第14卷 第2期 郑州工学院学报 Vol.14 No.2
1993年 6月 Journal of Zhengzhou Institute of Technology Jun. 1993

具广义边界条件及连续能量的中子迁移方程解的渐近性质*

徐建国**
(郑州工学院)

摘 要: 我们在文[9]中给出了具反射边界条件、单能、常系数迁移方程解的稳定性结论，本文是[9]的推广，即给出了具广义边界条件及连续能量、变系数的中子迁移方程解的稳定性理论．为此，先分析了迁移算子的谱性质；进而又证明了迁移算子至少存在一个实体征质，事实上其就是占优本征值；最后给出了 $t\to\infty$时中子密度的渐近性质及在 *Hileert* 空间 $L_2(X)$内中子分布的渐近表示．

关键词: 迁移方程，广义边界条件，迁移算子，占优本征值，C_0一半群，渐近性质．
中图分类号: 0175

在中子迁移理论中，研究所给系统解的稳定性是一个十分重要的课题[1]．而动态中子迁移 Boltzmann——Maxωell 积分方程解的时间渐近行为取决于方程确定的迁移算子的占优本征值 (Dominate eigen—Value)．在零边界条件下，对上述问题的讨已有不少结果[2][3][4][6]；而非零边界条件下的结果甚少．Belleni-Morante[7] 曾于 1970 年对单能、部分反射边界条件，中子迁移系统解的稳定性进行了研究，但是他采用的是〔3〕的思想方法．1958 年，[3]的作者 Jorgens 建立了零边界系统的稳定性，其关键点在于他证明了当 $t>3\tau$（τ 为中子逃逸时间）时，迁移算子生成的半群 T（t）为紧半群；而[7]所给系统相应迁移算子产生的半群 T（t），不论 t 取何值它不一定是紧算子，故不能直接利用 Jorgens 的思想方法给出渐近性质的结果．本文利用最近得到的正算子半群的结果给出了具广义边界条件及连续能量的中子迁移系统解的稳定性（关于具有单能和部分反射边界条件的迁移系统的稳定性，我们已在文[9]中给出）．

考虑下面具广义边界条件及连续能量中子迁移方程:

$$\frac{\partial N(x,v,\mu,t)}{\partial t} = -v\mu\frac{\partial N(x,v,\mu,t)}{\partial x} - v\sum(x,v)N(x,v,\mu,t) + \frac{1}{2}\int_0^{v_M} dv'\int_{-1}^{1} K(v,v')N(x,v,\mu',t)d\mu' \tag{1}$$

$$N(x,v,\mu,0) = N_0(x,v,\mu) \tag{2}$$

$$\delta(\mu)N(-a,v,\mu,t) = \eta(\mu)N(-a,v,-\mu,t) \quad 0<\mu\leqslant 1 \tag{3}$$

---

* 收稿日期: 1991-06-26

** 本文作者现为清华大学博士生

$$\eta(-\mu)N(a,v,-\mu,t)=\delta(-\mu)N(a,v,\mu,t) \quad 0<\mu\leqslant 1 \tag{4}$$

这里 $N=N(x,v,\mu,t)$, $-a<x<a$, $0<v<v_M$, $-1\leqslant\mu\leqslant 1$ 表示时刻 t, 位移在 x 处，以速率 v, 方向与 x 轴之夹角 θ. ($\cos\theta.=\mu$) 运动的中子分布密度函数，$v\sum(x,v)$ 为总体宏观截面，$K(v,v')$ 是散射裂变函数，$2a$ 为平板的宽度，v_M 为中子最大速率，一般物理意义下 $v_M\leqslant C<\infty$，这里 C 为光速．本文假定

$(H_1)\sum(x,v)$ 是 $[-a,a]\times(0,v_M)$ 上的非负有界可测函数，且 $v\sum(x,v)$ 的值域于 (λ_0^*,∞)，其中

$$\lambda_0^*=\underset{x\in[-a,a]}{essinf}\lim_{v\to 0}v\sum(x,v)$$

$(H_2)K(v,v')$为非负可测关于v,v'对称函数,且满足

$$\underset{v\in(0,v_M)}{essinf}\int_0^{v_M}K(v,v')dv'\leqslant K_1,\int_0^{v_M}dv'\int_0^{v_M}\frac{K(v,v')^2}{v}dv\leqslant K_2$$

