第15卷 第2期　　郑州工学院学报　　Vol.15 No.2
1994年 6 月　　Journal of Zhengzhou Institute of Technology　　Jun. 1994

离心分离设备中微粒沉降运动分析*

王德耕

(郑州工学院化工系)

摘　要: 本文通过分析离心力场中微粒沉降运动的特点，指出了被广泛用于离心分离设备计算的沉降速度式分析与推导中的错误；导出了理想离心力场中微粒沉降速度解，给出了简化计算式及简化判据。结果表明，被广泛采用的计算式仅是上述理论解在一定约束条件下的简化式。

关键词: 离心沉降,离心分离、沉降速度

中图分类号: TQ01

在化学工业中，固体颗粒的分离对产品生产、催化剂回收、环境保护是十分重要的，特别是近年来超细粉体的制备与分离已成为化工研究与生产的热点。离心分离设备（如离心机、旋风、旋液分离器、气流粉碎分级机等）具有分离粒径小，效率高，单位体积处理量大等特点，被广泛用于气固、液固体系微小固体颗粒的分离。颗粒沉降速度是决定离心分离设备分离粒径和分离效率的重要因素，本文将就离心沉降分析计算中存在的问题及解法进行研讨。

1　离心沉降分析

在国内外一些化学工程论著中[1~4]，是基于下述分析来建立沉降速度计算式的：微小颗粒在重力场或离心力场作用下加速沉降时间很短便达到终端沉降速度，即作用在颗粒上的推动力与形体阻力（曳力）及浮力达到了平衡（或准平衡），颗粒所受净力可视为零，由此导出沉降速度式（也即终端沉降速度式）。这种分析以及导出的计算公式已被国内化工原理教材所普遍承认和采纳。

对于重力沉降，上述分析是正确的。由于重力加速度恒定，颗粒沉降中若曳力与浮力之和恰等于重力时，净力为零，颗粒恒速运动，曳力不再变化，这一力的平衡态便可维持下去。若初始沉降速度为零，则曳力为零、颗粒加速运动、速度增加，曳力增加，净力减小。净力减至零时即达终端沉降速度。理论上只有时间趋于无穷时净力为零。但对小颗粒而言，可以证明，达到准平衡（即净力减小至可略时）状态所需时间是很短的。对于离心

* 收稿日期：1994-02-26

沉降而言，由于离心加速度不是恒定值，而是距离的函数，因此离心沉降中永远不存在平衡态或准平衡态，除非阻力（曳力与浮力）也是距离的函数且与离心力函数式相同。这显然是不可能的。因此，由平衡或准平衡的观点建立离心沉降速度式是不正确的，这一点可简单证明如下:

假设作用在颗粒上的径向净力为零。则由此导出的沉降速度式中不论哪个流区，必包含有离心加速度，也即沉降速度 u_r 是距离的函数，而径向加速度为

$$\frac{du_r}{dt}=u_r\frac{du_r}{dr}$$

因$\frac{du_r}{dr}\neq 0$，故$\frac{du_r}{dt}\neq 0$且为距离之函数。这说明颗粒径向恒受力。若离心旋转角速度恒定，则$\frac{du_r}{dt}$将随径向距离增加而增加，即净力一直在增加。这些结论与推导 u_r 时的假设（力平衡）矛盾。

2 微粒离心沉降速度解

因离心分离设备分离的颗粒很微小，其切割颗径（或临界粒径）更小，故形体阻力的计算设在 Stokes 区。

现假设球形颗粒在角速度恒定的理想离心力场中自由沉降且处于 Stokes 阻力区。颗粒所受曳力为 $3\pi\mu du_r$，离心力与离心力场浮力之差为$\frac{\pi}{6}d^3(\rho_s-\rho)$、则颗粒径向受力方程为

$$\frac{\pi}{6}d^3\rho_s\frac{du_r}{dt}=\frac{\pi}{6}d^3(\rho_s-\rho)\omega^2 r-3\pi\mu du_r \tag{1}$$

