

铰接斜板桥的一种实用计算方法*

郭院成 王东炜 赵 卓

(郑州工学院土建系 450002)

摘 要: 本文根据横向铰接斜板桥结构力学性能的特点, 认为跨内径向弯矩是斜板桥结构设计计算的关键之所在。采用与等跨简支梁跨中弯矩相比拟的方法, 求出将斜板桥离散为单块板(梁)时的等效荷载横向分配系数。从而将斜板跨内径向弯矩的求解简化为单跨简支梁跨中弯矩的计算, 解决了由斜板间相互铰接而给计算带来的困难, 较其它实用算法更加简捷、实用。文中给出了一个斜板桥算例, 并通过与经典的有限元法、有限条法及其它实用计算方法的计算结果的比较, 证实了本文方法的正确性和实用性。

关键词: 铰接斜板桥, 实用, 计算

中图分类号: TU31

1 概述

1、斜板桥结构的几何特征及力学性能特征

(1)斜板桥一般为平行四边形形式, 在受力变形过程中, 斜板桥的锐角处出现有不同于直梁的翘曲现象, 钝角区域的受力状态也十分复杂。特别对于装配式横向铰接斜板桥, 在局部竖向荷载作用下, 板与板之间完全依靠板间企口缝来传递竖向剪力, 达到共同承载的目的。因此, 在每块板内将产生较大的扭矩, 材料力学中的“平面变形基本假定”已不再成立。

(2)斜板桥的长宽比、长厚比一般都比较小, 故应采用厚板模型进行力学分析。较为普及的薄板单元有限元理论除跨中附近外, 在斜板桥端部特别是钝角、锐角等复杂应力区域的计算结果误差较大, 不宜用于斜板桥的应力分析。

(3)通过有限元法及有限条法对斜板桥进行的数值分析, 并结合国内外许多学者进行的大量模型试验和实桥试验结果, 可知斜板桥中的最大跨内弯矩, 一般较同等大小的正桥为小; 而其横向的弯矩较同等大小的正桥要大得多, 可以认为横向弯矩增加的量, 相当于跨径方向弯矩减少的量。故我们仅需求得斜板桥径向弯矩, 即可知其整体的横向弯矩值, 这就使斜板桥结构性能分析问题达到了一定程度的简化。

2. 国内工程界现行实用方法简介

对于中小跨径铰结斜板桥, 其控制截面的设计内力主要是跨中纵向弯矩。在文献[1]中作者采用的斜板桥纵向弯矩的折减系数法是目前我国工程界斜板桥实用计算方法的主流, 其计算方法为:

(1)不计斜角的影响, 应用铰结梁法, 根据文献[1]中所列的横向分配影响线, 计算对应正桥的

* 河南省交通厅公路局资助项目

收稿日期: 1995-06-13

设计弯矩 M_i^0 。

(2) 考虑斜角的影响, 查出表中相应梁系、相应弯扭参数 γ 值、相应梁号及相应斜角的折减系数 K_a 。

(3) 由上述 (1)、(2) 中所查得的设计弯矩 M_i^0 和弯矩折减系数 K_a 可得斜板桥中的跨中设计弯矩 M_i^a 为:

$$M_i^a = K_a \cdot M_i^0 \quad (1)$$

式中 $K_a = \frac{M_i^a}{M_i^0}$ 为考虑斜角影响的弯矩折减系数;

M_i^a 为斜板桥中第 i 号梁的设计弯矩;

M_i^0 为对应正桥中第 i 号梁的设计弯矩;

K_a 值由有限元精确计算结果计算而得。在实际应用中, 为简化计算, 一般近似取为:

$$K_a = \bar{M}_i^a / \bar{M}_i^0 \quad (2)$$

式中 \bar{M}_i^a 为斜板桥中第 i 号梁的跨中作用单位荷载时, 第 i 号梁的跨中弯矩;

\bar{M}_i^0 为对应正桥中第 i 号梁的跨中作用一单位荷载时, 第 i 号梁的跨中弯矩;

以单位力折减系数代替本列实际荷载的折减系数会使计算结果偏大, 但在设计中是偏于安全的。

2 一种新的实用算法

对于装配式斜板桥, 当桥板上主要作用竖向车列荷载时, 纵向剪力和法向力同竖向剪力相比影响极小, 可以略去不计。加之构造上, 结合缝 (企口缝) 的高度较小, 与预制板块相比刚性很弱, 故板与板之间通常被视为铰接, 也即横向弯矩对横向荷载传递的影响很微小, 可以忽略不计。

从理论上讲, 横向铰接斜板桥的设计应依据其影响线系数, 求出每块板的所有特征截面的内力, 然后依此配筋。但考虑到实际使用过程中的超载现象, 以及施工中的实际情况, 所采用的实际上只是结构上的最大内力。因此, 在设计板内纵向配筋时, 只需要考虑荷载作用下在该板内产生的最大纵向弯矩。当然, 对于横向铰接斜板桥, 竖向荷载作用下, 在边板内的最大弯矩并不发生在跨中截面, 而是发生了向钝角方向的偏移。但实际计算结果表明, 跨中纵向弯矩与最大纵向弯矩相差不大, 且随斜角的变化及宽跨比的变化, 边跨最大弯矩点的位置又不稳定。为了简化计算, 我们可以按跨中弯矩来代替实际最大弯矩, 这在有多个集中荷载作用下的斜板桥结构中, 引起的计算误差很小。再者, 以单位力折减系数来代替实际本列荷载的折减系数会使计算结果偏大。所以, 用跨中弯矩来代替最大弯矩不仅可使计算得到极大的简化, 而且可使最终结果的误差控制在工程允许的范围以内。