其中K_1,K_2为常数．

(H_3) 存在 $v_1,v_2\in(0,\infty)$ 使得 $V_0=\{v|v_1<v<v_2\}\subset(0,v_M)$, $K(v,v')>C_0^*>0$(C_0^* 常数)$a.e.$ 于 $(v_1,v_2)\times(0,v_M)$, 且此时存在区间 $\theta=\{x|\ |x-x_0|\leqslant r\}\subset[-a,a]$, 使得 $v\sum(x,v)=\lambda_0^*$, 对 $\forall(x,v)\in\theta x V_0$.

$(H_4)\delta=\delta(\mu)$, $\eta=\eta(\mu)$ 为 $[-1,1]$ 上的非负可测函数，且满足仅射关系 $\delta(-\mu)=\eta(\mu)$ $\mu\in[-1,1]$ 及

$0\leqslant\eta_0\leqslant\eta(\mu)<\delta(\mu)\leqslant\eta_1\leqslant 1$ $\mu\in[0,1]$

记α为总体边界反射率,由(H_4)知$0<\alpha<1$.

设 $X=[-a,a]\times(0,v_M)\times[-1,1]$, $X'=[-a,a]\times(0,v_M)$, $L_2(X)(L_2(X'))$ 表示 $X(X')$ 上绝对平方可积函数全体在通常运算、内积 $<\cdot,\cdot>$ 和范数 $\|\cdot\|=<\cdot,\cdot>^{1/2}$ 下组成的 *Hilbert* 空间.

记迁移算子 $A=B+\frac{1}{2}KJ$, 其中 $Bf=-v\mu\frac{\partial f}{\partial x}-v\sum(x.v)f$, 其定义域 $D(B)=\{f\in L_2(X)|f(x,v,\mu)$ 关于 x 绝对连续，$a,e,$ 于 $(v,\mu)\in(0,v_M)x[-1,1]$, $Bf\in L_2(X)$ 且 f 满足广义边界条件 (3)(4)$\}$; $Kf=\int_0^{v_M}K(v,v')f(x,v',\mu)dv'$, $D(K)=L_2(X)$; $Jf(x,v,\mu)=\int_{-1}^{1}f(x,v,\mu')d\mu'$, $D(J)=L_2(X)$.

显见在上述假设下 K,J 均为 $L_2(X)$ 上的有界线性算子．在引进上述算子后，系统 (1) — (4) 可化为下述发展方程的初值问题:

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = /AN & (\mathrm{I}) \\ N_{(0)} = N_0 & (\mathrm{II}) \end{cases}$$

为获得初值问题（1）－（4）即（Ⅰ）（Ⅱ）解的稳定性，本文首先分析了 $/A$ 的谱性质，证明了（Ⅰ）（Ⅱ）正解的存在唯一性；此后着重证明了迁移算子 $/A$ 存在占优本征值；最后，给出解的稳定性，并且得到解的渐近表示．

1　算子 $/A$ 的谱，（Ⅰ）（Ⅱ）正解存在、唯一性

用 $\sigma(\pi),\rho(\pi),P\sigma(\pi),C\sigma(\pi)$ 和 $R\sigma(\pi)$ 分别表示 $L_2(X)(L_2(X'))$ 中算子 π 的谱集、本征谱、连续谱和剩余谱．

引理1　算子 $|B$ 是 $L_2(X)$ 中的闭、稠定算子，$\rho\ (|B)\ \supset\{\lambda|Re\lambda > -\lambda_0^*\}$

证明：首先 $|B$ 的闭、稠定性根据[3]直接可得．设 $\lambda=\beta+i\tau$，$\beta>-\lambda_0^*$，求解 $(\lambda I-|B)f=g,\forall g\in L_2(X)$，得到

