第17卷 第2期 郑州工学院学报 Vol.17 No.2.
1996年 6 月 Journal of Zhengzhou Institute of Technology Jun. 1996

数值求解 Abel 积分方程的正则化方法*

蒋慧琴 许雅静 原新凤

(郑州工学院数力系 450002) (河南轻工职大 450002) (河南纺织高等专科学校 450052)

摘 要: 本文对一类有较强应用背景的Abel型积分方程进行了研究，指出了这类积分方程对一定空间对的不适定性，并采用 Tikhonov 正则化方法得到了问题的稳定的数值解。这种方法易于在计算机上实现。

关键词: Abel 型积分方程；正则化方法；正则化解

中图分类号: O175

1 问题

本文将考虑 Abel 积分方程的如下问题:

$$\begin{cases} AZ=\displaystyle\int_0^x \frac{z(s)}{(x-s)^a}ds=u(x),\ (x,s)\in[0,1)\times[0,1],\quad 0<a<1 \\ u(0)=0 \end{cases} \tag{1.1}$$

这里 $u(x)\in L^2[0,1]$ 是已知函数，$Z(s)\in C[0,1]$ 是未知函数. 算子 A 具有如下性质:

1) A: $C[0,1]\to AC[0,1]$ 是一对一的，这是因为有反演公式: ([1], $Vvol.1$, 159)

$$Z(s)=\frac{\sin\pi a}{\pi}\frac{d}{ds}\int_0^s \frac{u(x)}{(s-x)^{1-a}}dx$$

2) A是全连续算子. 这是因为:

$$\|u\|^2_{L^2_{[0,1]}}=\int_0^1\left[\int_0^x \frac{z(s)}{(x-s)^a}ds\right]^2dx\leqslant \|Z\|^2_{C[0,1]}\int_0^1\left[\int_0^x (x-s)^{-a}ds\right]^2dx=\frac{\|z\|^2_{C[0,1]}}{(1-a)^2(3-2a)},$$

当$h\to 0^+$ 时

$$\|u(x+h)-u(x)\|^2_{L^2_{[0,1]}}\leqslant \|Z\|^2_{C[0,1]}\int_0^1\left[\frac{x^{1-a}-(x+h)^{1-a}+2h^{1-a}}{1-a}\right]^2dx\to 0$$

类似可证当 $h\to 0^-$ 时 $\|u(x+h)-u(x)\|^2_{L_2[0,1]}\to 0$.

这是一个在数学物理中常遇到的重要问题([1], $Vol.I$, 158－160 和 [2]). 如，在静电学中用测得的半球形导体上的电势求导体上的电荷密度分布 [3]，就属该类问题.

问题 (1.1) 在空间对 ($C[0,1]$, $L^2[0,1]$) 中由 $u(x)$ 确定 $z(s)$ 在 Hadamard 意义下是不适定的.

事实上:

* 河南省自然科学基金资助课题 项目编号: 964050300
收稿日期: 1995-09-07

1) 存在性条件不满足．因为 $AC[0,1]\subset L^2[0,1]$，但是，$AC[0,1]\neq L^2[0,1]$.

2) 既使问题(1.1)的解存在，它将不具有稳定性．这是因为 A^{-1} 在 $AC[0,1]$ 上无界．我们可用反证法证之．因为 $C[0,1]$ 是无穷维空间，若 A^{-1} 有界，则由于 A 是全连续算子，因此 A 把 $C[0,1]$ 中任一有界集 M 映成 $L^2[0,1]$ 中紧集 AM，由 A^{-1} 有界可知，A^{-1} 把 $L^2[0,1]$ 中任一紧集映成 $C[0,1]$ 中紧集，而 $A^{-1}(AM)=M$，因此 $C[0,1]$ 中任一有界集必为紧集．这与 $C[0,1]$ 为无穷维空间相矛盾．

由此表明，在数值求解（1.1）时，不能采用传统的关于适定问题的算法，而必须考虑到它的不适定性．下面将利用 Tikhonov 的正则化思想，对（1.1）构造一个正则化算子，再利用差分法，从而得出（1.1）稳定的数值求解．

2 正则化的结果

构造 $M^{\alpha}[Z,u]=\|AZ-u\|^2_{L^2[0,1]}+\alpha\Omega[Z]$，$\alpha>0$ 这里 $\Omega(z)=\int_0^1[z^2(s)+(z'(s))^2]ds$.

