

# 钢—砼组合梁的截面性能分析\*

聂建国

袁彦声

(郑州工学院土建系) (山西省电力设计院)

**摘 要:** 本文用数值迭代法对钢—砼组合梁截面的弯矩—曲率关系和极限弯矩进行了计算分析。从理论上校核了用来确定组合梁极限抗弯强度的简化塑性理论。计算结果和分析表明,数值迭代法是计算组合梁截面曲率的有效方法。在已知滑移应变的情况下,数值迭代和数值积分计算可以较精确地估算不完全剪力连接钢—砼组合梁的挠度。

**关键词:** 组合梁, 横截面, 弯矩—曲率, 挠度, 数值迭代法。

**中图分类号:** TU37

在过去的半个世纪里,众多的学者对钢—砼组合梁进行了试验研究,并在试验研究的基础上建立了计算组合梁极限抗弯强度的简化塑性理论<sup>[1, 2, 3]</sup>。众所周知,如果不考虑钢—砼组合梁交接面滑移的影响,换算截面理论已被广泛应用于估算组合梁在使用阶段的挠度。文献[4]虽然从理论上分析了滑移对挠度的影响,但计算公式复杂,不便实际应用。试验表明,在钢梁和砼翼缘的交接面上总是存在着相对滑移,尤其是在不完全剪力连接的情况下滑移问题更为突出,为了更精确地估算考虑滑移影响的截面曲率和组合梁的挠度,笔者将用数值迭代方法来计算分析组合梁的截面性能。

## 1 理论分析和计算

大量试验研究表明,组合梁在弯曲前的平截面在弯曲后仍然保持为平截面。尽管交接面上有相对滑移应变的存在,但在交接面以上和交接面以下平均应变沿截面高度仍然呈线性分布。

### 1.1 几点假设

对于给定的截面,为了用数值计算得到其弯矩—曲率曲线,特采用以下几点假定:

- ① 应变沿钢梁和砼翼缘高度分别呈线性分布,并相互平行;
- ② 砼压区的应力—应变关系符合 Hognestad 曲线<sup>[5]</sup>:

$$\sigma_c = \sigma_o [2\varepsilon / \varepsilon_o - (\varepsilon / \varepsilon_o)^2] \quad (\varepsilon \leq \varepsilon_o) \quad (1a)$$

\* 收稿日期: 1992-06-21

$$\sigma_c = \sigma_o \left[ 1 - 0.15 \frac{\varepsilon - \varepsilon_o}{\varepsilon_u - \varepsilon_o} \right] \quad (\varepsilon > \varepsilon_o) \quad (1b)$$

式中:  $\sigma_c$  = 砼压应力,  $\varepsilon$  = 砼压应变,  $\varepsilon_o = 0.002$ ,  $\varepsilon_u = 0.0033$ ,  $\sigma_o = 0.85f_c$ .

③ 钢梁的应力—应变关系为:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon \quad (\varepsilon \leq \varepsilon_y) \quad (2a)$$

$$\sigma_s = f_y \quad (\varepsilon > \varepsilon_y) \quad (2b)$$

式中:  $\sigma_s$  = 钢梁应力,  $E_s = 2.0 \times 10^5 \text{ Mpa}$ ,  $f_y$  = 钢梁屈服强度,  $\varepsilon_y = f_y / E_s$ .

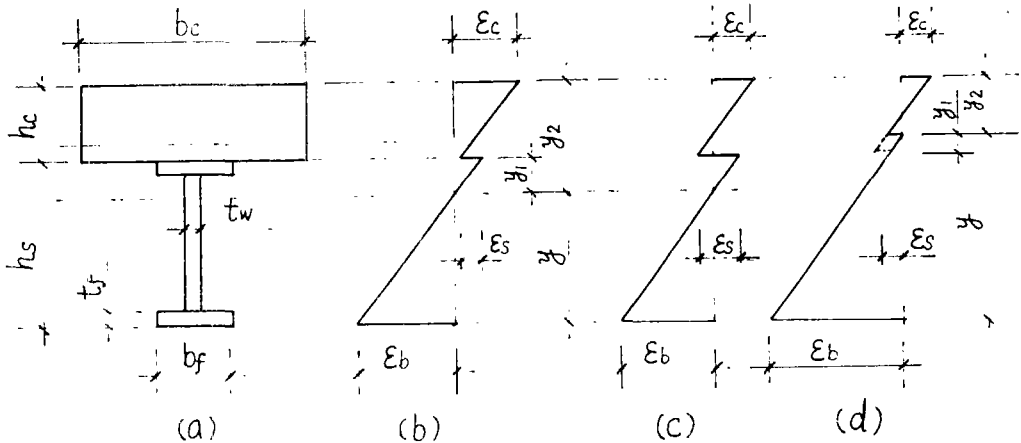


图 1 典型的截面和应变分布

被分析的典型钢—砼组合梁截面如图 1 所示, 其中  $\varepsilon_s$  表示交接面的相对滑移应变。如果已知钢梁底部边缘的拉应变和截面曲率, 截面的抗力矩便可通过以下积分而得到:

$$M = \int_{A_{s1}} y \sigma_s dA + \int_{A_{s2}} y \sigma_s dA + \int_{A_c} y \sigma_c dA \quad (3)$$