当 $\mu>0$ 时

$$f\,(x,v,\mu)=\frac{\alpha(\mu)e^{-2a\Delta.\,/v\mu}}{1-\alpha^2(\mu)e^{-4a\Delta.\,/v\mu}}\int_{-a}^{a}e^{-\Delta(x+x')/v\mu}\frac{g(x',v,-\mu)}{v\mu}dx'$$
$$+\frac{1}{1-\alpha^2(\mu)e^{-4a\Delta.\,/v\mu}}\int_{-a}^{x}e^{-\Delta(x+x')/v\mu}\frac{g(x',v,\mu)}{v\mu}dx'$$
$$+\frac{\alpha_2(\mu)e^{-4a\Delta.\,/v\mu}}{1-\alpha^2(\mu)e^{-4a\Delta.\,/v\mu}}\int_{x}^{a}e^{-\Delta(x+x')/v\mu}\frac{g(x',v,\mu)}{v\mu}dx' \tag{5}$$

当 $\mu<0$ 时

$$f(x,v,\mu)=\frac{e^{2a\Delta.\,/v\mu}}{1-\alpha^2(-\mu)e^{-4a\Delta.\,/v\mu}}\int_{-a}^{a}e^{-\Delta(x+x')/v\mu}\frac{g(x',v,-\mu)}{v\mu}dx'$$
$$-\frac{\alpha_2(-\mu)e^{-4a\Delta.\,/v\mu}}{1-\alpha^2(-\mu)e^{-4a\Delta.\,/v\mu}}\int_{-a}^{x}e^{-\Delta(x-x')/v\mu}\frac{g(x',v,\mu)}{v\mu}dx'$$
$$-\frac{1}{1-\alpha^2(-\mu)e^{-4a\Delta.\,/v\mu}}\int_{x}^{a}e^{-\Delta(x-x')/v\mu}\frac{g(x',v,\mu)}{v\mu}dx' \tag{6}$$

其中 $\alpha(\mu)=\dfrac{\eta(\mu)}{\delta(\mu)}\quad\mu>0,\quad \Delta=\dfrac{1}{x-x'}\displaystyle\int_{x'}^{x}v\sum(s,v)ds+\lambda,\Delta.\ =\dfrac{1}{2a}\int_{-a}^{a}v\sum(s,v)ds+\lambda.$

记 $\Lambda=\beta+\lambda_0^*$，并将上述解简记为

$f=\pi_1 g+\pi_2 g+\pi_3 g\qquad \mu>0$

$f=\pi_4 g+\pi_5 g+\pi_6 g\qquad \mu<0$

首先，由$Cauchg-Schwartz$不等式容易证明存在M_1,M_2二常数使得

$$\|\pi_1 g\| \leqslant \frac{M_1}{\Lambda}\|g\| \qquad \|\pi_4 g\| \leqslant \frac{M_4}{\Lambda}\|g\|$$

令$$S_1(x,v,\mu) = \frac{1}{1-e^{(-2a\Delta./v\mu)}}\int_{-a}^{x} e^{-\Delta(x+x')/v\mu}\frac{g(x',v,\mu)}{v\mu}dx'$$

$$S_2(x,v,\mu) = \frac{1}{e^{2a\Delta./v\mu}-1}\int_{a}^{x} e^{-\Delta(x+x')/v\mu}\frac{g(x',v,\mu)}{v\mu}dx'$$

同理可估计不等式得$\|S_i g\| \leqslant \|g\|/\Lambda \quad (i=1,2)$,同时存在常数$M_i$使得

$$|\pi_i g| \leqslant M_i|S_1 g| \quad (i=2,5) \quad |\pi_i g| \leqslant M_i|S_2 g| \quad (i=3,6)$$

故 $$\|\pi_i g\| \leqslant \frac{M_i}{\Lambda}\|g\| \qquad (i=2,3,5,6)$$

取 $M = max\{\sum_{i=1}^{3} M_i, \sum_{i=4}^{6} M_i\}$,则

$$\|(\lambda I - 1B)^{-1}\| \leqslant max\{\sum_{i=1}^{3}\|\pi_i\|, \sum_{i=4}^{6}\|\pi_i\|\} \leqslant \frac{M}{\Lambda} = \frac{M}{\beta+\lambda_0^*}$$

故当$\lambda=\beta+i\tau \quad \beta>\lambda_0^*$时 $\lambda\in\rho(1B)$,引理得证。

引理2 当$Re\lambda > -\lambda_0^*$时 $\|(\lambda I-1B)^{-1}\| \leqslant \frac{1}{Re\lambda+\lambda_0^*}$ 且对$\beta>-\lambda_0^*$,$(\beta I-1B)^{-1}$有界，非负。