考虑初始条件，并将$u_r=\frac{dr}{dt}$代入上式,有

$$\begin{cases}\dfrac{d^2r}{dt^2}=(1-\dfrac{\rho}{\rho_s})\omega^2 r-\dfrac{18\mu}{\rho_s d^2}\ \dfrac{dr}{dt}\\[2ex] r|_{t=0}=r_1\ ,\ \dfrac{dr}{dt}\Big|_{t=0}=u_{r1}\end{cases} \tag{2}$$

令 $R=r/r_1$、$\theta=\omega t$、$R_{es}=\frac{\rho_s d^2\omega}{\mu}$ 将式(2)无因次化

$$\begin{cases}\dfrac{d^2R}{d\theta^2}=(1-\dfrac{\rho}{\rho_s})R-\dfrac{18}{R_{es}}\ \dfrac{dR}{d\theta}\\[2ex] R|_{\theta=0}=1\ 、\ \dfrac{dR}{d\theta}\Big|_{\theta=0}=\dfrac{u_{r1}}{\omega r_1}\end{cases} \tag{3}$$

对式(3)进行 Laplace 变换后有

$$S^2\bar{R}(S)-S-\frac{u_{r1}}{\omega r_1}=(1-\frac{\rho}{\rho_s})\bar{R}(s)-\frac{18}{R_{es}}[S\bar{R}(s)-1]$$

$$\bar{R}(s)=\frac{S+\frac{18}{R_{es}}+\frac{u_{r1}}{\omega r_1}}{S^2+\frac{18}{R_{es}}S-(1-\frac{\rho}{\rho_s})}$$

对上式逆变换后得

$$R=[ch(\frac{9\sqrt{A}}{R_{es}}\theta)+\frac{1}{\sqrt{A}}(1+\frac{R_{es}}{9}\ \frac{u_{r1}}{\omega r_1})sh(\frac{9\sqrt{A}}{R_{es}}\theta)]\exp(-\frac{9}{R_{es}}\theta)$$

即

$$r=r_1[ch(\frac{9\sqrt{A}}{R_{es}}\theta)+\frac{1}{\sqrt{A}}(1+\frac{R_{es}}{9}\ \frac{u_{r1}}{\omega r_1})sh(\frac{9\sqrt{A}}{R_{es}}\theta)]\exp(-\frac{9}{R_{es}}\theta) \tag{4}$$

式中

$$A=1+(1-\frac{\rho}{\rho_s})(\frac{R_{es}}{9})^2$$

对t求导后有

$$u_r=[\frac{1}{\sqrt{A}}(\frac{d^2(\rho_s-u)\omega^2 r_1}{9\mu}-u_{r1})sh(\frac{9\sqrt{A}}{R_{es}}\theta)+u_{r1}ch(\frac{9\sqrt{A}}{R_{es}})]\exp(-\frac{9}{R_{es}}\theta) \tag{5}$$

式(4)、（5）加上使用条件（Stokes阻力区）

$$R_{eo}=\frac{\rho d u_r}{\mu}<1$$

就构成了球形颗粒在理想离心力场中处于 Stokes 区时的沉降速度、距离的计算式。当考虑形状因子后，所建立的计算式可推广应用到非球形颗粒沉降的计算。对于角速度与距离有关的离心力场可应用式（4）、（5）采取分段计算方法计算。

3　沉降速度的简化计算式

若初始沉降速度u_{r1}为零,式(4)、(5)化为

$$r=r_1[ch(\frac{9\sqrt{A}}{R_{es}}\theta)+\frac{1}{\sqrt{A}}sh(\frac{9\sqrt{A}}{R_{es}}\theta)]\exp(-\frac{9}{R_{es}}\theta) \tag{6}$$

$$u_r=\frac{d^2(\rho_s-\rho)\omega^2 r_1}{9\mu\sqrt{A}}sh(\frac{9\sqrt{A}}{R_{es}}\theta)\exp(-\frac{9}{R_{es}}\theta) \tag{7}$$