式中  $y$  = 所考虑微面积  $dA$  到组合截面中和轴的距离,  $A_{s1}$  = 钢梁受拉部分面积,

积,  $A_{s2}$  = 钢梁截面受压部分面积,  $A_c$  = 砼受压区面积。设  $M_1 = \int_{A_{s1}} y \sigma_s dA$ ,  $M_2$

$$= \int_{A_{s2}} y \sigma_s dA, \quad M_3 = \int_{A_c} y \sigma_c dA,$$

则(3)式就变为:

$$M = M_1 + M_2 + M_3 \quad (4)$$

图 1 列出了应变分布的几种情况。

## 1.2 情况 I, 中和轴位于钢梁内(图 1b)

### 1.2.1 $\varepsilon_b < \varepsilon_y$

①  $y_1 \Phi - \varepsilon_s > 0$  (图 1b)

$$M_1 = b \int_0^{\varepsilon_b} E_s \varepsilon_b y + t_w E_s \Phi y^3 / 3 \quad (5)$$

$$M_2 = E_s \Phi y_1^2 (t_w y_1 / 3 + b_f f_f) \quad (6)$$

(i)  $\Phi y_2 - \varepsilon_s \leq \varepsilon_o$

$$M_3 = \sigma_o b_c \{ 2\Phi(y_2^3 - y_1^3) / 3 - \varepsilon_s(y_2^2 - y_1^2) - [\Phi^2(y_2^4 - y_1^4) / 4 - 2\Phi\varepsilon_s(y_2^3 - y_1^3) / 3 + \varepsilon_s^2(y_2^2 - y_1^2) / 2\varepsilon_o] \} / \varepsilon_o \quad (7)$$

(ii)  $\Phi y_2 - \varepsilon_s > \varepsilon_o$

$$M_3 = \sigma_o b_c \{ 2\Phi(y_0^3 - y_1^3) / 3 - \varepsilon_s(y_0^2 - y_1^2) - [\Phi^2(y_0^4 - y_1^4) / 4 - 2\Phi\varepsilon_s(y_0^3 - y_1^3) / 3 + \varepsilon_s^2(y_0^2 - y_1^2) / 2] / \varepsilon_o + \varepsilon_o(y_2^2 - y_0^2) / 2 - 0.15\varepsilon_o[\Phi(y_2^3 - y_0^3) / 3 - (\varepsilon_s + \varepsilon_o)(y_2^2 - y_0^2) / 2] / (\varepsilon_w - \varepsilon_o) \} / \varepsilon_o \quad (8)$$

式中  $b_c$  = 砼翼缘的有效宽度,  $y_0 = (\varepsilon_s + \varepsilon_o) / \Phi$ , 其余符号意义如图 1 所示.

②  $y_1 \Phi - \varepsilon_o < 0$  (图 1c)

用  $\varepsilon_s / \Phi$  代替 (5) 式、(6) 式、(7) 式和 (8) 式中的  $y_1$ , 就可以得到  $(y_1 \Phi - \varepsilon_o) < 0$  情况下的  $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  的表达式.

1.2.2  $\varepsilon_b > \varepsilon_y$

$$M_1 = b_f f_f f_y y + t_w f_y (y^2 - y_2^2) / 2 + t_w y_y^2 f_y / 3 \quad (9)$$

$$M_2 = E_s \Phi y_1 (t_w y_1 / 3 + b_f f_f) \quad (10)$$

式中  $y_y = f_y / (E_s \Phi)$ ,  $M_3$  同 (8) 式或 (9) 式.

1.3 情况 II: 中和轴位于砼翼缘中 (图 1c)

1.3.1  $\varepsilon_b \leq \varepsilon_y$

$$M_1 = b_f f_f E_s (\varepsilon_b y + \Phi y_1^2) + E_s t_w \Phi (y^3 - y_1^3) / 3 \quad (11)$$

$$M_2 = 0 \quad (12)$$

用  $\varepsilon_s / \Phi$  代替  $y_1$ ,  $M_3$  的表达式同 (7) 式或 (8) 式.