证明 因为

$$\|(\lambda I-1B)f\|\|f\| \geqslant |<(\lambda I-1B)f,f>| \geqslant Re<(\lambda I-1B),>$$

$$\geqslant (Re\lambda+\lambda_0^*)\int_{-1}^{1}\int_{0}^{v_M}\int_{-a}^{a} f(x,v,\mu)d_x d_v d_\mu$$

$$+Re\int_{-1}^{1}\int_{0}^{v_M}\int_{0}^{a}\frac{\partial f(x,v,\mu)}{\partial x}f(x,v,\mu)d_x d_v d_\mu$$

由分部积分及f(x,v,μ)满足广义边界条件(3)(4)可直接验证上不等式右边第二项不小于零。故

$\|(\lambda I-1B)f\|\|f\| \geqslant (Re\lambda+\lambda_0^*)\|f\|_2, Re\lambda>-\lambda_0^*$ 令$f=(\lambda I-1B)^{-1}g \quad \forall g\in L_2(X)$,

由引理1知$\|f\|<\infty$,从而得 $\|(\lambda I-1B)^{-1}\| \leqslant \frac{1}{Re}\lambda+\lambda_0^*$.

若$\beta>-\lambda_0^*$,由于$f=(BI-1B)^{-1}g$的表达式可见，当$g\geqslant 0$时,$f\geqslant 0$,证明$(\beta I-1B)^{-1}$为非负。引理2证毕。

由引理1、引理2知算子$1B$满足$Hill-Yosida$定理，根据[15]，$1B$生成一强连续

半群 $\{S(t),t\geqslant 0\}$，且 $\|S(t)\|\leqslant e^{-\lambda_0^* t},t\geqslant 0$. 由于 $\angle A=1B+\frac{1}{2}1KJ$，由线性算子半群有界扰动理论[15]有

定理 1 $\rho(\angle A)\supset\{\lambda|R_e\lambda\geqslant\|1K\|-\lambda_0^*\}$，且当 $\beta>\|1K\|-\lambda_0^*$ 时 $(\beta I-\angle A)^{-1}$ 非负，迁移算子 $\angle A$ 是一 C_0 半群 $\{T(t),t\geqslant 0\}$ 的无穷小生成元，且 $\|T(t)\|\leqslant e^{(\|1K\|-\lambda_0^*)t}$ $t\geqslant 0$.

定理的证明类似于〔9〕中拉应结论的证明.

定理 2 迁移算子 $\angle$ A 生成的丰群 T (t) 为正算子 C. 一半群，从而问题 (1) - (4) 在 $L^2(X)$上存在唯一的正解 $N(x,v,\mu,t)=T(t)N_0(x,v,\mu)$.

证明 根据[15]

$$T(t)\varphi=\lim_{\beta\to\infty}e^{-\beta t}e^{\beta^2(\beta I-\angle A)^{-1}t}\varphi\quad \forall\varphi\in L_2(X)$$

由 $\beta_2(\beta I-\angle A)^{-1}$ 的非负性知 $e^{\beta^2(\beta I-\angle A)^{-1}t}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{[\beta^2(\beta I-\angle A)^{-1}t]^n}{n!}$ 的非负性，$T(t)$ 的正性是显然的，故问题(Ⅰ)(Ⅱ)即(1)－(4)具有唯一正解 $N(x,v,\mu,t)=T(t)N_0(x,v,\mu)$.

2 $\angle A$的占优本征值

本节均在复区域 $\{\lambda|Re\lambda>-\lambda_0^*\}$ 内考虑问题. 记 $P_{as}(\angle A)=\{\lambda|-\lambda_0^*<Re\lambda\leqslant\|K\|-\lambda_0^*,\lambda\notin\rho(\angle A)\}$，称 $P_{as}(1A)$ 为算子 $\angle A$ 的谱渐近部分.

