}}{\mu^2-1} \quad (4a)$$

$$\text{当 } \mu = 1 \text{ 时 } \zeta = \frac{2n\rho + (1+\eta)^2}{2(1+\eta+n\rho)} \quad (4b)$$

$$\text{由 (2) 式得: } M = \frac{1}{3} E_f b h_0^3 [\mu^2 \zeta^3 + (1-\zeta+\eta)^3 + 3n\rho(1-\zeta)^2] \phi \quad (4c)$$

当梁受拉边缘的应变 ε_{fb} 达到 ε_f 时, 钢纤维钢筋混凝土梁受拉区出现裂缝, 此时截面曲率 ϕ_{cr} 为:

$$\phi_{cr} = \frac{\varepsilon_f}{(1-\zeta)h_0 + a} \quad (5a)$$

钢纤维钢筋混凝土梁的开裂弯矩为:

$$M_{cr} = \frac{1}{3} E_f b h_0^3 [\mu^2 \zeta^3 + (1-\zeta+\eta)^3 + 3n\rho(1-\zeta)^2] \phi_{cr} \quad (5b)$$

2.2 开裂阶段 ($\phi_{cr} < \phi < \phi_y$)

在此阶段中, 纵向受拉钢筋没有屈服, 受拉区混凝土未裂部分的最大应力 f_{sm} ;

受压边缘应变 ε_{fb} 可能会出现 $\varepsilon_{fb} \leq \varepsilon_{fb}$ 或 $\varepsilon_{fb} > \varepsilon_{fb}$ 两种情况, 即受压区钢纤维混凝土应力

图形可能为三角形或梯形, 见图3所示。

2.2.1 受压区钢纤维混凝土应力图形为三角形

由图3截面上力的平衡及变形相容条件得到下列方程:

$$\int_0^{\zeta h_0} b E_f \phi y dy - \int_0^{\eta y} b E_f \phi y dy - b(h - \zeta h_0 - h_y) f_{sm} - f_s A_s = 0 \quad (6)$$

$$M = \int_0^{\zeta h_0} b E_f \phi y^2 dy + \int_0^{\eta y} b E_f \phi y^2 dy + b(h - \zeta h_0 - h_y) \left(h_y + \frac{h - \zeta h_0 - h_y}{2} \right) + f_s A_s h_0 (1 - \zeta) \quad (7)$$

$$\phi = \frac{\varepsilon_{fb}}{\zeta h_0} = \frac{\varepsilon_f}{h_y} = \frac{\varepsilon_s}{h_0(1-\zeta)} \quad (8)$$

$$\text{由 (6) 式得: } a_1 \zeta^2 + a_2 \zeta + a_3 = 0 \quad (9a)$$

$$\text{式中 } a_1 = \frac{\mu^2 \varepsilon_{fb}^2 - \varepsilon_f^2}{\varepsilon_{fb}} + 2 \frac{f_{sm}}{E_f} \left(1 + \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_{fb}} \right)$$

$$a_2 = 2 [n p \varepsilon_{fb} - \frac{f_{sm}}{E_f} (1 + \mu)] \quad a_3 = -2 n p \varepsilon_{fb}$$

$$\begin{aligned} \text{由 (7) 式得: } M = & \frac{1}{3} b E_{\text{f}} \zeta^3 h_0^3 \phi + \frac{b f_{\text{f}}^2}{\phi^2 E_{\text{f}}} \left(\frac{1}{3} f_{\text{f}} - \frac{1}{2} f_{\text{f}m} \right) + \frac{1}{2} b f_{\text{f}m} (1 + \eta - \zeta)^2 h_0^2 \\ & + E_{\text{f}} A_{\text{f}} (1 - \zeta)^2 h_0^2 \phi \end{aligned} \quad (9b)$$

2.2.2 受压区钢纤维混凝土应力图形为梯形

由图 3 截面上力的平衡及变形相容条件得到下列方程:

$$\int_0^{h_x} b E_{\text{f}} \phi y dy + b(\zeta h_0 - h_x) f_{\text{f}m} - \int_0^{h_y} b E_{\text{f}} \phi y dy - b(h - \zeta h_0 - h_y) f_{\text{f}m} - f_{\text{f}} A_{\text{f}} = 0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} M = & \int_0^{h_x} b E_{\text{f}} \phi y^2 dy + b(\zeta h_0 - h_x) f_{\text{f}m} \left(h_x + \frac{\zeta h_0 - h_x}{2} \right) + \int_0^{h_y} b E_{\text{f}} \phi y^2 dy + b(h - \zeta h_0 \\ & - h_y) f_{\text{f}m} \left(h_y + \frac{h - \zeta h_0 - h_y}{2} \right) + f_{\text{f}} A_{\text{f}} h_0 (1 - \zeta) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_{\text{fb}}}{\zeta h_0} = \frac{\varepsilon_{\text{f}}}{h_x} = \frac{\varepsilon_{\text{fy}}}{h_y} = \frac{\varepsilon_{\text{f}}}{[h_0(1 - \zeta)]} = \frac{\varepsilon_{\text{fb}}}{[h_0(1 - \zeta) + a]} \quad (12)$$

