

# 偏心加载下确定混凝土应力 应变曲线的试验与电算方法\*

吕国斌 董玉熙

(郑州工学院土建系) (铁道部专业设计院)

**摘 要:** 历来混凝土的应力应变关系采用轴心加载试验取得。本文介绍一种新的方法: 偏心加载求应力应变曲线法。“偏心法”将试验、数学分析及电子计算机综合运用, 并已付之实践。“偏心法”取得的结果, 在曲线完善程度, 模拟压弯构件存在应变梯度等方面均优于“轴心法”所取得的结果。

**关键词:** 偏心加载, 混凝土, 应力应变, 试验

**中图分类号:** TU37

混凝土的应力应变关系, 是研究钢筋混凝土强度、裂缝和变形理论的重要依据之一。例如, 压弯构件受压区的混凝土在各受力阶段的应力分布变化规律、受弯构件的挠度或变形、超静定结构内力重分布的特性、塑性铰的极限转角、构件的恢复力特性和延性以及受多次反复荷载构件的疲劳强度和变形等, 都同混凝土的应力应变曲线有密切的关系。特别是近 10 多年来, 采用有限元法对钢筋混凝土结构进行非线性全过程分析, 在计算模型的基本假定中, 混凝土的应力应变曲线是首先应确定的因素之一。

以往, 混凝土的应力应变曲线, 一般均用棱柱体试件轴心加压方法求取。在原有的测试手段下, 使用这种方法仅能取得曲线的上升段, 如图 1 中 OA 段。但是随着科学的进步, 曲线的下降段越来越被科学家和工程师们所重视。另外, 试件用轴压得出的应力应变关系, 与受弯和压弯构件截面的应力应变关系是否一致, 也是学术界争论的一个问题。

Hognestad 认为轴压同压弯的应力应变关系基本上是一致的。Struman 认为偏压和轴压时的应力应变曲线, 在应力较大时, 两者就大不相同 (图 2)。试验与分析表明, 偏压的极限应力值约比轴压的相应值高 20% 左右, 相当于极限应力下的应变值, 约大 50% 左右。

---

\* 收稿日期: 1993-06-02

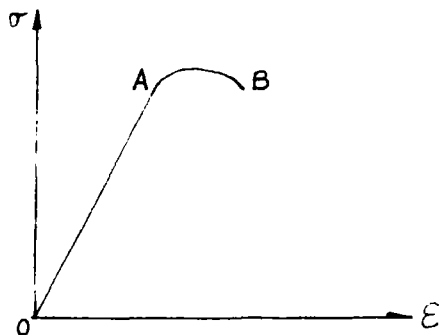


图1 应力应变曲线

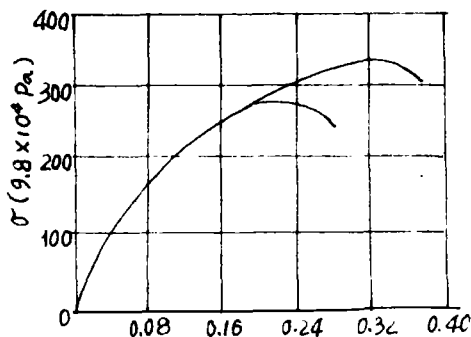


图2 轴压与偏压的应力应变曲线

实际上，压弯构件的受压区沿截面高度存在一定应变梯度，这种应变梯度反映出受压区不同高度上的纤维应变速度不同，因而应力应变关系与轴压是不同的。但是，由于偏压的应力应变关系难以确定，以往的许多极限强度理论中，对应力应变的假定，都是以混凝土轴压时的应力应变关系为基础（或作适当调整）而确定的。

对混凝土度件偏心加压，其应力应变关系之所以难以确定，在于：截面积为  $A$  的试件在受到偏心力  $P$  后，其两侧面的应变值虽可由应变仪量测出来，但其相应的应力值却既无仪器可测，又不能用  $P$  除以  $A$  的简单方法来确定。