为了分析算子 $\angle A$ 的谱性质，可将豫解方程

$$(\lambda I-\angle A)\psi=g\qquad \psi\in D(\angle A)\quad g\in L_2(X) \tag{7}$$

变换为下述一个等价的积分方程:

$$(I-1H_\lambda)\varphi=G \tag{8}$$

其中 $\varphi=J\psi=\int_{-1}^{1}\psi(x,v,\mu')$, $G=J(\lambda I-1B)^{-1}g$, $1H_\lambda=J(\lambda I-1B)^{-1}1K$

为 $L_2(X')$ 上的积分算子，其核为

$$H_\lambda(x,x',v,v')=\frac{K(v,v')}{2v}\int_1^{\infty}\frac{dt}{t}(1-\alpha^2(\frac{1}{t})e^{-4a\Delta_\cdot t/v})^{-1}[e^{-\Delta|x-x'|t/v}$$

$$+\alpha^2(\frac{1}{t})e^{-(4a\Delta_\cdot-\Delta|x-x'|)t/v}+\alpha(\frac{1}{t})e^{-(2a\Delta_\cdot-(x+x'))t/v}+\alpha(\frac{1}{t})e^{-(2a\Delta_\cdot+\Delta(x+x'))t/v}]$$

令 $g=0$，有

引理3 若 $\varphi(x,v)=\int_{-1}^{1}\psi(x,v,\mu')d\mu'$ $\psi\in L_2(X)$

则下述结论等价:

1) $\lambda\in P\sigma(\angle A)$且$(\lambda I-\angle A)\psi=0$

2) $|\in P\sigma(|H_\lambda)$且$(I-|H_\lambda)\varphi=0$

容易证明

引理4 若$Re\lambda>-\lambda_0^*$ $|H_\lambda$是$L_2(X')$上的紧算子.

设$X(\lambda)$为$|H_\lambda=J(\lambda I-|B)^{-1}|K$的谱半经,由〔14〕知$x(\lambda)$为$\lambda$的连续函数.

引理5 对$\forall\beta\in(-\lambda_0^*,\infty)$,若$x(\beta)\neq 0$,有下述结论成立:

①$x(\beta)$是$|H_\beta$的一个本征值;

②对应$x(\beta)$至少存在$L^2(X')$上的一个非负本征函数;

③$x(\beta)$亦为$|H_\beta^*$($|H_\beta$之共轭)的一个本征值,且至少有一个非负本征函数

④$x(\beta)\geqslant x(\beta')$ $(\beta'\geqslant\beta>-\lambda_0^*)$

⑤$x(\beta)\to 0$ $(\beta\to\infty)$

⑥$x(\beta)\to\infty$ $(\beta\to-\lambda_0^*+)$

证明 $|H_\beta=\frac{1}{2}J(\beta I-|B)^{-1}|K$,由$J,|K$的非负性及引理2知$|H_\beta$是非负的,论断①②③直接根据〔10〕可得.

由于当$\beta'\geqslant\beta>-\lambda_0^*$有$H_\beta(x,x',v,v')\geqslant H_{\beta'}(x,x',v,v')$从而$|H_\beta\varphi\geqslant|H_{\beta'}\varphi$ $\forall\varphi\geqslant 0$由正算子谱半经比较定理〔10〕知 $x(\beta)\geqslant x(\beta')$,结论④成立.

由于 $\|1H_\beta\|\leqslant\|\frac{1}{2}J(\beta I-1B)^{-1}1K\|\leqslant\frac{\|1K\|}{\beta+\lambda_0^*}$,故

$$x(\beta)\leqslant\|1H_\beta^*\|^{\frac{1}{*}}\leqslant\|1H\beta\|\leqslant\frac{\|1K\|}{\beta+\lambda_0^*},(\beta\to\infty)$$ 从而⑤获证.

根据假设$(H3)$,为证明⑥,定义函数

$$K^*(v,v')=\begin{cases}C_0^* & (v,v')\in[(v_1,v_2)x(0,v_M)]U[(0,v_M)x(v_1v_2)]\\ 0 & 其它\end{cases}$$

$$h(x,x')=\begin{cases}\lambda_0^* & x,x'\in\theta\\ 0 & 其它\end{cases}$$

则$1H_\beta\psi\geqslant H_\beta^*\psi$ $\forall\psi\geqslant 0$,其中$1H_\beta^*$是以函数

$$H_\beta^*(x,x',v,v')=\frac{K^*(v,v')}{2v_M}\int_1^\infty\frac{dt}{t}e^{[-\frac{(\beta+h(x,x')}{v_1}|x-x'|t]}$$

为积分核的积分算子,从而$x(\beta)\geqslant x(1H_\beta^*)$.

