

电力系统暂态稳定的简化 突变论模型*

孙祥林

(郑州工学院计算机与自动化系)

摘 要: 根据Thom提出的突变理论, 将研究等值双机系统暂态稳定用的数学模型转换成相应的突变论模型。从而不必进行费时的非线性微分方程组的数值解, 就可快速算出在经历大干扰后的电力系统能否保持暂态稳定。

关键词: 电力系统, 暂态稳定, 突变论模型。

中图分类号: TM712

应用突变理论研究电力系统的暂态稳定, 目前尚处于起步阶段。本文讨论的是简化的突变论模型。将一个多机电力系统按照大干扰后发电机的初加速度, 把发电机分成二组, 分别用等值临界发电机和等值非临界发电机表示每一组。推导出这二台等值发电机电势间相对电气角与故障时网络参数、故障后网络参数之间的关系式。通过泰勒级数展开、线性变换, 将上述关系式转换成标准的突变形式之一——燕尾突变。

在 (t_1, t_2, t_3) 三维参数空间中, 根据计算点与燕尾突变分叉集的位置关系, 可以判明故障切除后电力系统能否保持暂态稳定。

应用突变理论研究电力系统暂态稳定的特点是: 在整个求解过程中, 不必进行高阶非线性微分方程组的数值求解, 使计算机的运算时间明显地缩短。有可能为电力系统的调度管理中实现计算机在线实时安全监督提供计算方法。对具体的电力系统, 可以建立专用的突变论模型, 当确定运行方式后, 利用突变论模型快速求解的优点, 用扫描找出危及安全运行的潜在故障形式。

1 双机系统暂态稳定的数学模型

具有 n 台发电机的电力系统中第 i 台发电机的转子运动用如下非线性微分方程表示

$$M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = p_{oi} - \sum_{j=1}^n E_i E_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (1 \leq i \leq n) \quad (1)$$

* 收稿日期: 1992-11-28

式中 M_i —第 i 台发电机转子惯性常数; p_{oi} —第 i 台发电机输入机械功率; E_i, E_j —分别为第 i 台和第 j 台发电机电势; δ_{ij} — E_i 和 E_j 间夹角; g_{ij} — E_i 和 E_j 间电导; b_{ij} — E_i 和 E_j 间电纳。

电力系统中出现故障时, 按照各台发电机获得初始加速度的大小将全部发电机划分成二个大组。第一组发电机($1 < j < n_c$)或由于与故障点之间的电气距离较短; 或由于发电机组转动部分的惯性常数较小, 因此当电力系统出现故障后在不平衡的机械功率和电气功率作用下, 这些发电机获得较其它发电机有明显区别的转子加速度。称这组发电机为临界发电机组, 用 C 表示。用一台等值临界发电机表示 C 组。等值临界发电机的惯性常数为:

$$M_c = \sum_{i \in C} M_i \quad (2)$$

其转子角为:

$$\delta_c = \frac{1}{m_c} \sum_{i \in C} M_i \delta_i \quad (3)$$

第 i 台发电机($1 \leq i \leq n$)与等值临界发电机的电势间夹角为:

$$\eta_i = \delta_i - \delta_c \quad (4)$$

电力系统中除 C 组发电机外其余发电机($n_c+1 < i < n$)组成被称为非临界发电机组的第二组, 用 N 表示。同样, 用一台等值非临界发电机表示 N 组。电力系统长期运行经验表明: 一般系统故障只导致为数机少的发电机获得明显的加速度, 大部分发电机只受到轻微的扰动, 所以 N 中拥有大部分机组。可以近似认为等值非临界发电机的转子按同步速度旋转。等值非临界发电机的转子惯性常数为:

$$M_n = \sum_{i \in N} M_i \quad (5)$$

其转子角为:
$$\delta_n = \frac{1}{M_n} \sum_{i \in N} M_i \delta_i \quad (6)$$

第 i 台发电机($1 \leq i \leq n$)与等值非临界发电机的电势间夹角为:

$$\theta_i = \delta_i - \delta_n \quad (7)$$

等值临界发电机与等值非临界发电机的转子间 (或电势间) 夹角为:

$$\varphi = \delta_c - \delta_n \quad (8)$$

电力系统作为上述等值双机系统处理时, 经推导其等值临界发电机的转运动方程式为:

$$M_c \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = P - T \sin(\varphi - \alpha) \quad (9)$$

