空间CSSRR-G型摆盘式发动机的动力平衡*

金国光 张明成

(郑州工学院机械系)

摘 要: 本文对空间CSSRR-G型摆盘式发动机机构进行了震动力、震动力矩的研究，从而提出了摆盘式发动机的动力平衡准则。根据该准则，对于多缸的摆盘式发动机，在主轴上附加两个平衡重即可对震动力、震动力矩进行近似的完全平衡。

关键词: 摆盘式发动机，震动力，震动力矩，平衡准则

中图分类号: TH113

1 结构及工作原理

摆盘发动机属于空间多环闭链机构。如图1所示，空间CSSRR-G型摆盘式发动机由主轴1、摆盘2、连杆3、活塞4，机架5组成。气缸内的高压气体推动活塞4作往复直线运动，连杆3推动作定点运动的摆盘2，这样，主轴1就可以得到所需的角速度ω。由文献[1]，该机构的自由度为F=1，故以主轴角位移φ作为广义坐标来研究该机构的动力平衡问题。

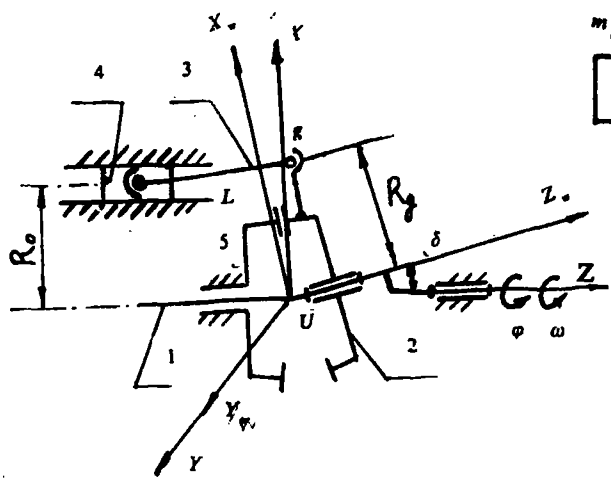

图1

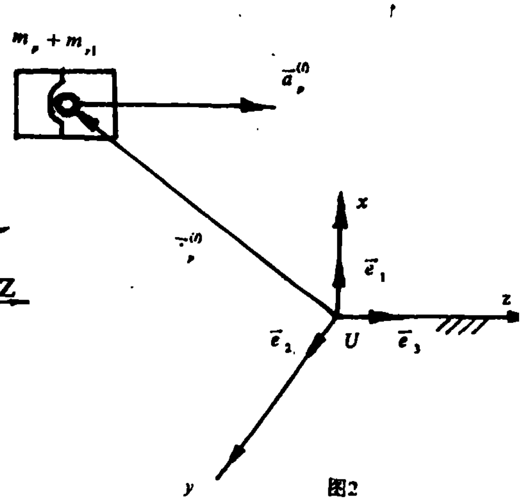

图2

---

*收稿日期: 1992-09-06

2 机构的震动力，震动力矩分析

为了分析方便，将线对称的连杆质量 m_r 向连杆的两端球付的中心替代

$$\left.\begin{aligned} m_{r1} &= \frac{l_2}{L} m_r \\ m_{r2} &= \frac{l_1}{L} m_r \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中，m_{r1} 为连杆简化到活塞端的质量，m_{r2} 为连杆简化到摆盘端的质量。而 l_1、l_2 分别为连杆质心到活塞端和摆盘端的距离。

2.1 均布在半径为R_0圆周上的第i个活塞的惯性力和惯性力矩

如图 2 所示，第 i 个活塞的质量和第 i 个连杆替代在其上的质量为 $m_p + m_{r1}$，故第 i 个活塞的惯性力为:

$$F_p^{(i)} = [F_{px}^{(i)},\ F_{py}^{(i)},\ F_{pz}^{(i)}]^T = [0,\ 0,\ -(m_p + m_{r1})a_p^{(i)}]^T\ 。$$

式中，$a_p^{(i)}$ 为第 i 个活塞的加速度。由于 K 个均布活塞的摆盘发动机各活塞的加速度与第 1 个活塞的加速度 a_p 有不同的相位差，故

$$a_p^{(i)} = a_p[\varphi - (i-1)\theta]$$

式中，$\theta = 2\pi/K$, $i = 1,\ 2,\ \cdots, K$。

第i个活塞的惯性力矩为

$$\bar{M}_p^{(i)} = r_p^{(i)} \times F_p^{(i)} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ x_p^{(i)} & y_p^{(i)} & z_p^{(i)} \\ 0 & 0 & -(m_p + m_{r1})a_p^{(i)} \end{vmatrix}$$