由于$K^*(v,v'),h(x,x')$均为实对称函数,从而$H_\beta^*(x,x',v,v')$为关于x,x',v,v'的实对称函数,故$1H_\beta^*$自伴,由引理4,$1H_\beta^*$亦是紧算子,根据〔14〕.

$$x(1H_\beta^*) = \|1H_\beta^*\| = \sup_{\|\psi\|=1} < 1H_\beta^*,\psi,\psi >$$

取$\psi(x,v) = (2va)^{-1/2}$　　$\|\psi\| = 1$

$$x(\beta) \geqslant x(1H_\beta^*) \geqslant < 1H_\beta^*,\psi,\psi >$$

$$= \int_{-a}^{a} dx \int_0^{v_M} dv \int_{-a}^{a} dx' \int_0^{v_M} dv' \frac{K^*(v,v')}{2v_M} \int_1^\infty \frac{dt}{t} e^{[-\frac{(\beta+h(x,x'))}{v_1}|x-x'|t]}$$

$$\geqslant \frac{(v_2-v_1)^2 C_0^*}{(2v_M)^{3/2} a^{1/2}} \int_{x_0-r}^{x_0+r} dx \int_{x_0-r}^{x_0+r} dx' \int_1^\infty \frac{dt}{t} e^{(-\frac{\beta+\lambda_0^*}{v_1}2r)t}$$

$$= \frac{\sqrt{2} C_0^* r^2 (v_2-v_1)^2}{a^{1/2} v_M^{3/2}} \int_1^\infty \frac{dt}{t} e^{-\frac{-2r(\beta+\lambda_0^*)}{v_1}t} \to \infty,\quad \text{当}\beta \to -\lambda_0^* + \text{时}.$$

结论⑥得证．到此引理证毕．

引理6　迁称算子$1A$有下列谱性质

①$\rho(1A) \supset \{\lambda | R_e\lambda > -\lambda_0^*, \lambda \notin P_{as}(1A)\}$

$\sigma(1A) \subset \{\lambda | R_e\lambda \leqslant -\lambda_0^*\} \cup P_{as}(1A)\}$

②$P_{as}(1A)$至多由可数个具有限代数重数的孤立本征值组成．

③存在$\beta_0 \in P_{as}(1A)$,使得对$\forall\lambda = \beta + i\tau \in \sigma(1A)$,都有$\beta \leqslant \beta$.

④β_0为$1A$的简单本征值，除常数因子外对应有唯一的正本征函数$\psi_{\beta_0}(x,v,\mu) > 0, a.e.$ 于X.

证明　由引理5知，存在唯一$\beta_0 \in (-\lambda_0^*, \infty)$,使得$x(\beta_0) = 1$,由引理3,$\beta_0$为$1A$的一个本征值，引理其它部分的证明可根据上节和本节的几个引理，参照文献〔9〕类似可证．

为证明β_0为$1A$的占优本征值,我们尚需如下引理

引理7　迁移算子$1A$生成的正算子C_0半群$T(t)$是不可约的

证明:由本文假设$(1H)(H3)$,根据Voigt〔13〕知$T(t)$具有不可约性．

由此，我们可得

定理3〔9〕　β_0为迁移算子$1A$的占优本征值,且$\beta_0 = inf\{\omega | \|T(t)\| \leqslant Me^{\omega t}, t \geqslant 0\}$

推论1　β_0为迁移算子$1A$的严格占优本征值，即存在$\varepsilon > 0$,对$\forall\lambda \in \sigma(1A), \beta_0 - Re\lambda \geqslant \varepsilon$.

3　问题(1)－(4)解的稳定性及其渐近表示

根据正算子半群理论〔11〕〔12〕及定理2、定理3有下述稳定性结论成立

定理4　在本文假设$(H1)(H2)(H3)$成立条件下对系统(1)－(4)