电子计算机的应用给这一问题的解决提供了一个可能。经过探索，试验、数学分析和电子计算机三者的结合给人们导出了一个满意的答案。

## 1 试验方法

### 1.1 试验装置 (如图3)

棱柱体试件安放在底座上，试件顶面放一块厚约2—3cm之铁垫块，垫块之宽度比试件的边长小2cm左右，长度与试块边长相等。

试块的应变由千分表和电阻应变仪测出，二者互作校核，千分表和应变计布置在试件左右两侧，荷载值由压力机读出。

### 1.2 偏心距调整

垫块基本上如图3位置放好，垫块中心对准机头中心。略加一点荷载，观测二侧应变值，看小应变一侧是否受压并接近零。如产生较大拉应变或压应变，则对偏心距（试块位置）作相应调整。

### 1.3 读数

正式加载开始后，按荷载级别，例如  $P=2、4、6 (9.8 \times 10^3 \text{ N}) \dots\dots$ ，分别记录两侧相应的应变值，直至试块破坏。

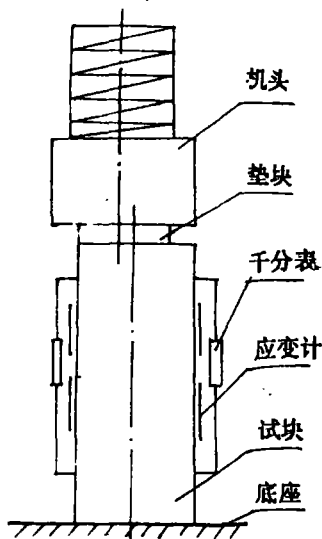


图3 试验装置

## 2 问题的核心——偏心加载下应力应变函数式的数学分析

在混凝土棱柱体试件偏心加载试验时, 荷载  $P$  及试件一侧大应变  $\varepsilon_B$  和另一侧小应变  $\varepsilon_A$  均可由仪表测出。但关键和困难在于: 相应于  $\varepsilon_B$  和  $\varepsilon_A$  之大应力 ( $\sigma_B$ ) 和小应力 ( $\sigma_A$ ) 究竟为多大? 这无法由简单计算直接得出。没有  $\sigma_B$  及  $\sigma_A$ , 应力应变曲线也就无法得到。为此, 我们探索了一种求取  $\sigma-\varepsilon$  曲线的新方法: “应力应变曲线电算拟合法”。设棱柱体内应变符合平截面假定。当荷载达到  $P$  时, 其应力应变图形如图 4 所示。 $\varepsilon_B$  为左侧大应变,  $\varepsilon_A$  为右侧小应变。 $\sigma_B$  为左侧大应力,  $\sigma_A$  为右侧小应力。

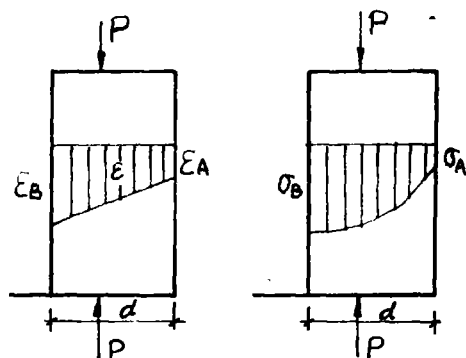


图4 棱柱体偏心加载时的应力应变关系

棱柱体内的应力分布为曲线形, 可用一多项式表示:

$$\sigma = f(\varepsilon) = a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^n \quad (1)$$

式中  $a_1$ 、 $a_2$  —— 待定系数

$n$  ——  $\varepsilon$  的特定方次, 取整数 ( $n=2, 3, \dots$ )。

根据内外力平衡的原理, 有:

$$P = \int_P \sigma \cdot dF \quad (2)$$

式中  $F$  —— 棱柱体截面面积,  $F = d \times b$ ,  $d$ 、 $b$  为棱柱体截面边长。

将(1)式代入(2)式, 并将棱柱体截面面积代入:

$$P = \int_0^d b(a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^n) dx \quad (3)$$

因为  $\varepsilon = \varepsilon_A + \frac{\varepsilon_B - \varepsilon_A}{d} x$  (4)

故将 (4) 式代入 (3) 式, 有:

$$P = \int_0^d b[a_1(\varepsilon_A + \frac{\varepsilon_B - \varepsilon_A}{d} x) + a_2(\varepsilon_A + \frac{\varepsilon_B - \varepsilon_A}{d} x)^n] dx \quad (5)$$