就数学形式而言，因

$$\lim_{x\to\infty}\frac{sh(x)}{ch(x)}=1$$

故结合式(6)、(7)有

$$u_r=\frac{d^2(\rho_s-\rho)\omega^2 r}{9\mu(\sqrt{A}+1)}\qquad(\theta\to\infty)\tag{8}$$

因$\theta\to\infty$时Stokes阻力式不成立，故若使用式（8），既应使θ足够大，又需满足$R_{eo}<1$的条件。当x为4.5时$sh(x)$与$ch(x)$已足够接近，据此写出简化式及使用约束条件

$$\begin{cases}u_r\approx\dfrac{d^2(\rho_s-\rho)\omega^2 r}{9\mu(\sqrt{A}+1)}\\ R_{eo}<1,\ \theta>0.5R_{es}/\sqrt{A}\end{cases}\tag{9}$$

又若$(1-\rho/\rho_s)R_{es}^2\to 0$, $\sqrt{A}\to 1$。依据$(1-\rho/\rho_s)R^2<10^{-3}$作为简化判据，则式(9)进一步简化为

$$\begin{cases}u_r\approx\dfrac{d^2(\rho_s-\rho)\omega^2 r}{18\mu}\\ R_{eo}<1,\ \theta>0.5R_{es}/\sqrt{A},\ (1-\rho\rho_s)R_{es}<10^{-3}\end{cases}\tag{10}$$

式（10）与假设颗粒上的作用力平衡或接近平衡并且处于斯托克斯区（$R_{eo}<1$）的条件下导出并被广泛采用的计算式相同。之所以出现这种巧合，由式（10）使用判据即知。当颗粒足够小，时间足够长时，虽然颗粒所受净力随时间增加而增加，但离心力与阻力也在增加，当两者之差（净力）的数量级远小于两者本身的数量级时，净力项可略，即可导出式（10）。故式（10）可以量级分析说明，而不能用力平衡或接近平衡的假定来建立。

式（10）的使用约束条件颇多，应用时应慎重。但对一般离心分离设备的操作性质而言，微米以下尺寸的颗粒，短时沉降后，即可满足式（10）的使用条件。而对10微米量级以上的颗粒，则需计算验证是否满足式（10）的使用条件。

4 结语

本文导出了微粒沉降运动的计算式及简化式。给出了简化式的使用条件。这些结果可用于离心分离设备中微粒沉降速度、距离的计算从而达到计算分离粒径、分离效率的目的。

本文的推导结果表明，被广泛采用的微粒沉降速度式，是严格理论解的简化式，其使用约束条件较多，应用时应满足所给出的这些条件。

符号说明

d—颗粒直径，m	u_r—径向运动速度,m/s
m—颗粒质量,kg,	u_{r1}—初始沉降速度,m/s
R—无因次距离	ρ—流体密度,kg/m^3
R_{eo}—颗粒沉降Reynolds数	ρ_s—颗粒密度,kg/m^3

R_{es}—颗粒特征Reynlods数　　ω—旋转角速度,$1/s$

r_1—颗粒初始径向距离,m　　μ—流体粘度,$Pa\cdot s$

r—颗粒运动径向距离,m　　θ—无因次时间

t—时间,s

参 考 文 献

1 Coulson J M, Richardson J F. Chemical Engineering. Third Edition. Pergamon Press.1978

2 Ladislov Svarovsky. Solid--Liquid Separation. Secend Edition. London Boston Durban Sydney Toronto Wellington. 1981

3 化学工程手册编辑委员会.化学工程手册.第五卷.化学工业出版社.1989

4 孙启才、金鼎五.离心机原理结构与设计计算。机械工业出版社.1987

Theoretical Analyses On The Movement of Partical In Centrifugal Separation

Wang Degeng

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: Theoretical analyses on the movement of the partical in the centrifugal field are given. The equations and their simplified forms of centrifugal settling in Stokes region are given. It is pointed out that an existent notion in centrifugal settling analyses is incorrect and the equation related to the notion is one of the result of this paper in some restrictive condition.

Keywords: Settling velocity, Centrifugal settling, Centrifugal separtion