Ⅰ)若$\beta_0<0$,其解$N(x,v,\mu,t)=T(t)N_0(x,v,\mu)$是指数稳定的,即存在常数$\omega>0$,使得

$$\|T(t)N_0(x,v,\mu)\|\leqslant M_{N0}e^{-\omega t}$$

且$1A$生成的半群也是稳定的,即$\|T(t)\|\to 0\quad(t\to\infty)$

Ⅱ)若$\beta_0=0$,设$1P_0$为本征值β_0所对应的一维本征投影算子,则

$$\lim_{t\to\infty}\|[T(t)-1P_0]N_0\|=0$$

Ⅲ)若$\beta_0>0$,系统的解是不稳定的,即　$\|T(t)N_0(x,v,\mu)\|\to\infty\quad(t\to\infty)$

用〔9〕中类似的方法同样可以得到解的渐近表达式。设ψ_{β_0}为$1A$相应于β_0的正规正本征函数,令$\psi^*_{\beta_0}=\psi^*_{\beta_0}(x,v,\mu)=\psi_{\beta_0}(x,v,-\mu)$则有下述解的渐近表示定理:

定理5　系统(1)-(4)的解$N=N(x,v,\mu,t)$具下述渐近性质

$$\|N(x,v,\mu,t)-<N_0,\psi^*_{\beta_0}>\psi_{\beta_0}e^{\beta_0 t}\|\to 0\quad(t\to\infty)$$

致谢:在本文写作过程中,作者始终得到中科院系统所朱广田研究员,西安交大王绵森教授的热情指导,在此谨表示衷心谢意!

参 考 文 献

[1] Davison,B. Neutron Transport Theory. Oxford Uni.Press,1957.

[2] Lehner,J, and Wing, G.M. Duke Math. J. 23(1956),PP.125-142

[3] Jorgens,K. Commun. Pure Appl. Math ,11(1958).pp. 219-242.

[4] Vidav, I. J.Math, Anal. Appl. 22(1968),pp.144-155.

[5] UKai, S., J. Nucl. Sci, Tech. 9(1972),pp.36-46.

[6] 阳名珠,朱广田,中国科学.1978,2:165-170.中国科学.1981,1:25-330

[7] Belleni-Morante,A.J. Math. Phy. 11(1970).PP.1553-1557.

[8] Paulling J. J.Integral Igu. 5(1983),PP1-33

[9] Xu Jianguo (徐建国),Wang Miansen(王绵森)and Zhu Guangtian(朱广田). Sys,Sci. and Math. Sci 1(1989),pp14-21

[10] Marek, I. SIAMJ. Appl Math, 19(1970),pp. 607-628.

[11] Greiner, G. and Nagel, R. Ann Scuole Normale Srp Pisa .10(19833). pp. 257-262.

[12] Batty, C. J. K. and Robinson, D. W. Acta Appl. Math, 1 (1984),pp. 221-296.

[13] Voigt, J. Acta Appl. Math, 2(1984),pp. 311-331.

[14] Kato, T. Peturbation Theory of Linear Operators. Springer, 1965.

[15] Pazy, A. Semigroups of Linear Operaters and Applications to Partial Differential Eguations .Springer, New Vork, 1983

Asymptotic behavior of the solution of the neutron trans port equations with continuative energy and with generalized reflecting boundary conditions

Xu Jianguo

(Zhengzhou Institute of Technologg)

Abstract: In this paper, we give the stability theory of the solution of the neutron transport eguations with continuative enevgy and with generalized reflecting boundary conditions. In order to do this, first, we analyze spectrum of transpert operator and prove the existence and the uniqueness of the positive solution of the system given in the Papev. Moreover, we show that the transport operator has at least one real eigenvalue, in fact, which is the dominate eigenvalue. At last, we can indicate the asymptotic behavior of the neutron density as $t\to\infty$ and the asymptotic represent of the neutron distribution in the Hilbert space $L_2(X)$.

Keywords: Traosport equations, Generalized boundary conditions, Transport operator, Dominate eigenvalue, C_0-semigrorp, Asymptotic behavior.

(上接90页)

Calculation of Frequency of Arbitrary Tetragon Plate with Method of Weighted Residuals

Zhao Liang　Jia Sheng Xiang

(Zhengzhou Institute of Thechnology)

Abstract: Dificulty that plate problems in arbitrary tetragon domain were resolved with method of weighted residuals was that boundary conditions were not precessed easily. Arbitiary tetragon domain was changed into square domain with transformation in the essay. The difficulty was overcome. So a new path to calculate integrally frequencies of arbitrary tetragon plate was obtained.

Keywords: Arbitrary Tetragon plate, Frequency, Method of Weighted Residuals