定理 1.1 对每一个给定的 $\alpha>0$ 及 $u(x)\in L^2[0,1](u(0)=0)$，则存在唯一的 $Z_{\alpha}(s)\in C^1[0,1]$ 使

1) $M^{\alpha}[z,u]$在$z(s)$处达到它的极小值.

2). $Z_{\alpha}(s)$满足Euler方程

$$\begin{cases}\alpha[Z''(s)-Z(s)]=\int_s^1\int_0^x\dfrac{z(\xi)d\xi}{(x-\xi)^{\alpha}(x-s)^{\alpha}}dx-\int_s^1\dfrac{u(x)}{(x-s)^{\alpha}}dx\\ Z'(0)=Z'(1)=0\end{cases}\tag{2.1}$$

证明：如果$Z_{\alpha}(s)$是$M^{\alpha}[z,u]$的极小解，

则有变分原理可知:

$$\frac{d}{d\varepsilon}M^{\alpha}[Z_{\alpha}(s)+\varepsilon\delta z(s),u]|_{\varepsilon=0}=0,\ 对\forall\delta Z(s)\in C^1[0,1].$$

由此可得:

$$\int_0^1\left[\int_s^1\int_0^x\frac{z(\xi)}{(x-\xi)^{\alpha}(x-s)^{\alpha}}d\xi dx-\int_s^1\frac{u(x)}{(x-s)^{\alpha}}dx+\alpha x(s)\right]\delta z(s)ds+\int_0^1\alpha z'(s)\delta z'(s)ds=0\quad\forall\delta z(s)\in C^1[0,1]$$

记: $$G(s)=\int_s^1\int_0^x\frac{z(\xi)}{(x-\xi)^{\alpha}(x-s)^{\alpha}}d\xi dx-\int_s^1\frac{u(x)}{(x-s)^{\alpha}}dx+\alpha z(s)$$

$$B(s)=\alpha Z'(s)$$

则有: $$\int_0^1[G(s)\delta z(s)+B(s)\delta z'(s)]ds=0,\ \forall\delta z(s)\in C^1[0,1]$$

由此得:

$$\int_0^1[B(s)-\int_0^s G(\xi)d\xi]\delta z'(s)ds=0\quad 对\forall\delta z(s)\in C^1[0,1],\ \delta z(0)=\delta z(1)=0$$

由布阿——雷蒙引理

$$B(s)-\int_0^s G(\xi)d\xi=c,\ 这里C为常数.$$

即: $$\alpha Z'(s)=C+\int_0^s G(\xi)d\xi$$

由此知: $z''(s)$存在。

而: $\alpha\int_0^1 z'(s)\delta z'(s)ds=\alpha\int_0^1 z'(s)d(\delta z(s))$

$=-\alpha\int_0^1 z''(s)\delta z(s)ds$, 当$z'(0)=z'(1)=0$时。

因此可得:

$$\int_0^1\int_s^1\left\{\int_0^x\frac{z(\xi)d\xi dx}{(x-\xi)^\alpha(x-s)^\alpha}-\int_s^1\frac{u(x)dx}{(x-s)^\alpha}+\alpha[z(s)-z''(s)]\right\}\delta z(s)ds=0$$

对$\forall\delta z(s)\in C^1[0,1]$, $\delta z(0)=\delta z(1)=0$, $z'(0)=z'(1)=0$.

故而: $z(s)$满足Euler方程(2.1)。

对应于 (2.1) 的齐次方程只有零解. 否则, 由 $\alpha(z''(s)-z(s))=\int_s^1\int_0^x\frac{z(\xi)}{(x-\xi)^\alpha(x-s)^\alpha}d\xi dx$

两边同乘$z(s)$并从0到1积分后整理化简得:

$$-\alpha\left[\int_0^1(z'^2(s)+z^2(s))ds\right]=\int_0^1\left[\int_0^x\frac{z(s)}{(x-s)^\alpha}ds\right]^2dx$$

对$\forall z(s)\in C^1[0,1]$, $Z'(0)=Z'(1)=0$

因$\alpha>0$, 从而矛盾. 因此 (2.1) 所对应的齐次方程只有 0 解. 故: (2.1) 有唯一解.

下面证明 (2.1) 的解 $z_\alpha(s)$ 必是 $M^\alpha[z,u]$ 的极小解.