求出其积分结果, 得:

$$P = bd[\frac{a_1}{2}(\varepsilon_A + \varepsilon_B) + \frac{a_2}{(n+1)} \cdot \frac{(\varepsilon_B^{n+1} - \varepsilon_A^{n+1})}{(\varepsilon_B - \varepsilon_A)}] \quad (6)$$

移项得:

$$\frac{P}{bd} = \frac{\varepsilon_A + \varepsilon_B}{2} a_1 + \frac{\varepsilon_B^{n+1} - \varepsilon_A^{n+1}}{(n+1)(\varepsilon_B - \varepsilon_A)} \cdot a_2 \quad (7)$$

$$\text{令: } \bar{\sigma} = \frac{P}{bd} \quad (8)$$

$$K_1 = \frac{(\varepsilon_A + \varepsilon_B)}{2} \quad (9)$$

$$K_2 = \frac{\varepsilon_B^{n+1} - \varepsilon_A^{n+1}}{(n+1)(\varepsilon_B - \varepsilon_A)} \quad (10)$$

将 (8)、(9)、(10) 式代入 (7) 式, 则得:

$$\bar{\sigma} = K_1 a_1 + K_2 a_2 \quad (11)$$

分析 (11) 式,  $\bar{\sigma}$ 、 $K_1$  均可由实验数据计算得出, 在  $n$  预先设定的情况下,  $K_2$  也可计算出, 仅  $a_1$ 、 $a_2$  为未知数。从理论上讲, 要解出  $a_1$ 、 $a_2$  仅需二个方程, 但对每一个试件, 每次加载总要分为  $m$  级 ( $m > 2$ )。对于每一级荷载  $P_i$  总可测到一个大应变  $\varepsilon_{Bi}$  和一个小应变  $\varepsilon_{Ai}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ )。因此可得到  $m$  个方程:

$$\bar{\sigma}_i = K_{1i} a_1 + K_{2i} a_2 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (12)$$

这是一组二元一次联立方程, 但由于方程个数大于未知量数, 故称为矛盾方程组。利用手工解, 几乎是不可能的, 只有借助电子计算机了。

### 3 由棱柱体偏心压缩试验求算 $\sigma$ - $\varepsilon$ 曲线的电算方法及程序框图

上面已列出了由棱柱体偏心压缩试验求算  $\sigma$ - $\varepsilon$  曲线方程的方法。前面所列出的  $\sigma$ - $\varepsilon$  曲线方程为:

$$\sigma = f(\varepsilon) = a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^n \quad (13)$$

此式为 *Sandor Popovics* 所推荐, 但这是一个通过坐标零点的方程。实际上, 由于各种原因, 实验曲线不会正好通过坐标零点, 因此对实验数据作电算处理时, 应将 (13) 式改为:

$$\sigma = f(\varepsilon) = a_0 + a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^n \quad (14)$$

根据前面所列方法, 可推出如下公式:

$$\frac{P}{bd} = a_0 + a_1 \frac{\varepsilon_{Bi} + \varepsilon_{Ai}}{2} + a_2 \frac{1}{n+1} \cdot \frac{\varepsilon_{Bi}^{n+1} - \varepsilon_{Ai}^{n+1}}{\varepsilon_{Bi} - \varepsilon_{Ai}} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (15)$$

式中  $P_i$ —第  $i$  级的荷载值 (9.8N);

$b$ 、 $d$ —棱柱体试件截面的长与宽(cm);

$\varepsilon_{Bi}$ —第  $i$  级荷载作用下棱柱体应变较大一侧的应变值 ( $10^{-4}$ );

$\varepsilon_{Ai}$ —第  $i$  级荷载作用下棱柱体应变较小一侧的应变 ( $10^{-4}$ )。

一般, 加载级数  $m > 3$ , 故 (15) 式为一矛盾方程组, 对于矛盾方程组可利用最小二乘法求得最优解。

(15) 式适用于单个试件, 若对同一配方的混凝土棱柱体进行了若干个试件的试验,

为了求出这若干个试件的综合  $\sigma$ - $\varepsilon$  曲线方程, 可将 (15) 式变成.

$$\frac{P_{ij}}{b_j d_j} = a_0 + a_1 \frac{\varepsilon_{Bij} + \varepsilon_{Aij}}{2} + a_2 \frac{1}{n+1} \cdot \frac{\varepsilon_{Bij}^{n+1} - \varepsilon_{Aij}^{n+1}}{\varepsilon_{Bij} - \varepsilon_{Aij}} \quad (i=1, 2, \dots, m_j), (j=1, 2, \dots, k) \quad (16)$$

式中  $k$ —试件个数.

