关于模糊矩阵方程的一种计算机解法*

杨金才 赵万忠

(郑州工学院数理力学系)

摘 要: 本文对文献[1]提出的模糊矩阵方程解法编制出计算程序，实现了用计算机解模糊矩阵方程的目的，实例表明这种计算机解法既准确又十分快捷。

关键词: 最大解，极小解，极小解矩阵。

中图分类号: TP39: 0159

模糊矩阵方程的求解问题，无论在理论上或在实用上都是极有意义的事。模糊矩阵方程解的结构是

$$R=\bigcup_{i=1}^{l}\{\underset{\sim}{X}\mid \underset{\sim}{X}_i\subseteq \underset{\sim}{X}\subseteq \underset{\sim}{C}\}$$

其中，$\underset{\sim}{C}$是该模糊矩阵方程的最大解，$\underset{\sim}{X}_1$，$\underset{\sim}{X}_2$，……，$\underset{\sim}{X}_l$是该模糊矩阵方程的全部极小解。然而，众所周知，求模糊矩阵方程的全部极小解是一个非常繁锁的过程，技巧性强，耗时多，而且容易出错。目前尚无较简明的方法。

本文根据文献[1]提出的模糊矩阵方程解法，结合现代计算机的特点，给出了一种简明快捷的计算程序。使模糊矩阵方程的求解问题在计算机上得到实现，从而为求解模糊矩阵方程开辟了新途径。

1 模糊矩阵方程解法简介

对于给定的模糊矩阵方程 $\underset{\sim}{R}\circ\underset{\sim}{X}=\underset{\sim}{S}$ (△)

其中$\underset{\sim}{R}=(r_{ij})_{m\times n}$，$\underset{\sim}{X}=(x_1, x_2, \cdots\cdots x_n)^T$，$\underset{\sim}{S}=(s_1, s_2, \cdots s_m)^T$。

文献[1]给出了如下求解步骤:

(1) 计算$\underset{\sim}{C}=(C_1, C_2, \cdots C_n)^T$。其中，$C_j=\wedge\{s_i|s_i<r_{ij}\}$，$j=1, 2, \cdots n$。并约定$\wedge\varphi=1$ 。

* 收稿日期: 1992-10-19

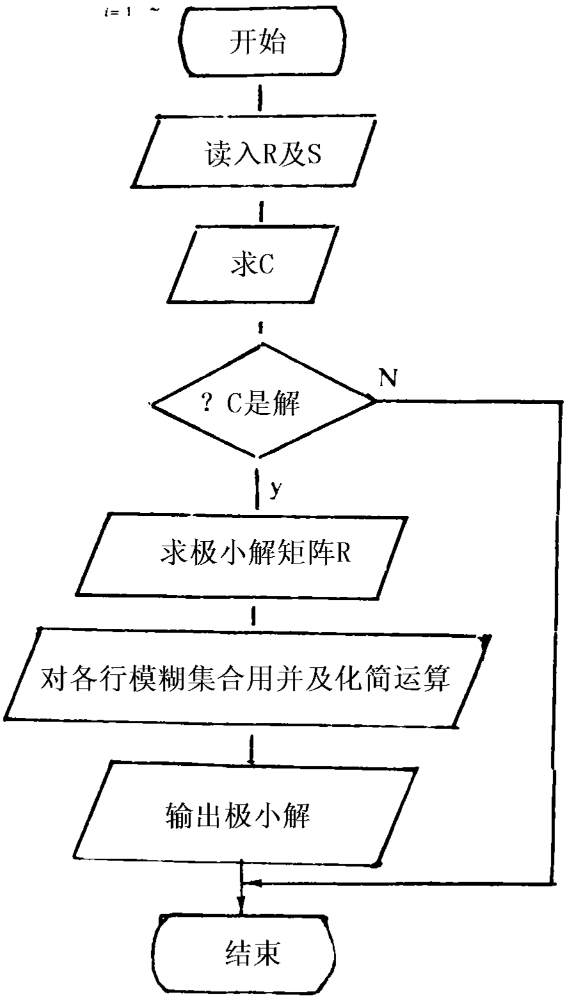
(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