事实上:

$$M^\alpha[z_\alpha+\delta z,u]=\int_0^1\left[\int_0^x\frac{z_\alpha(s)+\delta z(s)}{(x-s)^\alpha}ds-u(x)\right]^2dx$$

$$+\alpha\int_0^1\left[(z_\alpha(s)+\delta z(s))^2+(z_\alpha'(s)+\delta z'(s))^2\right]ds$$

$$\geqslant M^\alpha[z_\alpha(s),u]+2\int_0^1\left\{\left[\int_0^x\frac{z_\alpha(\xi)}{(x-\xi)^\alpha}d\xi-u(x)\right]\int_0^x\frac{\delta z(s)}{(x-s)^\alpha}ds\right\}dx+2\alpha\int_0^1[z_\alpha(s)-z_\alpha''(s)]\delta z(s)ds$$

$$+[\delta z(s)z_\alpha'(s)]|_0^1=M^\alpha[z_\alpha(s),u]$$

记$z_\alpha(s)=R(u,\alpha)$

下面选取适当的参数α使 $R(u,\alpha)$ 为一正则算子.

定理 1.2: 设 $z_T(s)$ 是方程 $Az=u_T$ 的解, 于是, 对 $\varepsilon>0$, 有 $\delta_0(\varepsilon)>0$, 使发 $0<\delta\leqslant\delta_0$ 时, 只要$\|u-u_T\|_{L^2[0,1]}\leqslant\delta$, $\alpha=\delta^2$, 就有$\|z_{\delta^2}-z_T\|_{C[0,1]}<\varepsilon$. 其中 z_{δ^2} 是 $M^\alpha[z,u]$ 当 $\alpha=\delta^2$ 时的极小解.

证明: 因z_{δ^2}是$M^{\delta^2}[z,u]$的极小解, 所以

$$M^{\delta^2}[z_{\delta^2},u]\leqslant M^{\delta^2}[z_T,u]$$

即: $\|Az_{\delta^2}-u\|^2_{L^2[0,1]}+\delta^2\Omega[z_{\delta^2}]\leqslant\|Az_T-u\|^2_{L^2[0,1]}+\delta^2\Omega[Z_T]\leqslant\delta^2[1+\Omega[Z_T])$

从而 $\begin{cases}\Omega[z_\delta]\leqslant 1+\Omega[Z_T]\\ \|AZ_{\delta^2}-u\|^2_{L^2[0,1]}+\delta^2\Omega[Z_{\delta^2}]\leqslant\delta^2(1+\Omega[Z_T])\end{cases}$

记$M=\{Z,Z\in C^1[0,1],\ \Omega[Z]\leqslant 1+\Omega[Z_T]\}$

则：$Z_{\delta^2}(s)$, $Z_T(S)\in M$。又 M 是 $C[0,1]$ 中一个紧集，$u_{\delta^2}(x)=AZ_{\delta^2}\in AM$

$u_T(x)=AZ_T\in AM$

由Tikhonov引理，对$\varepsilon>0$，有$\eta(\varepsilon,Z_T)$，

当$\|u_{\delta^2}(x)-u_T(x)\|_{L^2_{[0,1]}}\leqslant\eta(\varepsilon,Z_T)$时

$\|Z_{\delta^2}(s)-Z_T(s)\|_{C[0,1]}<\varepsilon$

而$\|u_{\delta^2}(x)-u_T(x)\|_{L^2_{[0,1]}}\leqslant\|AZ_{\delta^2}(s)-u(x)\|_{L^2_{[0,T]}}+\|u-u_T\|_{L^2_{[0,1]}}\leqslant\delta+\delta\sqrt{1+\Omega[Z_T]}=\delta(1+\sqrt{1+\Omega[Z_T]})$

故取 $\delta_0=\dfrac{\eta(\varepsilon,Z_T)}{\sqrt{1+\Omega[Z_T]}+1}$

当$\delta<\delta_0$时，$\|u_{\delta^2}(x)-u_T(x)\|_{L^2_{[0,1]}}\leqslant\eta(\varepsilon,Z_T)$

$\|Z_{\delta^2}(s)-Z_T(s)\|_{C[0,1]}<\varepsilon$。

3 差分方法数值求解

下面讨论问题：

$$(3.1)\begin{cases}\inf\ M^\alpha[z,u]\\ z\in C^1_{[0,1]}\\ Z'(0)=Z'(1)=0\end{cases}$$ 的数值求解及$Z_T(s)$