(15) 式及 (16) 式中  $n$  也为一未知数, 这可由试算法来选定, 即: 分别令  $n=2, 3, \dots$  逐次代入, 试算选出拟全精度最好的  $n$  值. 对后面所述混凝土试件经试算选定  $n=3$ .

电算程序框图, 见图 5.

## 4 方法的实践

偏心加载的应力应变曲线电算拟合法已被铁道部科学研究院多次用混凝土轨枕承载能力及混凝土材料的疲劳特性等研究项目中, 获得了满意的结果. 现将对“弦 69”型和“筋 69”型轨枕用的 500 号混凝土的部分试验结果简介如下:

试件所用混凝土材料为 525 普通硅酸盐水泥芦沟桥中砂, 粒径 5--25mm 碎卵石及普通饮用水, 配合比为 1:1.21:2.42, 水灰比 0.42, 塌落度 5mm 试件在试验室以钢模制作, 机器搅拌, 振动台振捣成型. 棱柱体尺寸  $100 \times 100 \times 300\text{mm}$ , 试块经 28d 标准养护后, 放置恒温室内. 200t 压力机作加载用. 为便于比较, 加载方式分轴心加载和偏心加载二种. 每种各三个试件.

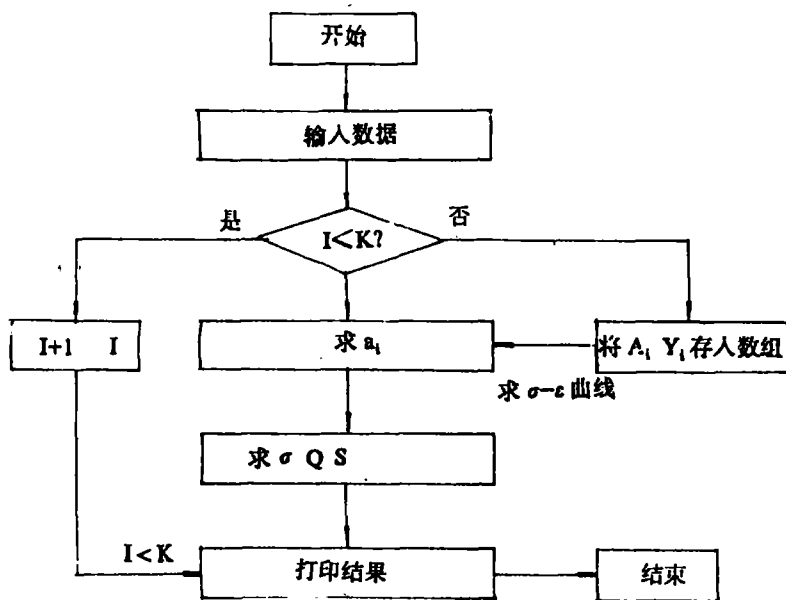


图 5 电算程序框图

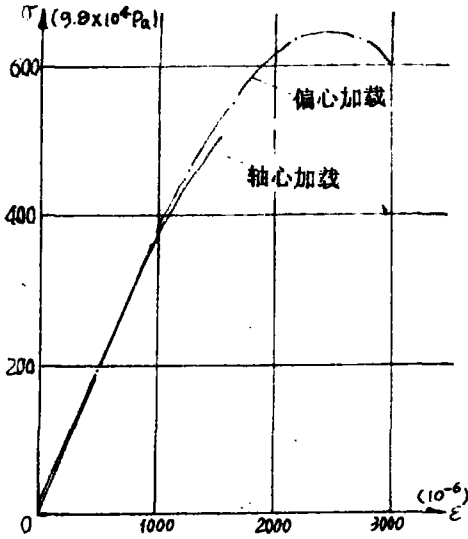


图 6 应力应变曲线

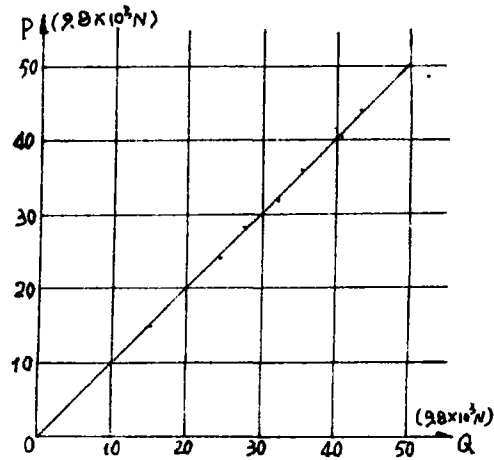


图 7 P-Q 曲线关系

表 1

原始数据			计算结果			
$\epsilon_A$ ( $10^{-4}$ )	$\epsilon_B$ ( $10^{-4}$ )	P ( $9.8 \times 10^3 \text{ N}$ )	Q ( $9.8 \times 10^3 \text{ N}$ )	P-Q	$\Delta = \frac{ P-Q }{P} (\%)$	$\sigma-\epsilon$ 公式
0.14	2.18	5	4.76	0.24		
0.53	4.53	10	10.11	0.11		
1.05	6.69	15	15.26	-0.26	4.3	
1.63	8.91	20	20.50	-0.50	1.1	
2.21	10.48	21	24.43	-0.43	1.73	
2.65	11.85	23	27.63	0.37	2.5	1.30
3.10	14.01	32	32.01	-0.04	1.79	0.33
3.32	16.03	36	35.57	0.43	1.32	1.3
3.60	19.12	40	40.40	-0.40	0.13	
3.88	21.20	44	42.43	0.57	1.19	