式中，$\vec{e_1}$;$\vec{e_2}$;$\vec{e_3}$ 为坐标系 $U-XYZ$ 坐标轴单位向量，而$r_p^{(i)} = [x_p^{(i)},\ y_p^{(i)},\ z_p^{(i)}]^T$ 为第 i 个活塞在 $U-XYZ$ 中的坐标。化简上式得：

$$\bar{M}_p^{(i)} = \begin{bmatrix} -(m_p + m_{r1})a_p^{(i)}\ y_p^{(i)} \\ (m_p + m_{r1})a_p^{(i)}\ x_p^{(i)} \\ 0 \end{bmatrix}$$

设 K 个活塞的合惯性力为F_p，合惯性力矩为$\bar{M}_p$，由文献[1]:

$$F_p = \sum_{i=1}^{k} F_p^{(i)} = 0 \tag{2}$$

$$\bar{M}_p = \sum_{i=1}^{k} \bar{M}_p^{(i)}$$

$$
=\begin{bmatrix} -\frac{k}{2}R_0R_g\omega^2\cdot(m_p+m_{r1})\cdot\sin\delta\cdot\sin\varphi \\ \frac{k}{2}R_0R_g\omega^2\cdot(m_p+m_{r1})\cdot\sin\delta\cdot\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3}
$$

2.2 摆盘的惯性力及惯性力矩

摆盘是由绕自身轴的转动（相对运动）和随主轴以角速度 ω 转动（牵连运动）而合成的定点运动。故摆盘的惯性力F_w 写成为

$$
F_w = F^{(r)} + F^{(e)} + F^{(k)} \tag{4}
$$

式中$F^{(r)}$、$F^{(e)}$、$F^{(k)}$ 分别为摆盘的相对惯性力、牵连惯性力、哥氏惯性力。

由摆盘关于自身轴(Z_w)的对称性知

$$
F^{(r)} = -\sum mr\omega_w^2 = 0
$$

$$
F^{(k)} = -\sum m\cdot 2\varpi\times v_r = 0
$$

式中，m 为摆盘上任一质点，r 为质点 m 到 Z_w 轴的距离，ϖ_w 为摆盘的自转角速度，v_r 为质点 m 在 $U-X_wY_wZ_w$ 中的速度（相对速度），如图3所示($U-X_wy_wZ_w$ 为固连于摆盘上的坐标系）。

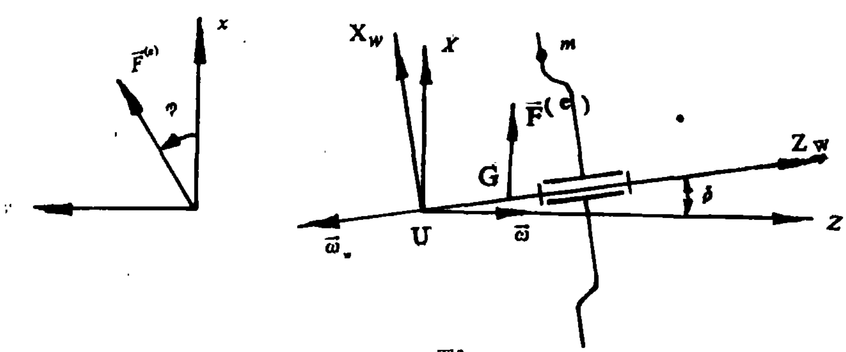

图3

故摆盘惯性力F_w的大小为

$$
|F_w| = |F^{(e)}| = m_w l\cdot\sin\delta\cdot\omega^2
$$

式中，m_w 为摆盘质量与替代在摆盘上的质量 m_{r2} 之和，l 为质心 G 到 U 点的距离。

F_w的方向与$F^{(e)}$相同，故

$$
F_w = \begin{bmatrix} m_w l\sin\delta\cdot\omega^2\cos\varphi \\ m_w l\sin\delta\cdot\omega^2\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4}
$$

由文献[1]知，摆盘在固定坐标系 $U-XYZ$ 中所受的外力矩为

$$\overline{M}_{w1}^{(0)}=\begin{bmatrix}\cos\varphi & -\sin\varphi & 0\\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\cos\delta & 0 & \sin\delta\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\delta & 0 & \cos\delta\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\ -|\overline{M}_w|\\ 0\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}|\overline{M}_w|\sin\varphi\\ -|\overline{M}_w|\cos\varphi\\ 0\end{bmatrix}$$

故，摆盘在$U-XYZ$中所受的惯性力矩为

$$\overline{M}_{w}^{(0)}=-\overline{M}_{w1}^{(0)}=\begin{bmatrix}-|\overline{M}_w|\sin\varphi\\ +|\overline{M}_w|\cos\varphi\\ 0\end{bmatrix} \tag{5}$$

式中，$|\overline{M}_w|=[J_{z_w}+(J_{x_w}-J_{z_w})\cos\delta]\omega^2\sin\delta$，其中，$J_{x_w}$、$J_{z_w}$ 分别为摆盘对 X_w，Z_w 轴的转动惯量.