的数值逼近。

取差分网络：

$$W_x^h=\{x_i,\ x_i=ih,\ i=0,1,2,\cdots,n,\ h=\frac{1}{n}\}$$

$$W_s^h=\{S_j,\ S_j=jh,\ j=0,1,2,\cdots,n,h=\frac{1}{n}\}$$

记：$Z_h=(Z_0,z_1,\cdots,z_n)$；$u^h=(u_0,u_1,\cdots,u_n)$；

$$\Omega^h[Z]=\sum_{i=1}^{n-1}h\left[Z_i^2+\left(\frac{Z_{i+1}-Z_i}{h}\right)^2\right];$$

$$M_h^\alpha[Z^h,u^h]=\sum_{i=1}^{n}h\left(\sum_{k=0}^{i-1}\frac{hZ_k}{(x_i-s_k)^\alpha}-u_i\right)^2+\alpha\Omega^h[Z]。$$

则相应于(2.1)的差分问题为：

$$(3.2)\begin{cases}\inf\limits_{z^h\in R^{n+1}} M_h^\alpha[z^h,\ u^h]\\ \dfrac{z_1-z_0}{h}=0,\ \dfrac{z_n-z_{n-1}}{h}=0\end{cases}$$

定理3.1：当$h=\frac{1}{n}$固定，$\alpha>0,u^h\in R^{n+1}$固定时，问题(3.2)有唯一解。

证明：与定理2.1的证明类似。

对固定的h及$\alpha>0$，由(3.2)的解$(Z_0^\alpha,Z_1^\alpha,\cdots,Z_n^\alpha)$作折线函数：

$$Z_h^\alpha(s)=Z_i^\alpha+\frac{Z_{i+1}^\alpha-Z_i^\alpha}{h}(S-S_i)\quad S\in[S_i,\ S_{i+1}]$$

$i=1,2,\cdots,n.$

定理 3.2: 设 $Z_T(s)$ 是方程 $Az=u_T(x)$ 的解，于是对 $\varepsilon>0$, 有 $\delta_0(\varepsilon)>0$, $h_0=\dfrac{1}{n_0}$, 使当 $0<\delta\leqslant\delta_0$, $h<h_0$ 时，只要 $\|u-u_T\|_{L^2_{[0,1]}}\leqslant\delta$, $\alpha=\delta^2$, 就有 $\|Z_h^\alpha(s)-Z_T(s)\|_{C[0,1]}<\varepsilon$.

证明: $Z_T^h(s)=Z_i^T+\dfrac{Z_{i+1}^T-Z_i^T}{h}(s-S_i)$, $\quad S\in[S_i,S_{i+1}]$

因 $\sum\limits_{i=1}^{n}h\left(\sum\limits_{k=0}^{i-1}\dfrac{hZ_k^T}{(x_i-s_k)^\alpha}-u_i\right)^2\to\|AZ_T-u\|^2_{L^2_{[0,1]}}\quad(h\to0)$

所以, 存在 h_1, 当 $h\leqslant h_1$ 时

$$\sum_{i=1}^{n}h\left(\sum_{k=0}^{i-1}\frac{hZ_k^T}{(x_i-S_k)^\alpha}-u_i\right)^2\leqslant2\delta^2$$

因 $Z^{h,\alpha}=(Z_0^\alpha,Z_1^\alpha,\cdots,Z_n^\alpha)$ 取 $M_h^\alpha[Z^h,u^h]$ 的极小值，则必有:

$$M_h^{\delta^2}[Z^{h,\delta^2},u^h]\leqslant M_h^{\delta^2}[Z^{h,T},u^h]\leqslant2\delta^2+\delta^2\Omega^h[Z^{h,T}].$$

又 $\Omega^h[Z^{h,T}]\to\Omega[Z_T]\quad(h\to0)$

则: 存在 h_2, 当 $h\leqslant h_2$ 时, $\Omega^h[Z^{h,T}]\leqslant1+\Omega[Z_T]$

所以: $\Omega^h[Z^{h,\delta^2}]\leqslant2+\Omega^h[Z^{h,T}]\leqslant3+\Omega[Z_T]$

$$\sum_{i=1}^{n}h\left(\sum_{k=0}^{i-1}\frac{hZ_k^{\delta^2}}{(x_i-s_k)^\alpha}-u_i\right)^2\leqslant3\delta^2+\delta^2\Omega[Z_T].$$