1.3.2  $\varepsilon_b > \varepsilon_y$

$$M_1 = b_f f_f (y f_y + y_1^2 \Phi E_s) + t_w f_y (y^2 - y_y^2) + \Phi t_w (y_y^3 - y_1^3) E_s / 3 \quad (13)$$

$$M_2 = 0$$

同样, 用  $\varepsilon_s / \Phi$  代替  $y_1$ ,  $M_3$  的表达式同 (7) 式或 (8) 式.

值得指出的是, 在确定弯矩  $M$  之前, 截面水平方向的平衡条件必须满足下式:

$$F_c = F_t \quad (14)$$

式中  $F_c$  = 压应力的合力,  $F_t$  = 拉应力合力. 如果公式 (14) 不能得到满足, 就要重新假设值. 用数值迭代法计算组合梁截面的弯矩曲率关系可以按以下步骤进行:

① 设钢梁底部的拉应变值  $\varepsilon_b$  和相对滑移应变值  $\varepsilon_s$ , 如果  $\varepsilon_s$  未知, 可以设  $\varepsilon_s$  与  $\varepsilon_b$  为某一关系, 然后给  $\Phi$  一初始值;

② 计算  $F_t$  和  $F_c$ ;

③ 校核  $F_t = F_c$ . 如果  $F_t \neq F_c$ , 重设  $\Phi$  值, 并重复第一步和第二步, 直至  $F_t = F_c$ .

④根据给定的公式计算截面的  $M$ ;

⑤分别给  $\varepsilon_b$  和  $\Phi$  各一增量, 重复第一到第四步便可得到  $M-\Phi$  全曲线。

根据前述假设和以上计算步骤, 编制了相应的计算机程序, 对一批试验梁进行了计算, 试验梁尺寸是:  $h_s=200\text{mm}$ ,  $h_c=100\text{mm}$ ,  $b_f=160\text{mm}$ ,  $t_f=10\text{mm}$ ,  $t_w=7\text{mm}$ 。由数值迭代计算得到的  $M-\Phi$  曲线如图 2 所示, 其中实线表示滑移应变为零时的  $M-\Phi$  曲线, 虚线表示  $\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_b}{30}$  时的  $M-\Phi$  曲线, 点划线则表示试验的  $M-\Phi$  曲线。

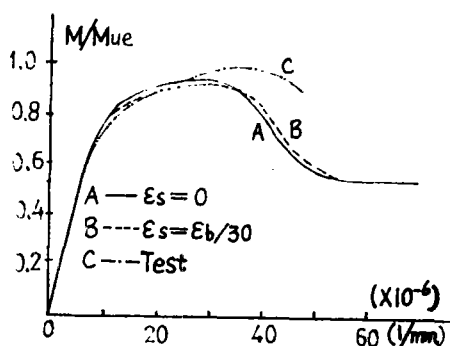


图 2 弯矩-曲率曲线

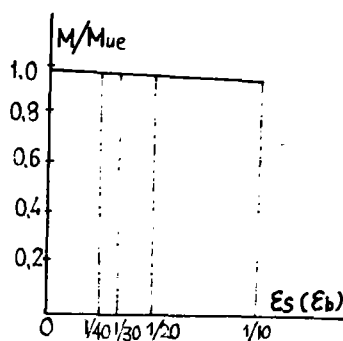


图 3 滑移对  $M_u$  的影响

## 2 分析讨论

计算结果表明, 尽管在交接面上存在滑移应变, 但在钢梁底部达到屈服之前,  $M-\Phi$  曲线始终保持着线性关系, 在钢梁底部开始屈服以后, 曲率发展速率开始增大, 然后平缓地发展直至极限弯矩  $M_u$  到达之后,  $M-\Phi$  曲线开始下降直至砼压坏而水平发展, 此时  $M = M_{ue}$ ,  $M_{ue}$  为钢梁的塑性弯矩。比较曲线 A 和 B, 可以发现, 比较小的相对滑移对于截面曲率无显著影响, 这就证明, 在使用荷载作用下, 用弹性换算截面理论能够较精确地估算完全剪力连接组合梁的挠度。曲线 A 和 B 在相同弯矩作用下, 曲率差最大值为 11%。总的说来, 在给定弯矩作用下, 曲线 B 的曲率大于曲线 A 的曲率。试验表明, 在  $M < 0.4M_u$  时, 量测的曲率与计算结果相吻合, 当  $M > 0.4M_u$  时, 量测的曲率大于计算值, 这是由于实际的相对滑移应变大于假设值以及  $\varepsilon_s$  和  $\varepsilon_k$  的关系与假设的不符。由于在达到极限弯矩之前, 钢梁截面部分进入应变硬化阶段, 试验极限弯矩  $M_{ue}$  大于计算值。