式中:

$$P = \sum_{i \in C} p_{mi} - \frac{M_c}{M_n} \sum_{i \in N} p_{mi} - \sum_{i \in C} E_i^2 g_{ii} + \frac{M_c}{M_n} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} E_i E_j [g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \quad (10)$$

$$T = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (11)$$

$$\alpha = t_g^{-1} \frac{a}{b} \quad (12)$$

而式(11)、式(12)中:

$$a = \frac{M_c}{M_n} \sum_{i \in C} \sum_{j \in N} E_i E_j [g_{ij} \cos(\theta_i - \eta_j) + b_{ij} \sin(\theta_i - \eta_j)] + \sum_{i \in C} \sum_{j \in NC+N, i \neq j} E_i E_j [g_{ij} \sin(\theta_i - \eta_j) + b_{ij} \cos(\theta_i - \eta_j)] \quad (13)$$

$$b = \sum_{i \in C} \sum_{j \in NC+N, i \neq j} E_i E_j [g_{ij} \sin(\theta_i - \eta_j) - b_{ij} \cos(\theta_i - \eta_j)] - \frac{M_c}{M_n} \sum_{i \in C} \sum_{j \in N} E_i E_j [g_{ij} \sin(\theta_i - \eta_j) - b_{ij} \cos(\theta_i - \eta_j)] \quad (14)$$

2 突变论模型的分类

可按照突变论创立者法国数学家 Thom 提出的分类定理对突变论模型进行分类。光滑函数 $f: R^n \rightarrow R$ 的一个 r 参数族, 对于任何有限的 n , 全部 $r \leq 5$ 在结构上是典型地稳定的, 而且等价于下列形式之一:

在非驻点附近, u_i :

在常态驻点 (或 Morse 点) 附近, $u_1^2 + \dots + u_i^2 - u_{i-1}^2 - \dots - u_n^2$, ($0 \leq i \leq n$). 但上列两种形式不是突变形式, 因为它们与参数 t_j ($1 \leq j \leq r$) 的变化无关. 而在退化驻点附近的标准形式称为突变. 这些特变的名称和按照 Arnol'd 的系统分类符(括号中)列出如下:

2.1 类尖点突变

$$\textcircled{1} \text{ 折叠突变}(A_2) \quad u_1^3 + t_1 u_1 + (M) \quad (15)$$

$$\textcircled{2} \text{ 尖点突变}(A_3) \quad \pm(u_1^4 + t_2 u_1^2 + t_1 u_1) + (M) \quad (16)$$

$$\textcircled{3} \text{ 燕尾突变}(A_4) \quad u_1^5 + t_3 u_1^3 + t_2 u_1^2 + t_1 u_1 + (M) \quad (17)$$

$$\textcircled{4} \text{ 蝴蝶突变}(A_5) \quad \pm(u_1^6 + t_4 u_1^4 + t_3 u_1^2 + t_1 u_1) + (M) \quad (18)$$

$$\textcircled{5} \text{ 棚屋突变}(A_6) \quad u_1^7 + t_5 u_1^5 + t_4 u_1^4 + t_3 u_1^3 + t_2 u_1^2 + t_1 u_1 + (M) \quad (19)$$

2.2 脐点突变

$$\textcircled{1} \text{ 椭圆脐点突变}(D_4^-)$$

$$u_1^2 u_2 - u_2^3 + t_3 u_1^2 + t_2 u_2 + t_1 u_1 + (N) \quad (20)$$

$$\textcircled{2} \text{ 双曲脐点突变}(D_4^+)$$

$$u_1^2 u_2 + u_2^3 + t_3 u_1^2 + t_2 u_2 + t_1 u_1 + (N) \quad (21)$$

$$\textcircled{3} \text{ 抛物脐点突变}(D_5)$$

$$\pm(u_1^2 u_2 + u_2^4 + t_4 u_2^2 + t_3 u_1^2 + t_2 u_2 + t_1 u_1) + (N) \quad (22)$$

④次椭圆脐点突变(D_6^-)

$$u_1^2 u_2 - u_2^5 + t_5 u_2^3 + t_4 u_2^2 + t_3 u_1^2 + t_2 u_2 + t_1 u_1 + (N) \quad (23)$$

⑤次双曲脐点突变(D_6^+)

$$u_1^2 u_2 + u_2^5 + t_5 u_2^3 + t_4 u_2^2 + t_3 u_1^2 + t_2 u_2 + t_1 u_1 + (N) \quad (24)$$

⑥符号脐点突变(E_6)

$$\pm (u_1^3 + u_2^4 + t_5 u_1 u_2^2 + t_4 u_2^2 + t_3 u_1 u_2 + t_2 u_2 + t_1 u_1) + (N) \quad (25)$$

在式(15)~式(25)中 $(u_1, \dots, u_n) \in R^n$, $(t_1, \dots, t_r) \in R^r$, 符号 (M) 表示一种 Morse 函数, 其形式为:

$$u_2^2 + \dots + u_i^2 - u_{i+1}^2 - \dots - u_n^2 \quad 2 \leq i \leq m \quad (26)$$