4.12	25.21	48	47.84	-0.16	1	
4.20	29.33	50	50.65	-0.65		

$$\sigma = 2 + 39.4\epsilon - 0.021\epsilon^3 (9.8 \times 10^4 \text{ Pa})$$

式中  $\epsilon$  以  $10^{-4}$  计

表 1 列出了偏心静压一个试件的试验数据及分析结果。

轴心静压试验参照《混凝土力学性能标准试验法》，由零开始缓慢加载至混凝土棱柱

体极限强度的 20% 左右, 然后卸载至零, 调整试件位置, 使棱柱体二侧变形基本相同, 再由零开始加载。荷载每上升 4—5 ( $9.8 \times 10^3 \text{N}$ ), 记取应变仪及千分表读数, 直至试件破坏。根据试验结果, 可绘制混凝土在轴心静压下的  $\sigma$ - $\varepsilon$  关系曲线, 如图 6。

偏心静压按前面所述方法, 加载至极限强度 20% 后卸载至零, 调整试件位置使加载过程中小应力一侧应变接近零。然后由零开始加载, 荷载每上升 4—5 ( $9.8 \times 10^3 \text{N}$ ), 分别量测大应力及小应力一侧应变值, 直至试件破损。经电算拟合后的偏心静压的  $\sigma$ - $\varepsilon$  曲线, 见图 6。

由  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$  和  $\varepsilon_A$ 、 $\varepsilon_B$  可根据公式:

$$Q = bd \{ a_0 + (\varepsilon_A + \varepsilon_B) \left[ \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{4} (\varepsilon_A^2 + \varepsilon_B^2) \right] \} \quad (17)$$

反算出计算荷载  $Q$ , 从图 7 可见,  $P$ 、 $Q$  线性相关。经计算, 相关系数  $\gamma = 0.9996$ 。

由图 6 可见, 低应力处, 曲线基本一致, 而高应力处, 曲线分开。偏心加载的极限应力可达到  $650(9.8 \times 10^4 \text{P}_a)$ , 相应的极限应变为  $2500 (10^{-6})$ , 而轴心加载的极限应力为  $500(9.8 \times 10^4 \text{P}_a)$ , 极限应变为  $1500 (10^{-6})$ 。偏心加载的极限应力比轴心加载高 30%, 极限应变高 60%。这和 Struman 的结论基本上是一致的。