对于完全剪力连接的组合梁, 如果不考虑滑移的影响, 可以用换算截面方法来估算挠度, 如果需要考虑滑移的影响, 则可以通过数值积分来进行估算:

$$f = \sum_{i=1}^n \Phi(x_i) m(x_i) \Delta x_i \quad (16)$$

式中:  $f$  = 给定点的挠度,  $\Phi(x_i)$  = 给定点作用单位荷载时在点  $x_i$  引起的曲率,  $\Delta x_i = L/n$ ,  $L$  = 跨度,  $\varepsilon_s$  的取值直接影响曲率的精度, 如何精确地估算滑移应变仍有待进一步研究。不过有一点是值得肯定的, 数值计算法是估算不完全剪力连接组合梁挠度的一种有效方法, 并且可以考虑相对滑移的影响。

如所周知, 简化塑性理论已被广泛应用于计算钢-砼组合梁的极限抗弯强度。早期研究表明, 对于完全剪力连接组合梁, 简化塑性理论能较精确地估算极限抗弯强度。为了进行比较, 通过数值迭代法计算 6 根试验梁的极限抗弯强度和按照简化塑性理论计算的极限抗弯强度以及试验极限抗弯强度均列于表 1, 显然, 数值迭代计算得到的极限弯矩与简化塑性理论计算值吻合较好, 这就从理论上证实了简化塑性理论的正确性。从表 1 还可以看出,  $M_{uc}$  高于理论计算值, 这就意味着数值迭代法和简化塑性理论的计算结果都是偏于安全的。

表 1 计算极限弯矩和试验极限弯矩的比较

梁编号	数值计算 $M_u$	简化塑理 $M_{up}$	试验 $M_{uc}$	$M_u / M_{up}$	$M_u / M_{uc}$
$A_1$	231.4	238.0	261.3	0.97	0.88
$A_2$	240.8	245.6	255.9	0.98	0.94
$A_3$	237.6	242.8	259.1	0.98	0.92
$A_4$	233.1	239.7	260.7	0.97	0.89
$B_3$	231.0	238.0	247.6	0.97	0.94
$C_4$	231.2	239.7	234.9	0.96	0.98

\*: 表中  $M$  的单位均为  $KN \cdot m$ 。

滑移对组合梁极限强度的影响如图 3 所示, 结果表明相对滑移对极限抗弯强度的影响甚小, 可以忽略不计, 这与现有的结论是相符的。

### 3 结束语

数值迭代法可以用来合理地估算组合梁横截面的曲率和极限弯矩, 并可考虑相对滑移的影响。计算结果从理论上证实了计算组合梁极限弯矩强度的简化塑性理论的正确性。根据计算分析, 相对滑移对组合梁的极限弯矩强度影响甚微。如果已知滑移应变, 数值计算法可以用来较精确地估算不完全剪力连接组合梁的截面曲率和挠度。

### 参 考 文 献

- (1) Roger G. Slutter and George C. Driscoll. Flexural strength of steel-concrete composite beams. J. S. D. of ASCE, April, 1965.
- (2) R. P. Johnson. Research on steel-concrete composite beams, Structural Engineers. March, 1970.
- (3) V. M. Reddy and A. W. Hendry. Ultimate strength of a composite beam allowing for strain hardening. Indian concrete Journal, September, 1976.
- (4) N. M. Newmark, C. P. Siess, I. M. viest. Test, and Analysis of composite beams with incomposite interaction. Experimental Stree Analysis, Vol. 9, No.1, 1959.

- (5) E. Hognestad. et al. Concrete stress distribution in ultimate strength design. Journal of ACI, Dec. 1955.
- (6) Wang Juhou, Nie Jianguo. Research on a new type of simply supported steel-concrete composite beams in China. Proceedings of International conference on Highrise Buildings. Nanjing, China, 1988.

## Behavior of Cross Section in Composite Steel-concrete Beams

Nie Jianguo

Yuan Yansheng

(Zhengzhou Inst. of Tech.) (Electric Power Design Inst. of Shanxi province)

**Abstract:** An approach of trial and error to calculate the resistant moment and curvature of cross Section in composite steel-concrete beams is proposed. The suggested method verifies the simple plastic theory used in determining the ultimate flexural strength of composite steel-concrete beams theoretically. It is believed that, the approach of trial and error is a useful means in predicting the curvature, and numerical integration can be reasonably used in estimating the deflection in composite beams with incomplete shear connection, provided the slip strain is known.

**Keywords:** composite beams, cross section, moment-curvature, deflection, numerical approach of trial and error.