2.3 摆盘轴承内圈组件的惯性力、惯性力矩

如图 4 所示，若摆盘内圈组件的质量为 m_{BI}，其质心到 Z 轴的距离为 r_{BI}，到 XY 平面的距离为 Z_{BI}，则当主轴转过 φ 角时，轴承内圈的惯性力F_{BI} 为

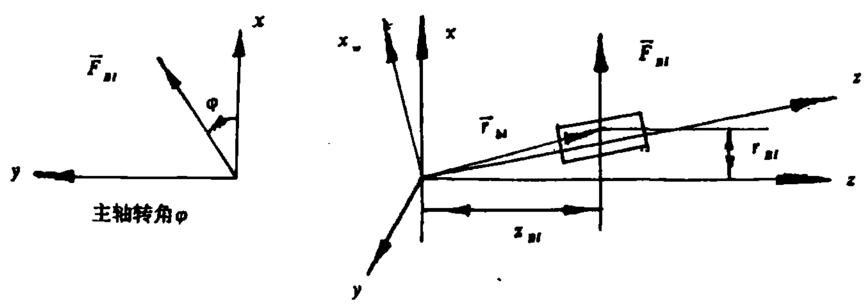

图4

$$F_{BI}=[m_{BI}r_{BI}\omega^2\cos\varphi,\ m_{BI}r_{BI}\omega^2\sin\varphi,\ 0]^T \tag{6}$$

惯性力矩为

$$\overline{M}_{BI}=r_{bi}\times F_{BI}$$

$$=[-m_{BI}r_{BI}\omega^2 Z_{BI}\sin\varphi,\ m_{BI}r_{BI}\omega^2 Z_{BI}\cos\varphi,\ 0]^T \tag{7}$$

3 机构的动力平衡

我们采用在主轴上加平衡重的方法对机构进行震动力，震动力矩的综合平衡.

如图 5 所示，若在主轴上距 U 点 Z_1，Z_2，…，Z_n 处，分别加 n 个集中质量平衡重 m_1，m_2，……，m_n，其在 $U-XYZ$ 中的质心坐标分别为（x_1，y_1，z_1），（x_2，y_2，z_2），……，（x_n，y_n，z_n）。则适当地选择 m_1，m_2，……，m_n 及其位

置，可使机构的惯性力和惯性力矩获得平衡。

现在来考察 m_i（$i=1,2,\cdots,n$）所受的惯性力 F_i 及惯性力矩 M_i。

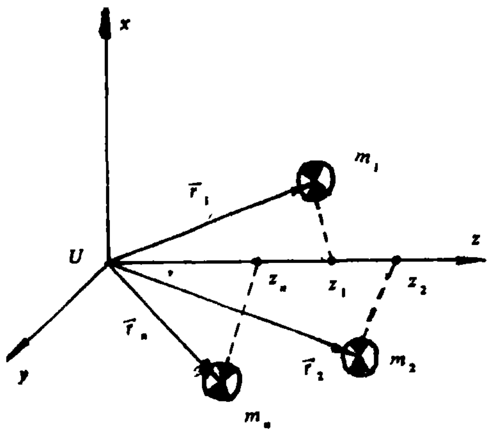

图5

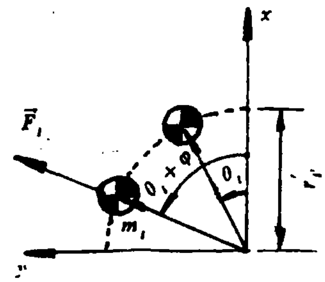

图6

如图6所示，若 m_i 在 $\varphi=0$（初位）时，向径 r_i' 与 x 轴的夹角为 θ_i，则当主轴转过 φ 角时

$$F_i=\begin{bmatrix} m_i r_i' \omega^2 \cos(\theta_i+\varphi) \\ m_i r_i' \omega^2 \sin(\theta_i+\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}$$