符号 (N) 表示另一种 Morse 函数, 其形式为:

$$u_3^2 + \dots + u_i^2 - u_{i+1}^2 - \dots - u_n^2 \quad 3 \leq i \leq m \quad (27)$$

应用突变理论研究电力系统暂态稳定问题时, 应把电力系统的数学模型转换成上列标准形式之一, 以形成研究电力系统暂态稳定的突变论模型

3 简化的突变论模型

将由等值临界发电机和等值非临界发电机组成的简化双机系统转换成突变论模型。正常运行条件下两等值发电机电势间夹角不变。由式(9), 将 $\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = 0$ 代入得:

$$P - T \sin(\varphi - \alpha) = 0 \quad (28)$$

解式(28)得稳定运行时两等值发电机电势间夹角

$$\varphi_s = \sin^{-1} \frac{P}{T} + \alpha \quad (29)$$

φ_s 是稳定的夹角。由此可得稳定运行时两等值发电机电势间的不稳定夹角, φ_u 近似为:

$$\varphi_u \approx \pi - \varphi_s \quad (30)$$

根据所研究的故障条件, 能得到故障时电力网络的导纳矩阵, 应用式(10)~式(14)可以算出故障时 P_f 、 T_f 和 α_f ; 再根据故障切除后条件, 能得到故障切除后电力网络的导纳矩阵, 同样可算出故障切除后的 P_p 、 T_p 和 α_p 。

以故障发生瞬间作为计时起点, 故障期间等值临界发电机转子累积的动能为:

$$\int_0^{t_c} M_c \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \cdot \frac{d\varphi}{dt} dt = \int_0^{t_c} [P_f - T_f \sin(\varphi - \alpha_f)] \frac{d\varphi}{dt} dt \quad (31)$$

式中 t_c —— 故障切除时间。在 $t = 0$ 时, 两等值发电机电势间夹角为 φ_s ; $t = t_c$

时, 电势间夹角为 φ_c , 把式 (31) 中积分变量改为 φ , 得下式:

$$\int_{\varphi_s}^{\varphi_c} M_c \frac{d^2 \varphi}{dt^2} d\varphi = \int_{\varphi_s}^{\varphi_c} [P_f - T_f \sin(\varphi - \alpha_f)] d\varphi \quad (32)$$

或表示为:

$$\frac{1}{2} M_c \left(\frac{d\varphi_c}{dt} \right)^2 = P_f (\varphi_c - \varphi_s) + T_f [\cos(\varphi_c - \alpha_f) - \cos(\varphi_s - \alpha_f)] \quad (33)$$

故障切除后电力系统能吸收等值临界发电机多余动能的能力为:

$$\int_{\varphi_c}^{\varphi_u} M_c \frac{d^2 \varphi}{dt^2} d\varphi = \int_{\varphi_c}^{\varphi_u} [P_p - T_p \sin(\varphi - \alpha_p)] d\varphi \quad (34)$$

或表示为:

$$-\frac{1}{2} M_c \left(\frac{d\varphi_c}{dt} \right)^2 = P_p (\varphi_u - \varphi_c) + T_p [\cos(\varphi_u - \alpha_p) - \cos(\varphi_c - \alpha_p)] \quad (35)$$

式(33)加式(35)得:

$$(P_f - P_p) \varphi_c + T_f \cos(\varphi_c - \alpha_f) - T_p \cos(\varphi_c - \alpha_p) + k = 0 \quad (36)$$

$$\text{式中 } k = T_p \cos(\varphi_u - \alpha_p) - T_f \cos(\varphi_s - \alpha_f) P_p \varphi_u - P_f \varphi_s \quad (37)$$

式 (36) 中的 φ_c 是等值临界发电极限切除角。式 (36) 表明 φ_c 是如何受故障时电力系统的网络情况及故障后电力系统的网络情况影响。将式 (36) 中的余弦函数用泰勒级数展开, 整理后得:

$$\varphi_c^4 + 4a_1 \varphi_c^3 + 6a_2 \varphi_c^2 + 4a_3 \varphi_c + a_4 = 0 \quad (38)$$

$$\text{式中 } a_1 = \frac{\alpha_p T_p - \alpha_f T_f}{T_f - T_p} \quad (39)$$

$$a_2 = \frac{\alpha_f^2 T_f - \alpha_p^2 T_p + 2(T_p - T_f)}{T_f - T_p} \quad (40)$$

$$a_3 = \frac{6(P_f - P_p + \alpha_f T_f - \alpha_p T_p) - \alpha_f^3 T_f + \alpha_p^3 T_p}{T_f - T_p} \quad (41)$$

$$a_4 = \frac{\alpha_f^4 T_f - \alpha_p^4 T_p}{T_f - T_p} + 12 \frac{\alpha_p^2 T_p - \alpha_f^2 T_f}{T_f - T_p} + 24 \frac{k}{T_f - T_p} + 24 \quad (42)$$