而 $\Omega[Z_h^{\delta^2}(s)]=\displaystyle\int_0^1\{[Z_h^{\delta^2}(s)]^2+[(Z_h^{\delta^2}(s))']^2\}ds$

$$=\sum_{i=0}^{n-1}\int_{S_i}^{S_{i+1}}\{[Z_h^{\delta^2}(s)]^2+[(Z_h^{\delta^2}(s))']^2\}ds$$

$$\leqslant\frac{3}{2}(3+\Omega[Z_T])$$

记 $M_2=\{Z(s)|\Omega[Z(s)]\leqslant\frac{3}{2}(3+\Omega[Z_T])\}$

因此当 $h\leqslant min(h_1,h_2)$ 时,

$Z_T(s)$, $Z_h^{\delta^2}(s)\in M_2$.

显然 M_2 是 $C[0,1]$ 中一个紧集，由 A^{-1} 在 AM 上的连续性，对 $\forall\varepsilon>0$, 存在 $\eta(\varepsilon)>0$, 只要 $\|AZ_T-AZ_h^{\delta^2}(s)\|_{L^2_{[0,1]}}\leqslant\eta(\varepsilon)$, 就有:

$$\|Z_h^{\delta^2}(s)-Z_T(s)\|_{C[0,1]}\leqslant\varepsilon.\tag{3.3}$$

而 $\|AZ_T-AZ_h^{\delta^2}(s)\|_{L^2_{[0,1]}}\leqslant\|AZ_h^{\delta^2}(s)-u\|_{L^2_{[0,1]}}+\|u-u_T\|_{L^2_{[0,1]}}$

$\leqslant\delta+\|AZ_h^{\delta^2}(s)-u\|_{L^2_{[0,1]}}$

$$\leqslant\delta+\|AZ_h^{\delta^2}(s)-u^h\|_{L^2_{[0,1]}}+\|u^h-u\|_{L^2_{[0,1]}}\tag{3.4}$$

当$h \leqslant h_3$时，$\|u^h - u\|_{L^2_{[0,1]}} \leqslant \delta$ (3.5)

$$\|AZ_h^{\delta^2}(s) - u^h\|_{L^2_{[0,1]}} \leqslant \|A^h Z_h^{\delta^2}(s) - u^h\|_{L^2_{[0,1]}} + \|AZ_h^{\delta^2}(s) - A^h Z_h^{\delta^2}(s)\|_{L^2_{[0,1]}}$$

$$\leqslant \delta\sqrt{3+\Omega[Z_T]} + \|AZ_h^{\delta^2}(s) - A^h Z_h^{\delta^2}(s)\|_{L^2_{[0,1]}} \tag{3.6}$$

$(h \leqslant \min(h_1, h_2))$

其中 $A^h Z_h^{\delta^2}(s) = \sum_{k=0}^{i-1} \frac{hz_k^{\delta^2}}{(x_i - s_k)^\alpha}$; $x \in [x_{i-1}, x_i)$ $i = 1,\cdots,n-1$。

又 $\sum_{i=1}^{n}\int_{x_{i-1}}^{x_i}\left[\int_0^x \frac{Z_h^{\delta^2}(s)}{(x-s)^\alpha}ds - \int_0^{x_i}\frac{z_h^{\delta^2}(s)}{(x_i-s)^\alpha}ds\right]^2 dx$

$$\leqslant \frac{4\|Z_h^{\delta^2}\|_{C[0,1]}}{(1-\alpha)^2} h^{2-2\alpha} \tag{3.7}$$

M_2是同等连续一致有界集，存在C_0,使

$\|Z_h^{\delta^2}(s)\|_{C[0,1]} \leqslant C_0$ 对任意h成立。 (3.8)

存在$h_4 > 0$，当$h \leqslant h_4$时，使对任$Z(S) \in M$及任S', $S'' \in [0,1]$，只要$|S' - S''| \leqslant h$就有：$|Z(S') - Z(S'')| < \delta$

特别：$|Z_h^{\delta^2}(s) - Z_k^{\delta^2}| < \delta$ $S \in (S_k, S_{k+1}), k = 0,1,\cdots,n-1$ 。

即：$-\delta < Z_h^{\delta^2}(s) - Z_k^{\delta^2} < \delta$ (3.9)