$$\text{由 (10) 式得: } a_4 \zeta^2 + a_2 \zeta + a_3 = 0 \quad (13a)$$

$$\text{式中 } a_4 = \frac{\mu^2 \varepsilon_{\text{fb}}^2 - \varepsilon_{\text{fy}}^2}{\varepsilon_{\text{fb}}} + 2 \frac{f_{\text{f}m}}{E_{\text{f}}} \left(1 - \frac{\varepsilon_{\text{fb}}}{\varepsilon_{\text{fb}}} \right) + 2 \frac{f_{\text{f}m}}{E_{\text{f}}} \left(1 + \frac{\varepsilon_{\text{fy}}}{\varepsilon_{\text{fb}}} \right)$$

由 (11) 式得:

$$\begin{aligned} M = & -\frac{b f_{\text{f}m}^3}{6 E_{\text{f}}^2 \phi^2} + \frac{b f_{\text{f}}^2}{E_{\text{f}}^2 \phi^2} + \left(\frac{1}{3} f_{\text{f}} - \frac{1}{2} f_{\text{f}m} \right) + \frac{1}{2} b h_0^2 [f_{\text{f}m} \zeta^2 + f_{\text{f}m} (1 + \eta - \zeta)^2] \\ & + A_{\text{f}} E_{\text{f}} h_0^2 (1 - \zeta)^2 \phi \end{aligned} \quad (13b)$$

2.3 屈服阶段 ($\phi = \phi_y$)

纵向受拉钢筋初始屈服时, 截面达到屈服曲率。此时, 受拉区混凝土应力分布为非线性分布, 受压区钢纤维混凝土应力图形可能为三角形或梯形, 见图 3 所示。

2.3.1 受压区钢纤维混凝土应力图形为三角形

由图 4 截面上力的平衡及变形相容条件得到下列方程:

$$\int_0^{\zeta_y h_0} b E_{\text{f}} \phi y dy - \int_0^{h_y} b E_{\text{f}} \phi y dy - b(h - \zeta_y h_0 - h_y) f_{\text{f}m} - f_{\text{f}} A_{\text{f}} = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} M_y = & \int_0^{\zeta_y h_0} b E_{\text{f}} \phi y^2 dy + \int_0^{h_y} b E_{\text{f}} \phi y^2 dy + b(h - \zeta_y h_0 - h_y) f_{\text{f}m} \left(h_y - \frac{h - \zeta_y h_0 - h_y}{2} \right) \\ & + f_{\text{f}} A_{\text{f}} h_0 (1 - \zeta_y) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\phi = \frac{\varepsilon_{\text{fb}}}{\zeta_y h_0} = \frac{\varepsilon_{\text{fy}}}{h_y} = \frac{\varepsilon_{\text{f}}}{h_0(1 - \zeta_y)} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{由 (14) 式求得: } \zeta_y = & \frac{2[n\rho\varepsilon_y + \frac{f_{\text{f}m}}{E_{\text{f}}}(1 + \eta)]}{\frac{\mu^2 \varepsilon_{\text{fb}}^2 - \varepsilon_{\text{fy}}^2}{\varepsilon_{\text{fb}}} + 2 \frac{f_{\text{f}m}}{E_{\text{f}}} \left(1 + \frac{\varepsilon_{\text{fy}}}{\varepsilon_{\text{fb}}} \right)} \end{aligned} \quad (17a)$$

$$\text{由截面应变分布得: } \zeta_y = \frac{\varepsilon_{fb}}{\varepsilon_{fb} + \varepsilon_y} \quad (17b)$$

利用(17a)、(17b)式得纵筋初始屈服时 ε_{fb} 应满足的方程为:

$$\mu^2 \varepsilon_{fb}^2 - 2(n\rho\varepsilon_y + \frac{f_{fm}}{E_f}\eta)\varepsilon_{fb} + (2\frac{f_{fm}}{E_f} - \varepsilon_{fy})\varepsilon_{fy} - 2[n\rho\varepsilon_y + \frac{f_{fm}}{E_f}(1+\eta)]\varepsilon_y = 0$$

$$\begin{aligned} \text{由(16)式得: } M_y = & \frac{1}{3}bE_f\zeta_y^3h_0^3\phi_y + \frac{bf_f^2}{\phi_y^2E_f^2}(\frac{1}{3}f_f - \frac{1}{2}f_{fm}) + \frac{1}{2}bf_{fm}(1+\eta-\zeta)^2h_0^2 \\ & + f_yA_s h_0(1-\zeta_y) \end{aligned} \quad (17c)$$