令 $\varphi_c = x - a_1$, 得:

$$x^4 + t_1 x^2 + t_2 x + t_3 = 0 \quad (43)$$

$$\text{式中 } t_1 = 6(a_2 - a_1) \quad (44)$$

$$t_2 = 4(2a_1^2 - 3a_1 a_2 + a_3) \quad (45)$$

$$t_3 = 3a_1^4 + 6a_1^2 a_2 - 4a_1 a_3 + a_4 \quad (46)$$

式(43)是标准突变形式之一——燕尾突变的突变流形, 按突变理论燕尾突变的分叉集如图 1

所示。

当电力系统故障时网络参数和故障切除后网络参数都已知时式(43)中的 t_1 、 t_2 和 t_3 即可求出, 在 (t_1, t_2, t_3) 三维参数空间中确定一个点。分叉集将 (t_1, t_2, t_3) 三维空间划分成三个子空间。在子空间 I 中无平衡位置; 子空间 II 中有一个稳定的平衡位置及一个不稳定的平衡位置; 子空间 III 中有二个稳定的平衡位置及二个不稳定的平衡位置。由式(44)、式(45)和式(46)算出的点位于哪个子空间中即可判断电力系统受大干扰后等值临界发电机的转子角在摇摆后能否达到稳定的平衡位置。

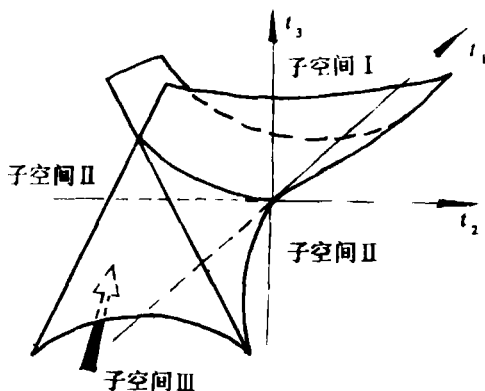


图 1 (t_1, t_2, t_3) 三维参数空间中燕尾突变分叉集

4 结论

由等值双机系统得到的研究暂态稳定的简化突变论模型—燕尾突变模型, 在近似计算中得到令人满意的结果。对于典型的三机系统和七机系统, 对照经典的微分方程数值解法, 获得极一致的结论。

要建立实际电力系统的研究暂态稳定的突变论模型还有许多问题有待深入研究找出解决的办法。

由于应用突变论的燕尾突变模型, 只需计算 t_1 、 t_2 和 t_3 三个参量, 因此计算速度极快, 所以本课题的深入研究具有极大的吸引力。

参 考 文 献

- (1) P.M.Anderson, A.A,Fouad, POWER SYSTEM CONTROL AND STABILITY, Volume I, The Iowa State University Press, 1977.
- (2) T.Poston, I.Stewart, CATASTROPHE THEORY AND ITS APPLICATIONS, Pitman Publishing Limited, London, 1978.
- (3) A. M. Mihirig, M. D. Wvong, TRANSIENT STABILITY ANALYSIS OF MULTIMACHINE POWER SYSTEMS BY CATASTROPHE THEORY, IEE Proceedings, 136, Part C, July 1989.

(下转 29 页)

设计出更加完善的控制电路, 编制出功能更强的软件系统。

参 考 文 献

- (1) 周明德. 微型计算机硬件、软件及其应用. 清华大学. 1983年.
- (2) 刘维奇. 实时控制软件抗干扰编程.
- (3) 钎濂博(日). 计算机系统的高可靠性技术. 国防工业出版社. 1985年.

The microcomputer control of the three-phase induction motor group—the method of the PZ-80A PIO

Wu Yong Zhi

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: In this paper, we present a control method of the three-phase induction motor group by the PIO of the PZ-80A microcomputer. The disturbance and anti-disturbance problems of the system have been discussed.

Keywords: Microcomputer, Control, Disturbance, Three-phase induction motor.

(上接第6页)

A Simple Catastrophe Theory Model for the Transient Stability of Power Systems

Sun Sianlin

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: According to the Catastrophe theory Created by Thom, the mathematical model for an equivalent two-machine power system is transformed into an appropriate catastrophe theory model. Using this model, we can judge whether a power system is stable after disturbance by quick calculation and do not need to take more time to solve the set of nonlinear differential equation.

Keywords: Power System, Transient Stability, Catastrophe Theory