第15卷 第4期 郑州工学院学报 Vol.15 No.4
1994年 12 月 Journal of Zhengzhou Institute of Technology Dec. 1994

弃七．十一与十三验算法*

杨金陵 侯双根

(郑州工学院数力系) (安阳大学)

摘 要: 本文用初等数论的有关性质，建立了弃十一、弃七与弃十三等三种四则运算验算法，它们比通常的弃九法具有一定的优点。

关键词: 弃十一法，弃七法，弃十三法，弃九法，等式

中图分类号: O156

四则运算在实际中应用很广泛，因而验证运算结果是否正确就非常重要，除了弃九法[1]外，本文建立了弃十一、弃七与弃十三等三种新的验算法。

1 性质与证明

对任意（十进制）正整数 $a=a_n\ a_{n-1}\ a_{n-2}\cdots\cdots a_3\ a_2\ a_1$

其中 a_1，a_2，a_3，……分别表示 a 的个位数字，十位数字，百位数字，……，有

① $a\equiv f_1(a) \pmod{11}$

② $a\equiv f_2(a) \pmod{7}$

③ $a\equiv f_3(a) \pmod{13}$

此处 $f_1(a)=a_1-a_2+a_3-A_4+\cdots\cdots$,

$f_2(a)=(a_1-a_4+a_7-\cdots\cdots)+3(a_2-a_5+a_8-\cdots\cdots)+2(a_3-a_6+a_9-\cdots\cdots)$,

$f_3(a)=(a_1-a_4+a_7-\cdots\cdots)-3(a_2-a_5+a_8-\cdots\cdots)-4(a_3-a_6+a_9-\cdots\cdots)$

证明 $a=a_1+10a_2+\cdots\cdots+10^{n-1}a_n=a_1+(11-1)a_2+(11-1)^2a_3+\cdots\cdots+(11-1)^{n-1}a_n$

弃去 11 的倍数即得①

同理 $a=a_1+(7+3)a_2+(7+3)^2a_3+\cdots\cdots+(7+3)^{n-1}a_n$

$a=a_1+(13-3)a_2+(13-3)^2a_3+\cdots\cdots+(13-3)^{n-1}a_n$

分别弃去 7 及 13 的倍数，经整理即得②与③

---

* 收稿日期: 1993-06-26

2　推论与验算法

设正整数　$A=a_la_{l-1}\cdots\cdots\cdots a_2a_1$;

$B=b_mb_{m-1}\cdots\cdots\cdots b_2b_1$;

$C=c_nc_{n-1}\cdots\cdots\cdots c_2c_1$.

根据前面结果可得：

$A\equiv f_1(A) \pmod{11}$,　　$f_1(A)\equiv f_1^{(2)}(A) \pmod{11}$,

$f_1^{(2)}(A)\equiv f_1^{(3)}(A) \pmod{11}$、……;

其中 $f_1^{(k)}(\ \ )=\underbrace{f_1\{f_1[\cdots(f_1(\ \ ))]\}}_{k\text{个}}$，k 为正整数，即 $f_1^{(k)}(\ \ )$是法则 $f_1(\ \ )$重复应用 k 次，

特别地，$f_1^{(1)}(\ \ )=f_1(\ \ )$，$f_2^{(k)}(\ \ )$与 $f_3^{(k)}(\ \ )$的含义类似 $f_1^{(k)}(\ \ )$，由此可知，当 A+B＝C 成立时，有　$f_1(A)+f_1(B)\equiv f_1(C) \pmod{11}$4

一般地也有(1) $f_1^{(p)}(A)+f_1^{(q)}(B)\equiv f_1^{(r)}(C) \pmod{11}$,

同理可得　(2) $f_2^{(p)}(A)+f_2^{(c)}(B)\equiv f_2^{(r)}(C) \pmod{7}$,

(3) $f_3^{(p)}(A)+f_3^{(q)}(B)\equiv f_3^{(r)}(C) \pmod{13}$

根据以上讨论知道，当（1)，(2)，(3）中任何一个等式不成立时，可以肯定，$A+B\neq C$。如果（1）[或（2)，(3）]成立时，那么 A+B＝C 也是成立的，因此就可用这种方法来验证加法运算的正确性。

又当 A× B＝C 成立时，也有

(4)　$f_1^{(p)}(A)\times f_1^{(q)}(B)\equiv f_1^{(r)}(C) \pmod{11}$,

(5)　$f_2^{(p)}(A)\times f_2^{(q)}(B)\equiv f_2^{(r)}(C) \pmod{7}$,

(6)　$f_3^{(p)}(A)\times f_3^{(q)}(B)\equiv f_3^{(r)}(C) \pmod{13}$

由此可知，当（4)，(5)，(6）中任何一个等式不成立时，可以肯定 $A\times B\neq C$，如果(4) [或（5)，(6）]成立时，那么 A× B＝C，也是成立的，因此就可用这种方法来验证乘法运算的正确性。

对于（1)，(2)，(3）及（4)，(5)，(6)，不难推广到有限个数目相加及相乘的情况。此外，对于加法的逆运算减法，乘法的逆运算除法，也容易得到与（1)，(2)，(3）及（4)，(5)，(6）平行的结果

3　验算举例

例 1　验算　57824＋ 45567－ 8637＝ 94754　　　　（＊）

解: 因为 $f_1(57824)=4-2+8-7+5=8$

$f_1(45567)=5$, $f_1(8637)=2$

应用法则 $f_1(\ )$ 于(*)式左端得 $8+5-2=11$

而(*)式右端之 $f_1(94754)=11$

所以据弃十一法知(*)正确

例2 验算 $1358\times 2998=4071284$ (**)

解: ∵ $f_1(1358)=5$, $f_1(2998)=6$, $f_1(4071284)=8$.

又 ∵ $5\times 6\equiv 8 \pmod{11}$

即 $f_1(1358)\times f_1(2998)\equiv f_1(4071284) \pmod{11}$

∴ (**)正确。

注: 上述两例也可用弃七，弃十三法进行验算。

4 结束语

本文所讨论的三种验算法是平行的，其中以弃十一法为最方便。值得说明的是弃十一法比常用的弃九法还具有以下优点。第一，应用法则 $f_1(\ )$ 得到的最初数值一定比用弃九法得到的最初数值小得多；第二，弃九法对与算式正确答案的数字相同而顺序相异的错误均验证不出来。对运算结果是两位数的算式，凡弃九法验证不出的错误，应用法则 $f_1(\ )$ 一定能查出错误来，对运算结果是两位数以上的算式，弃九法有时验证不出的错误，应用法则 $f_1(\ )$ 可很快发现。如 $3254\times 178=572912$?（正确的结果是 579212），用弃九法验证查不出此错误，而用弃十一法验证立即知道该例运算结果是错误的。

参考文献

1 陈景润.初等数论I.科学出版社.1978

2 数学手册编写组编.数学手册.人民教育出版社.1979

Methods of Discarding Seven, Eleven and Thirteen

Yang Jinling Hou Shuanggen

(Zhengzhou Institute of Technology) (Anyang University)

Abstract: By using some properties of elementary number theory, this paper builds three kinds of new methods on the checking of the results of four arithmetic operations.

Keywords: Method of discarding eleven, seven, thirteen, nine, Equality