2.3.2 受压区钢纤维混凝土应力图形为梯形

由图3截面的几何关系和内力平衡条件得到下列方程:

$$\begin{aligned} & \int_0^{h_x} byE_f\phi dy + b(\zeta_y h_0 - h_x)f_{fm} - \int_0^{h_y} byE_f\phi dy - b(h - \zeta_y h_0 - h_y)f_{fm} \\ & - f_yA_s = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} M_y = & \int_0^{h_x} by^2E_f\phi dy + b(\zeta_y h_0 - h_x)f_{fm}(h_x + \frac{\zeta_y h_0 - h_x}{2}) + \int_0^{h_y} by^2E_f\phi dy \\ & + b(h - \zeta_y h_0 - h_y)f_{fm}(h_y + \frac{h - \zeta_y h_0 - h_y}{2}) + A_s f_y h_0(1 - \zeta_y) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_{fb}}{\zeta_y h_0} = \frac{\varepsilon_{fb}}{h_x} = \frac{\varepsilon_{fy}}{h_y} = \frac{\varepsilon_y}{(1 - \zeta_y)h_0} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{由(18)式求得: } \zeta_y = & \frac{2n\rho\varepsilon_y + 2(1+\eta)\frac{f_{fm}}{E_f}}{\frac{\mu^2 \varepsilon_{fb}^2 - \varepsilon_{fy}^2}{\varepsilon_{fb}} + 2\frac{f_{fm}}{E_f}(\frac{\varepsilon_{fb} - \varepsilon_{fb}}{\varepsilon_{fb}}) + 2\frac{f_{fm}}{E_f}(\frac{\varepsilon_{fb} + \varepsilon_{fy}}{\varepsilon_{fb}})} \end{aligned} \quad (21a)$$

利用式(17b)、(21a)得纵筋初始屈服时 ε_{fb} 应满足的方程为:

$$\varepsilon_{fb} = \frac{2[\frac{f_{fm}}{E_f}(1+\eta) + n\rho\varepsilon_y]\varepsilon_y + (2\frac{f_{fm}}{E_f} - \mu\varepsilon_{fb})\varepsilon_{fb} - (2\frac{f_{fm}}{E_f} - \varepsilon_{fy})\varepsilon_{fy}}{2\frac{f_{fm}}{E_f} + 2\frac{f_{fm}}{E_f} - 2[\frac{f_{fm}}{E_f}(1+\eta) + n\rho\varepsilon_y]}$$

由(19)式得:

$$\begin{aligned} M_y = & -\frac{bf_{fm}^3}{6E_f^2\phi_y^2} + \frac{bf_f^2}{E_f^2\phi}(\frac{1}{3}f_f - \frac{1}{2}f_{fm}) + \frac{1}{2}bh_0^2[f_{fm}\zeta_y^2 + f_{fm}(1+\eta-\zeta)^2] \\ & + f_yA_s h_0(1-\zeta_y) \end{aligned} \quad (21b)$$

2.4 破坏阶段($\phi_y < \phi < \phi_u$)

纵向受拉钢筋达到屈服强度后,纵筋应变迅速增加,梁截面裂缝宽度也随之增大,钢纤维从混凝土中逐渐拔出,截面应力分布见图4所示。同理,根据几何关系和平衡条件有:

$$\int_0^{h_x} b E_{fc} \phi y dy + b(\zeta h_0 - h_x) f_{fm} - \int_0^{h_y} b E_{fs} \phi y dy - b(h_x - h_y) f_{sm} - f_y A_s = 0 \quad (22)$$

$$M = \int_0^{h_x} b E_{fc} \phi y^2 dy + b(\zeta h_0 - h_x) f_{fm} (h_x + \frac{\zeta h_0 - h_x}{2}) + b(h_x - h_y) f_{sm} (h_y + \frac{h_x - h_y}{2}) + f_y A_s h_0 (1 - \zeta) \quad (23)$$

$$\phi = \frac{\varepsilon_{fb}}{\zeta h_0} = \frac{\varepsilon_{fs}}{h_x} = \frac{\varepsilon_{fy}}{h_y} = \frac{\varepsilon_{fu}}{h_x} \quad (24)$$

由 (22) 式得:

$$\zeta = \frac{2\rho f_y}{\frac{\mu^2 \varepsilon_{fs}^2 - \varepsilon_{fy}^2}{\varepsilon_{fb}} + 2 \frac{f_{fm}}{E_{fs}} (\frac{\varepsilon_{fb} - \varepsilon_{fs}}{\varepsilon_{fb}}) - 2 \frac{f_{sm}}{E_{fs}} (\frac{\varepsilon_{fu} - \varepsilon_{fy}}{\varepsilon_{fb}})} \cdot \frac{1}{E_{fs}} \quad (25a)$$