(3.6) 同乘以$\frac{1}{(x_i - s)^\alpha}$并从$S_k$到$S_{k+1}$积分得：$(k < i)$

$$\left|\int_{S_k}^{S_{k+1}} \frac{Z_h^{\delta^2}(s)}{(x_i - s)^\alpha}ds - \int_{S_k}^{S_{k+1}} \frac{Z_k^{\delta^2}}{(x_i - s)^\alpha}ds\right| < \delta h \tag{3.10}$$

利用(3.10)可得：

$$\sum_{i=1}^{n}\int_{x_{i-1}}^{x_i}\left[\int_{S_k}^{S_{k+1}}\frac{Z_h^{\delta^2}(s) - Z_k^{\delta^2}}{(x_i - s)^\alpha}ds\right]dx \leqslant \delta^2 \tag{3.11}$$

利用(3.8)估计可得：

$$\sum_{i=1}^{n}\int_{x_{i-1}}^{x_i}\int_{S_k}^{S_{k+1}}\left[\sum_{k=0}^{i-1}\int_{S_k}^{S_{k+1}}\frac{Z_k^{\delta^2}}{(x_i - s)^\alpha}ds - \sum_{k=0}^{i-1}\frac{hZ_k^{\delta^2}}{(x_i - s_k)^\alpha}\right]^2 dx \leqslant C_0 h^{2-2\alpha}\left(\frac{2+\alpha}{1-\alpha}\right)^2 \tag{3.12}$$

令：$u_1(x) = \int_0^{x_i}\frac{Z_h^{\delta^2}(s)ds}{(x_i - s)^\alpha}$ $x \in [x_{i-1}, x_i)$

$$u_2(x) = \sum_{k=0}^{i-1}\int_{S_k}^{S_{k+1}}\frac{Z_k^{\delta^2}}{(x_i - s)^\alpha}ds \quad x \in [x_{i-1}, x_i]$$

则利用(3.7)、(3.11), (3.12)估计可得：

$\|AZ_h^{\delta^2}(s) - A^h Z_h^{\delta^2}(s)\|_{L^2_{[0,1]}} \leqslant \|AZ_h^{\delta^2}(s) - u_1(x)\|_{L^2_{[0,1]}} - \|u_1(x) - u_2(X)\|_{L^2_{[0,1]}} + \|u_2(x)$

$$-A^h Z_h^{\delta^2}(s)\|_{L^2_{[0,1]}} \leqslant \delta + \frac{C_0(4+\alpha)}{1-\alpha} h^{1-\alpha} \tag{3.13}$$

取 $h_5 > 0$, 使 $h \leqslant h_5$ 时, $\frac{C_0(4+\alpha)}{1-\alpha} h^{1-\alpha} < \delta$ (3.14)

所以当 $h < min\{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\}$ 时，利用 (3.4)、(3.5)、(3.6)、(3.13), (3.14) 及插值技巧可得：

$$\|AZ_T - AZ_h^{\delta^2}(s)\|_{L^2_{[0,1]}} \leqslant 4\delta + \delta\sqrt{3+\Omega[Z_T]}$$

取 $\delta_0(Z_T, \varepsilon) = \frac{\eta(\varepsilon)}{4+\sqrt{3+\Omega[Z_T]}}$, 则当 $\delta < \delta_0$ 时,

$$\|AZ_T - AZ_h^{\delta^2}(s)\|_{L^2_{[0,1]}} < \eta(\varepsilon),$$ 从而:

$$\|Z_h^{\delta^2}(s) - Z_T(s)\|_{C[0,1]} < \varepsilon \ .$$

参 考 文 献

1 R. Courant, D.Hilbert, Methods of Mathematical Physics, Vol.I, 1953.
2 Feng Kang, Inverse Problems in Mathematical Physics, 1983.
3 马岭. 正则化方法数值求解静电学中一个积分方程. 河北师范大学学报.1989, 4.

Application of the Regularization Method to the Numerical Solution of Abel's Integral Equation

Jiang Huiqin　　Xu yajing　　Yuan Xinfeng

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: In this paper, we study Abel's integral equation. we point out this problem is ill–posed on the pair of spaces (C[0,1], L^2[0,1]) and get its stabilizing numerical solution by Tiknonov regularization method. This method can easily be realized on a computer.

Keywords: Abel's integral equation, regularization method, Regularizing solution.