（2）验证$\underset{\sim}{C}$是否为(△)的解。若$\underset{\sim}{C}$是(△)的解，则$\underset{\sim}{C}$必是(△)的最大解，若$\underset{\sim}{C}$不是(△)的解，则(△)无解，从而计算结束。

（3）求极小解矩阵$\underset{\sim}{R}^{*}=(r_{ij}^{*})_{m\times n}$。其中，
$$r_{ij}^{*}=\begin{cases}s_i & r_{ij}\wedge C_j\geqslant s_i\\ 0 & r_{ij}\wedge C_j< s_i\end{cases}$$

易见$\underset{\sim}{R}^{*}$的任何第i行的每个$r_{ij}^{*}=s_i$都代表(△)的第i个“∧、∨”方程的一个含于$\underset{\sim}{C}$的极小解$\underset{\sim}{x}_{ij}=\frac{s_i}{j}$。因此，$\underset{\sim}{R}^{*}$的每一行自然形成一个行模糊集组合。

（4）对诸行模糊集组合作并及化简。则$R^{*}=\bigcup_{i=1}^{m}[\underset{\sim}{R}^{*}$的第$i$行模糊集组合]最简化后的诸项就是(△)的全部极小解。



这里的所谓化简，就是删除R^{*}中的重复项及具有包含关系中的较大项。

（5）写出(△)的全部解。
$$R=\bigcup_{i=1}^{l}\{\underset{\sim}{X}|\underset{\sim}{X}_i\subseteq \underset{\sim}{X}\subseteq \underset{\sim}{C}\}$$

其中，$\underset{\sim}{C}$是(△)的最大解，$\underset{\sim}{X}_1$，$\underset{\sim}{X}_2$，……，$\underset{\sim}{X}_l$是(△)的全部极小解。

这个解法思路清晰，结构分明，而且大部分属于重复运算。这些特点有利于编制计算程序。为用计算机解题提供了方便条件。

2　关于计算程序

这里我们略去具体计算程序。但给出如下说明。

（1）流程图

（2）本程序由一个主程序和三个子程序组成。

主程序用来输入与输出数据及组织调用各子程序。采用格式输出，有汉语拼音提示。

第一子程序用来求$\underset{\sim}{C}$及$\underset{\sim}{R}^{*}$，并检验$\underset{\sim}{C}$是否为(△)的解，若$\underset{\sim}{C}$是(△)的解，则C就是(△)的最大解，若$\underset{\sim}{C}$不是(△)的解，则(△)无解，停机。

第二子程序用来对$\underset{\sim}{R}^{*}$的诸行模糊集组合进行并运算。

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

第三子程序用来对每次并后的化简。

为了便于计算，我们把极小解矩阵各非零元转化为 N 维模糊向量，按顺序存贮到一维数组中，然后通过三个转换变量 k_1、k_2、k_3 控制下标，进行并运算，同时调用第三子程序随并随化简。

3 算例

利用上述程序算了许多题日，均迅速得到了正确的结果，下面仅列出两个例子

（1）求解模糊矩阵方程

$$(x_1 \quad x_2 \quad x_3)\begin{bmatrix} 0.5 & 0.7 & 0.9 \\ 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.2 & 0.1 & 0.7 \end{bmatrix} = (0.3 \quad 0.6 \quad 0.7)$$

化为标准型

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.7 & 0.4 & 0.1 \\ 0.9 & 0.5 & 0.7 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.6 \\ 0.7 \end{bmatrix}$$

输入数据格式为

$$\left.\begin{matrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.7 & 0.4 & 0.1 \\ 0.9 & 0.5 & 0.7 \end{matrix}\right\} \text{模糊矩阵} R$$

$$0.3 \quad 0.6 \quad 0.7 \text{————右端项} S$$

输出结果是…………WuJie………………经验证，解答完全正确。

（2）求解模糊矩阵方程

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.5 & 0.4 & 0.5 & 0.5 \\ 0.1 & 0.5 & 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.8 & 0.3 & 0.4 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 & 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.9 & 0.5 \\ 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.6 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.2 & 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0.3 & 0.1 & 0.3 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.8 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