由偏心加载的  $\sigma$ - $\varepsilon$  曲线可见, 曲线开始出现下降段, 并比轴心加载的长得多。

对试验过程进行分析: 偏压作用下, 混凝土试件的变形受应力梯度的影响, 当荷载较小时, 混凝土棱柱体横截面上的应力分布和应变分布一样为直线关系。偏压荷载超过轴压极限荷载 30% 左右时, 大应力一侧应变与荷载开始呈现非线性关系。随着力的增加, 细微裂缝开始出现, 并不断扩大、延伸, 大应力一侧边缘区域首先达到变形极限状态。但因小应力一侧应变值此时还很小, 混凝土试件截面大部分区域还未进入塑性变形阶段, 所以还有较高的承载能力。尽管加一侧已达到变形极限状态, 整个试件也不至于立即破损。这给测试人员创造了对试件进行测试和观察的充分条件。荷载的继续增加使试件的裂损由大应力一侧边缘向纵深发展。具有较高承载能力的区域越来越小, 达到变形极限状态的区域越来越大, 最后产生局部混凝土失稳, 试件呈脆性破坏。混凝土试件破坏荷载高达  $50 \times 9.8 \times 10^3 \text{N}$ , 最大应变可测到  $3000 \times 10^{-6}$  左右。

而轴心加载试验方法, 由于二侧的应力应变同步发展, 荷载增大到一定阶段时整个试件同时达到变形极限状态 ( $\varepsilon = 1600 \times 10^{-6}$  左右), 试件立即呈脆性破坏, 破坏荷载约为  $36 \times 9.8 \times 10^3 \text{N}$  左右。

## 5 结束语

根据以上研究结果表明, 偏心加载和轴心加载所得  $\sigma$ - $\varepsilon$  曲线尽管低应力处相同, 但在高应力处有显著差异, 并且偏载曲线更加完美。因此笔者认为, 对于受弯或弯压构件, 以及考虑构件的塑性变形等条件时, 应用偏心加载得出的应力应变曲线更为适宜和符合实际。

作为方法一“偏心法”在某些方面比“轴心法”更优, 是值得推广的。但该法包括试验手段、数学分析和电算的综合运用。“偏心法”之能够予以实现, 其关键是电子计算机的应

用。当前,电子计算机已相当普及,因此,“偏心法”的推广在技术设备上也是毫无问题的。

### 参 考 文 献

- (1) 曹居易. 混凝土的应力应变关系, 四川建筑科学研究. 1979. 第1期.
- (2) SANDOR POPOVICS. A Review of Stress Strain Relationships for Concrete. ACI Journal. March 1970.

## Test and Computer Method to Define The Stress-strain Curve of Concrete By Bias-Load

Lu Guobin

Dong Yuxi

(Zhengzhou Inst. of Tech.)(Speciality Design Inst. of the Ministry of the Railway)

**Abstract:** Through the years, the stress-strain relation of concrete is obtained by axis-load test. In this paper, a new method is presented which seeks the solution of stress-strain curve by bias-load. The "bias-method" is used with the test, mathematical analysis and electronic computer and is already practised. The result of the "bias-method" prevails over of "axis method" in field of perfect extent of curve and of simulating the compress-mend members to have strain gradient.

**Keywords:** bias-load, concrete, stress-strain, test

(上接 92 页)

## Anyang River Regimen Auto-telemetry And Forecasting System

Zhang Taishan

Xu Xiaosheng

(Anyang Municipal Water Conservancy Bureau) (Zhengzhou Institute of Technology)

**Abstract:** Flood control of Anyang River is difficult because its slope is steep, its current velocity is high, its converge is quick and its foresee period is short. To grasp regimen and rainfall upper reaches of river in time, to prolong foresee period of validity of flood, to take measurement of flood control as possible as in time and to cut down calamity damage of flood lower reaches of river, the regimen auto-telemetry and forecasting system has been manufactured for three years and moves reliably. In this paper, design idea, compose and working method of this system is introduced in detail. A good example is presented to take nonengineering measurement flood control for other middle and little river basin.

**Keywords:** River, Regimen, Telemeter, Forecast, Flood