由 $r_i'\cos\theta_i=x_i$，$r_i'\sin\theta_i=y_i$ 知

$$F_i=\begin{bmatrix} m_i\omega^2(x_i\cos\varphi-y_i\sin\varphi) \\ m_i\omega^2(y_i\cos\varphi+x_i\sin\varphi) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

故

$$\begin{aligned} M_i &= r_i\times F_i \\ &=\begin{bmatrix} -m_i\omega^2(y_i\cos\varphi+x_i\sin\varphi)z_i \\ m_i\omega^2(x_i\cos\varphi-y_i\sin\varphi)z_i \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{9}$$

故，加平衡重后，得机构的总震动力 F，总震动力矩 M 如下：

$$F=F_p+F_w+F_{Bl}+\sum_{i=1}^{n}F_i \tag{10}$$

$$M=M_p+M_w^{(0)}+M_{Bl}+\sum_{i=1}^{n}M_i \tag{11}$$

将式(2)、（4）、（6）、（8）代入式（10），将式(3)、（5）、（7）、（9）代入

式(11)得:

$$\left.\begin{aligned} \bar{F} &= [F_x,\ F_y,\ F_z]^T \\ \bar{M} &= [M_x,\ M_y,\ M_z]^T \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

式(12)中

$$\begin{cases} F_x = [(m_w l\sin\delta + m_{BI} r_{BI} + \sum\limits_{i=1}^{n} m_i x_i)\cos\varphi - (\sum m_i y_i)\sin\varphi]\omega^2 \\ F_y = [(m_w l\sin\delta + m_{BI} r_{BI} + \sum\limits_{i=1}^{n} m_i x_i)\sin\varphi + (\sum\limits_{i=1}^{n} m_i y_i)\cos\varphi]\omega^2 \\ F_z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_x = -\{\frac{k}{2} R_g R_0 \sin\delta\cdot(m_p + m_{r1}) + [J_{zw} + \\ (J_{xw} - J_{zw})\cos\delta]\sin\delta + m_{BI} r_{BI} z_{BI} + \\ \quad \sum\limits_{i=1}^{n} m_i x_i z_i\}\omega^2\sin\varphi - (\sum\limits_{i=1}^{n} m_i y_i z_i)\omega^2\cos\varphi \\ M_y = \{\frac{k}{2} R_g R_0 \sin\delta\cdot(m_p + m_{r1}) + [J_{zw} + \\ (J_{xw} - J_{zw})\cos\delta]\sin\delta + m_{BI} r_{BI} z_{BI} + \\ \quad \sum\limits_{i=1}^{n} m_i x_i z_i\}\omega^2\cos\varphi - (\sum\limits_{i=1}^{n} m_i y_i z_i)\omega^2\sin\varphi \\ M_z = 0 \end{cases}$$

为了使$\bar{F}$、$\bar{M}$的绝对值尽量最小，考察下面的目标函数f的优化问题:

$$min:\ f = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} (\lambda_F |F|^2 + \lambda_M |M|^2) d\varphi \tag{13}$$

式中，λ_F，λ_M分别为$|F|^2$，$|M|^2$的加权系数，且λ_F，λ_M都是非负的常量。

由式(13)得:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [\lambda_F(F_x^2 + F_y^2 + F_z^2) + \lambda_M(M_x^2 + M_y^2 + M_z^2)] d\varphi \\ &= \lambda_F[(m_w l\sin\delta + m_{BI} r_{BI} + \sum_{i=1}^{n} m_i x_i)^2 + \\ &(\sum_{i=1}^{n} m_i y_i)^2]\omega^4 + \lambda_m\{\frac{k}{2} R_g R_0 \sin\delta(m_p + m_{r1}) + [J_{zw} + \\ &(J_{xw} - J_{zw})\cos\delta]\sin\delta + m_{BI} r_{BI} z_{BI} + \\ &\sum_{i=1}^{n} m_i x_i z_i\}^2\omega^4 + \lambda_M(\sum_{i=1}^{n} m_i y_i z_i)^2\omega^4 \end{aligned} \tag{14}$$

由于$Z_1, Z_2, \cdots, Z_n$是由结构空间（在平衡前）给定的，若平衡重$m_1, m_2, \cdots, m_n$也给

定，则目标函数(14)变量为$x_1, y_1, x_2, y_2, \cdots, x_n, y_n$，共$2n$个。目标函数达到最小的必要条件为：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x_i} = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y_i} = 0 \end{cases} \qquad (i = 1,2,\cdots,n)$$