由 (23) 式得:

$$M = -\frac{b f_{fm}^3}{6 E_{fs}^2 \phi^2} + \frac{b f_{fs}^2}{6 E_{fs}^2 \phi^2} (2 f_{fs} - 3 f_{sm}) + \frac{1}{2} b \zeta^2 h_0^2 f_{fm} + \frac{1}{2} b f_{sm} \frac{\varepsilon_{fu}^2}{\phi^2} + f_y A_s h_0 (1 - \zeta) \quad (25b)$$

当梁受压边缘应变 ε_{fb} 达到钢纤维混凝土最大压应变 ε_{fu} 时, 钢纤维钢筋混凝土梁破坏, 把 $\varepsilon_{fb} = \varepsilon_{fu}$ 代入 (25a)、(25b) 式得到梁破坏时的最大曲率 ϕ_u 和对应的弯矩 M_u 。

利用本文推导的公式计算钢纤维钢筋混凝土梁截面的弯矩曲率关系见图 5 所示。由图可见, 当截面尺寸、基体混凝土标号相同时, 纵筋配筋率及钢纤维含量特征参数对弯矩曲率曲线的形状有较大影响。

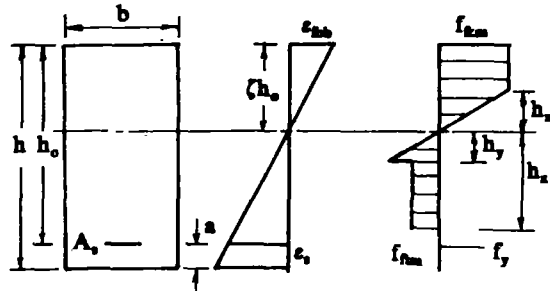


图 4

3 截面延性系数

构件截面的延性是指截面在承载能力没有显著下降的情况下承受变形的能力, 通常用截面延性系数 β 来度量: β 是截面最大曲率 ϕ_u 与截面屈服曲率 ϕ_y 之比, 即:

$$\beta = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (26)$$

把本文推导的公式 (16)、(17)、(20)、(21) 以及 (24)、(25) 视具体情况分别代入 (26) 式计算钢纤维钢筋混凝土梁的截面延性系数见图 6, 由图可见, 延性系数随纤维含量特征参数 V_{fd} 的增大而提高。

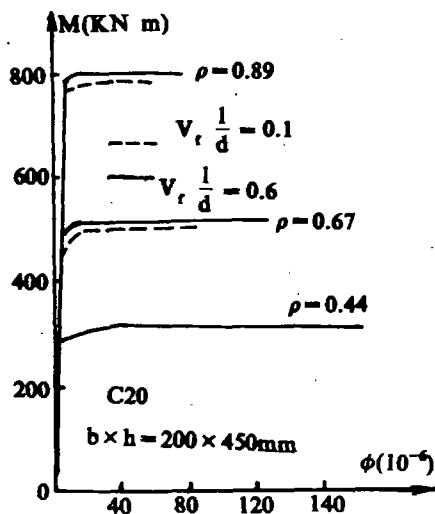


图 5

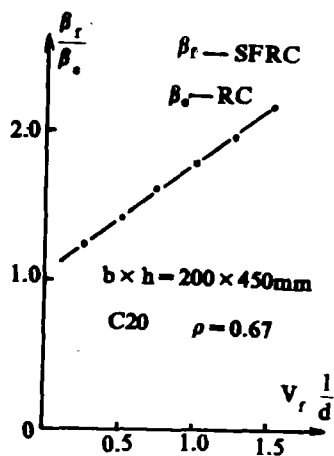


图 6

参 考 文 献

- (1) 高丹盈、黄承逵. 钢纤维钢筋混凝土矩形截面构件截面延性系数的简化计算, 建筑结构, 1990 年第 4 期.
- (2) 高丹盈. 钢纤维混凝土及其配筋构件力学性能研究, 大连理工大学博士学位论文, 1989 年 5 月.
- (3) 高丹盈. 钢纤维混凝土轴压应力应变全曲线的研究, 水利学报, 1991 年 10 期.
- (4) 高丹盈. 钢纤维混凝土拉伸应力应变关系的试验研究, 水力发电, 1991 年 11 期.
- (5) T.Y.Lim, P.Paramasivam, and S.L.Lee: Bending Behavior of Steel Fiber Concrete Beams, A CI Structural Journal November-December 1987.

The Simplified Calculation of Curvature Ductility of SFRC Beams

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: Based on the simplified stress strain relation of SFC, this paper discusses the relation between the moment and curvature of SFRC beams, and steel content characteristic parameters effect upon beams curvature ductility.

Keywords: steel fibre reinforced concrete (SFRC), ductility, moment and curvature