

最优控制在转子振动控制中的应用*

时 斌

(郑州工学院振动研究所 450002)

摘 要: 本文在现有文献的基础上, 分析了各种转子振动主动控制方案, 采用了最优控制技术, 将控制力施加于轴承座上, 实现了转子振动闭环反馈控制。实验证明, 控制效果是理想的。

关键词: 最优控制, 振动, 转子

中图分类号: TP273.1

振动主动控制技术已在许多工程领域内获得广泛应用。纵观国内外有关资料, 尽管所采用的方法和手段不同, 但从物理意义上讲, 转子振动主动控制本质上是通过主动控制力给系统引入了附加刚度和阻尼, 以达到增大系统的稳定区域, 减少系统的不平衡响应。为达到这个目的, 本文将最优控制技术引入了转子振动控制系统, 提出了新的振动控制方案。

1 转子系统物理模型及运动微分方程的建立

为了便于认清问题的本质, 我们选择了在构造上既有典型性又最简单的单圆盘转子弹性支承系统。系统的振动主要由转子的不平衡引起, 主动控制力施加在转子两端的轴承座上。圆盘被认为是刚性薄圆盘, 安装在轴的中部。分析时把轴看作是有一定弯曲刚度和无限大的扭转刚度, 并且不计轴的质量。整个转子的质量都集中在跨中, 轴两端为对称的弹性——阻尼支承。经过这些合理的简化后, 可得到其物理模型如图1所示, 坐标系选择如图2所示。

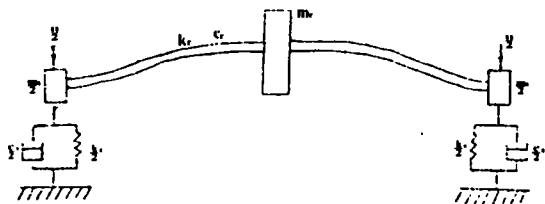


图1 转子系统物理模型

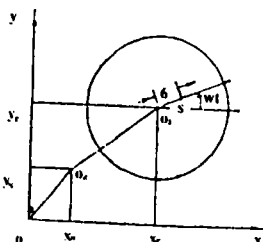


图2 转子系统坐标系

其中, Z_r, m_r, K_r, C_r 为转子的振幅、质量、刚度、阻尼系数;

Z_s, m_s, K_s, C_s 为轴承座的振幅、质量、刚度、阻尼系数;

e 为转子偏心率;

v 为外加控制力;

* 收稿日期: 1995-04-11

ω 为转子角频率。

在图 1 所示的物理模型基础上, 利用拉格朗日方程可推导出系统的运动微分方程为:

$$\begin{cases} m_r \ddot{Z}_r + C_r(\dot{Z}_r - \dot{Z}_s) + K_r(Z_r - Z_s) = m_r \varepsilon \omega^2 e^{i\omega t} \\ m_s \ddot{Z}_s + C_r(\dot{Z}_s - \dot{Z}_r) + K_r Z_s + K_s(Z_s - Z_r) = U \end{cases} \quad (1)$$

$$m_s \ddot{Z}_s + C_r(\dot{Z}_s - \dot{Z}_r) + K_r Z_s + K_s(Z_s - Z_r) = U \quad (2)$$

2 系统状态空间表达式的建立

为了便于引入最优控制理论, 需要建立系统的状态空间表达式。

由振动理论知道, 一个用 n 阶微分方程描述的系统, 就有 n 个独立变量。当这 n 个独立变量的时间响应都求得时, 系统的运动状态就被揭示无遗了。因此, 可以说系统的状态变量就是 n 阶系统的 n 个独立变量。

本文所讨论的转子系统的运动是由 (1)、(2) 式两个二阶微分方程式进行描述的, 因此, 本系统应有四个状态变量。又由于系统有转子刚度 K_r 、转子质量 m_r 、支承刚度 K_s 、轴承座质量 m_s 四个储能元件, 与这四个储能元件直接相关的是转子的振动位移 Z_r 、转子的振动速度 \dot{Z}_r 、轴承座的振动位移 Z_s 、轴承座的振动速度 \dot{Z}_s 。因此, 可选 Z_r 、 \dot{Z}_r 、 Z_s 、 \dot{Z}_s 为系统的状态变量, 则系统的状态向量为:

$$\tilde{Z} = [Z_r, \dot{Z}_r, Z_s, \dot{Z}_s]^T \quad (3)$$

由(1) (2)式可推出系统的状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{Z}} = \tilde{A} \cdot \tilde{Z} + \tilde{B} \cdot U + \tilde{D} \cdot F \\ Y = \tilde{C} \cdot \tilde{Z} \end{cases} \quad (4)$$

(5)