即

$$2\lambda_F\omega^4[m_w l\sin\delta + m_{BI}r_{BI} + \sum_{i=1}^{n} m_i x_i]m_i + 2\lambda_m\omega^4\{\frac{k}{2}R_g R_0\sin\delta(m_p + m_{r1}) + [J_{zw} + (J_{xw} - J_{zw})\cos\delta]\sin\delta + m_{BI}r_{BI}z_{BI} + \sum m_i x_i z_i\}m_i z_i = 0 \tag{15}$$

$$2\lambda_F\omega^4(\sum_{i=1}^{n} m_i y_i)m_i + 2\lambda_M\omega^4(\sum_{i=1}^{n} m_i y_i z_i)m_i z_i = 0 \tag{16}$$

在式(16)中，取i中的任意两个：s，t（$s \neq t$），则由式(16)得关于$\sum_{i=1}^{n} m_i y_i$，$\sum_{i=1}^{n} m_i y_i z_i$的齐次线性方程组：

$$\begin{cases} \lambda_F(\sum_{i=1}^{n} m_i y_i) + \lambda_M Z_s(\sum_{i=1}^{n} m_i y_i z_i) = 0 \\ \lambda_F(\sum_{i=1}^{n} m_i y_i) + \lambda_M Z_t(\sum_{i=1}^{n} m_i y_i z_i) = 0 \end{cases}$$

由于

$$\begin{vmatrix} \lambda_F & \lambda_M Z_s \\ \lambda_F & \lambda_M Z_s \end{vmatrix} = \lambda_F\lambda_M(z_t - z_s) \neq 0$$

故必有

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} m_i y_i = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_i y_i z_i = 0 \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

同理，由式(15)得

$$\left.\begin{aligned} & m_w l\sin\delta + m_{BI}r_{BI} + \sum_{i=1}^{n} m_i x_i = 0 \\ & \frac{k}{2}R_g R_0\sin\delta(m_p + m_{r1}) + [J_{zw} + \\ & (J_{xw} - J_{zw})\cos\delta]\sin\delta \\ & + m_{BI}r_{BI}z_{BI} + \sum_{i=1}^{n} m_i x_i z_i = 0 \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

将式(17)、(18)代入式(14)得$f = 0$，即若所加平衡重满足式(17)、(18)，则必有$|\bar{F}| = |\bar{M}| = 0$。

应该指出，震动力矩$\bar{M}$为零是在下述假定的条件下得到的:

i)均布多缸摆盘机，

ii)忽略连杆转动惯量，

iii)忽略平衡重转动惯量.

因此，震动力矩是近似的完全平衡.

由式（17）、（18）知，若主轴所加平衡重空间越大，则平衡重数n可越少，式（17）、（18）共有四个线性方程，故若所加平衡重的空间充分大，则只须加两个平衡重就能满足式（17）、（18）(因为两个平衡重的位置参数共有四个: x_1，x_2，y_1，y_2).

平衡准则: 我们把式（17)、(18）的联立称为空间 CSSRR—G 型摆盘发动机的动力平衡准则.

如前述，若所加平衡重的空间充分大，则只须取平衡重数$n=2$即可，若在式（17）中令$y_1=y_2=0$，则在式（18）中只须确定x_1，x_2即可，即所加的两个平衡重在XZ平面内. 由此，我们得出如下的推论:

平衡准则推论: 若所加平衡重的空间充分大，则只须在 XZ 平面内加两个平衡重就能使摆盘式发动机获得平衡.

参 考 文 献

〔1〕 金国光.多缸摆盘发动机的动力平衡研究（硕士学位论文）.北京航空学院.1988.1.

〔2〕 陈宁新.空间机构的动力平衡（博士学位论文）.北京航空学院.1984.1.

〔3〕 张启先.空间机构的分析与综合.上册，机械工业出版社.1984.

〔4〕 G.G.LOWEN. BALANCING OF LINKAGES- AN UPDATE. Mechanism and machine Theory, Vol.18, N0.pp.213-220, 1983.

Balancing of Spatial CSSRR—G Mechanism

Jin Guoguang Zhang Mingcheng

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: The present paper dealt with shaking force and shaking moment of spatial CSSRR—G mechanism——the wobble—plate engine. A balancing criterion is developed. According to this criterion, the shaking force and shaking moment of multi—cylinder wobble—plate engines can be obtained approximately complete balancing by two counterweights attached to the mainshaft.

Keywords: wobble—plate engine, shaking force, shaking moment, balancing criterion.