这个模糊矩阵方程阶数并不算很高，但运算起来很复杂。把 R^* 的诸行模糊集合作并有 1152 项（即 1152 个拟极小解）。但经筛选它只有 23 个极小解，这中间的工作量有多么大是可想而知的。而且稍不小心前功尽弃。可使用我们的程序，在计算机上仅需一两秒钟，并且准确无误。

输入数据格式为

$$\left.\begin{matrix} 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.5 & 0.4 & 0.5 & 0.5 \\ 0.1 & 0.5 & 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.8 & 0.3 & 0.4 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 & 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.9 & 0.5 \\ 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.6 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.2 & 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0.3 & 0.1 & 0.3 \end{matrix}\right\} \text{模糊矩阵} \underset{\sim}{R}$$

$$0.5\ \ 0.5\ \ 0.5\ \ 0.5\ \ 0.8\ \ 0.3 \text{------ 右端项} \underset{\sim}{S}$$

输出结果

$$ZuiDaJie \quad \underset{\sim}{C} = (0.8\ \ 1.0\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.8)^T$$

Ji Xiao Jie Shu $NJ = 23$

Fang Cheng Ji Xiao Jie

$$\underset{\sim}{x}_1 = (0.8\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0)^T$$

$$\underset{\sim}{x}_2 = (0.8\ \ 0.3\ \ 0.0\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0)^T$$

$$\underset{\sim}{x}_3 = (0.5\ \ 0.5\ \ 0.8\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0)^T$$

$$\underset{\sim}{x}_4 = (0.5\ \ 0.3\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0)^T$$

$$\underset{\sim}{x}_5 = (0.0\ \ 0.5\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0)^T$$

$$\underset{\sim}{x}_6 = (0.0\ \ 0.3\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.5\ \ 0.0)^T$$

$$\underset{\sim}{x}_7 = (0.5\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.8\ \ 0.0\ \ 0.0)^T$$

$$\underset{\sim}{x}_8 = (0.0\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.5\ \ 0.8\ \ 0.0\ \ 0.0)^T$$

$$\underset{\sim}{x}_9 = (0.8\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.5\ \ 0.3\ \ 0.0\ \ 0.0)^T$$

$$\underset{\sim}{x}_{10} = (0.5\ \ 0.0\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.3\ \ 0.0\ \ 0.0)^T$$

$$\underset{\sim}{x}_{11} = (0.0\ \ 0.0\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.3\ \ 0.5\ \ 0.0)^T$$

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$\underset{\sim}{x}_{12} = (0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.8\ \ 0.0\ \ 0.5)^T$

$\underset{\sim}{x}_{13} = (0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.5\ \ 0.8\ \ 0.0\ \ 0.0)^T$

$\underset{\sim}{x}_{14} = (0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.5\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.0)^T$

$\underset{\sim}{x}_{15} = (0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.5\ \ 0.8\ \ 0.0\ \ 0.5)^T$

$\underset{\sim}{x}_{16} = (0.8\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.5)^T$

$\underset{\sim}{x}_{17} = (0.8\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.3)^T$

$\underset{\sim}{x}_{18} = (0.5\ \ 0.0\ \ 0.8\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.5)^T$

$\underset{\sim}{x}_{19} = (0.5\ \ 0.0\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.3)^T$

$\underset{\sim}{x}_{20} = (0.0\ \ 0.0\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.5\ \ 0.3)^T$

$\underset{\sim}{x}_{21} = (0.0\ \ 0.0\ \ 0.8\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.5)^T$

$\underset{\sim}{x}_{22} = (0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.8)^T$

$\underset{\sim}{x}_{23} = (0.0\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.5\ \ 0.0\ \ 0.0\ \ 0.8)^T$

参 考 文 献

1 赵万忠．闫家杰．模糊数学讲义．郑州工学院．1991.10.

2 黄克中．毛善培．随机方法与模糊数学应用．同济大学出版社．

On the solving process og fuzzy matrix equation for computer

Yang Jincai Zhao Wanzhong

(Zhenzhou Instutute of technology)

Abstract: According to the solving process of fuzzy matrix equation by bibliography[1], this paper presents a method being suitable for computer, and gives the corresponding calculator program.

Keywords: maximum solution, minimal solution, minimal salution matrix.

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net