式中:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_r}{m_r} & -\frac{C_r}{m_r} & \frac{K_r}{m_r} & \frac{C_r}{m_r} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_r}{m_s} & \frac{C_r}{m_s} & -\frac{K_r + K_s}{m_s} & -\frac{C_r + C_s}{m_s} \end{bmatrix} \quad \text{为系统矩阵;}$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_s} \end{bmatrix} \quad \text{为控制矩阵; } \tilde{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{为系统的干扰向量;}$$

$$\tilde{Y} = \begin{bmatrix} Z_r \\ Z_s \end{bmatrix} \quad \text{为系统的输出向量; } \tilde{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{为系统的输出矩阵;}$$

$F = \varepsilon \omega^2 e^{i\omega t}$ 为不平衡力。

3 系统目标函数的建立

最优控制理论所研究的中心问题是怎样选择控制规律, 才能使控制系统的性能及品质在某种意义下是最优的。针对本文所讨论的问题, 也就是如何选择一个目标函数 J , 当 $J \rightarrow \min$ 时, 系统的振幅达到最小值。

在工程实际应用中, 最优控制系统的目标函数通常采用二次型, 即目标函数 J 为状态向量 \underline{Z} 和控制向量 \underline{U} 的二次型函数, 因为这样可以获得线性控制规律而容易工程实现。因此, 本系统的目标函数选为:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\underline{Z}^T \cdot \underline{Q} \cdot \underline{Z} + U^2] dt \quad (6)$$

其中, \underline{Q} 为加权矩阵。至于 \underline{Q} 值的选择要结合实际装置来进行。

4 系统最优表达式的推导

当使系统的目标函数:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\underline{Z}^T \cdot \underline{Q} \cdot \underline{Z} + U^2] dt \rightarrow \min$$

时, 可得系统的最优控制为:

$$U^* = -\underline{K} \cdot \underline{Z} = -\underline{B}^T \cdot \underline{P} \cdot \underline{Z} \quad (7)$$

其中, $\underline{K} = \underline{B}^T \cdot \underline{P}$ 为系统的增益矩阵, \underline{P} 为正定对称阵, 其值由下列 Riccati 矩阵代数方程确定,

$$\underline{P} \cdot \underline{A} + \underline{A}^T \cdot \underline{P} - \underline{P} \cdot \underline{B} \cdot \underline{B}^T \cdot \underline{P} + \underline{Q} = 0 \quad (8)$$

由 (7)、(8) 式知, 当给定加权矩阵 \underline{Q} 后, 就可确定最优控制 U^* 。

将 (1) 式代入 (4) 式, 当不考虑外力作用时, 可得系统的最优控制规律为:

$$\underline{Z} = (\underline{A} - \underline{B}^T \cdot \underline{P}) \cdot \underline{Z} \quad (9)$$

5. 计算机仿真与实验结果

由以上分析可知, 给出不同的加权矩阵 \underline{Q} , 可求出不同的反馈增益 \underline{K} , 从而得到不同的控制作用力 U^* , 将 U^* 代入 (1) (2) 式就得到系统不同的动态响应。因此, \underline{Q} 的取值影响着控制效果的优劣。在实际应用中, 可根据具体要求, 通过调节 \underline{Q} 值, 直到获得满意的控制效果为止。

下面以一组实际转子系统的参数 (如表 1) 为例, 分别求出计算机仿真结果与实验结果, 以验证本方案的振动控制效果。

表 1 转子系统参数

转 子 参 数		支 承 参 数	
轴 长 L(m)	0.65	轴承座质量 m_b (Kg)	2.54
轴 径 d(m)	0.01		
轴刚度 K_s (N / m)	1.8022×10^4	支承刚度 K_s (N / m)	40000
转子阻尼比 ξ_r	0.01		
盘质量 m_d (Kg)	0.63	支承阻尼比 ξ_s	0.055
盘偏心距 e (m)	1.5×10^{-4}		

通过分析、计算得出, 对该转子系统当:

$$Q = \text{diag}(10^3, 10^3, 10^3, 10^3)$$

时, 振动控制效果比较理想。由计算机仿真可求得, 在该控制作用下系统的不平衡响应与实验结果符合较好, 且振动控制效果是显著的。在其控制作用下, 转子在一临界转速的振幅由 2200 μ m 降低到 400 μ m, 下降了 90%; 在二临界转速的振幅由 900 μ m 降低到 450 μ m, 下降了 50%; 在其它转速范围内振幅也下降了 10%~50%。

由此可知, 无论从理论分析或实验研究方面, 都证明了将最优控制技术应用于转子振动控制中的方案是可行的, 振动控制效果是令人满意的。

参 考 文 献

1 刘豹. 现代控制理论, 机械工业出版社, 1983.
2 袁著祉等, 现代控制理论在工程中的应用, 科学出版社, 1985

The Application of Optimal Control Technique
to Rotors Vibration Control

Shi Bin

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: Based on the analyses of available references, this paper analyzes all control schemes, then realizes a closed loop feedback control of rotors vibration, applying the control forces to bearing supports by means of optimal control technique. It is demonstrated by the test that the control result is satisfactory

Keywords: Optimal control, vibration, rotor