假定各梁的截面相同, 则计算各片梁内最大设计弯矩时, 荷载的分配值系数 η_{ij} 可由每片梁的最大弯矩来确定。即

$$\eta_{ij} = \frac{M_{ij}}{M^0} \quad (3)$$

式中 η_{ij} 为单位力作用在 j 梁跨中时, 第 i 号梁上的荷载分配系数值;

M_{ij} 为单位力作用在 j 梁时, 第 i 号梁上产生的最大弯矩值;

M^0 为单位力作用于单块梁跨中时, 在跨中截面产生的弯矩值。

按上述方法, 计算横向铰接斜板桥沿跨径方向的弯矩值时, 仅需先按由公式 (3) 求得的荷载

分配系数值。求出在实际本列荷载作用下, 每片梁分配到的荷载值后, 按简支梁计算跨径方向的弯矩。计算工作量小, 基本上与其它结构设计计算一样, 符合工程师们的习惯。在求解横向荷载分配值时, 基本上无手算工作量, 仅需查表即可。

实际计算时, 所有轮重无法全部布置在跨中节点, 计算结果会稍有偏差。此方法所求荷载分配系数 η_j 仅适用于求解跨中径向弯矩, 而不适于求解跨中最大挠度值。而计算跨中最大挠度值的荷载横向分配系数值将在另文中给出。

3 斜板桥径向最大弯矩的计算步骤及算例

在实际工程计算中, 由于斜角的存在往往使车轮荷载无法全部作用到跨中节点上, 此时, 为了能继续采用荷载分配系数值 η_j , 就须先将非跨中荷载等效化为跨中荷载。如图 1 (a) 所示结构, 其跨内最大弯矩为:

$$M_{1max} = \frac{P_1 ab}{l} = \frac{P_1}{l} \left(\frac{l^2}{4} - x^2 \right)$$

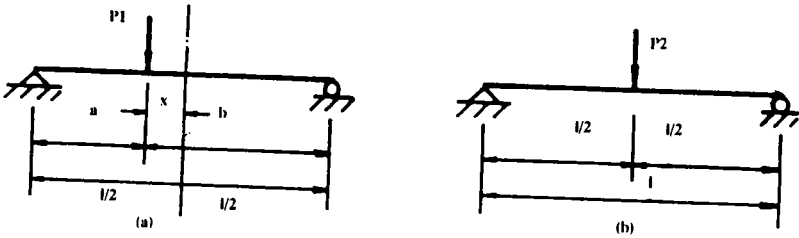


图 1

对图 1(b) 结构有: $M_{2max} = \frac{P_2 l}{4}$

令 $M_{1max} = M_{2max}$

则可求得: $P_2 = [1 - 4\left(\frac{x}{l}\right)^2] P_1$ (4)

设 $\xi = 1 - 4\left(\frac{x}{l}\right)^2$ (5)

则式(4) 可写为: $P_2 = \xi P_1$

考虑到 M_1 与 M_2 图形的形状有差别, 上述等效折减系数 ξ 仅在跨中附近作用有 P_1 荷载时才适用。计算结果证实, 在 $x/l \leq 10\%$ 时, 简化引起误差极小, 可以忽略。

依据上述新方法的基本思路, 横向铰接斜板桥结构径向最大弯矩的计算步骤可归纳为:

- (1) 将斜板桥结构平面划分为均匀的网格, 然后按设计荷载, 将车列轮重按实际情况布置于各网格上;
- (2) 检查各荷载的作用位置, 若有作用于非跨中节点上的集中荷载, 则按该荷载的实际偏离情况, 由式 (5) 求出等效折减系数 ξ , 再代入式 (4) 计算出等效的跨中节点荷载;
- (3) 依据实际结构的斜交角及斜板布置情况, 查表求出荷载分配系数值 η_j , 由 η_j 和 j 号梁

的集中荷载 P_j 相乘, 即得 i 号梁由于 P_j 作用而引起的等效跨中集中力 F_{ij} ;

(4) 将所有荷载在 i 号梁上的荷载分配值进行叠加, 即得第 i 号梁的等效跨中荷载 F_i , 由此即可求出 i 号梁的跨内最大径向弯矩为:

$$M_{i\max} = \frac{1}{4} F_i l'$$

下面我们按本文方法计算一横向铰接斜板桥: $l = 7.2\text{m}$, $B = 8\text{m}$, $t = 0.4\text{m}$, $\theta = 45^\circ$, 在汽-20荷载作用下, 各板块跨内的最大径向弯矩。如图2所示, 在集中荷载 $P = 100\text{kN}$ 分别作用于节点83、82、61、39、17时, 可分别求出各板块跨内最大径向弯矩 M_{ij} , 然后

由相同跨度的简支梁跨中弯矩 $M_{\text{中}} = \frac{1}{4} \cdot$

$100 \cdot 7.2 = 180\text{kN} \cdot \text{m}$, 可求得荷载分配系数 η_{ij} 值, 如表1所示。

由表1可知, 当集中荷载不作用于跨中节点时, 在荷载作用点两侧板块上的荷载分配系数发生了变化, I ~ IV 板内 η_{ij} 较相应跨中荷载时变大, V ~ VIII 板内 η_{ij} 较相应跨中荷载时变小, 且有:

$$\xi = 1 - 4\left(\frac{x}{l}\right)^3 = 1 - 0.04 = 0.96$$

$$\left(\frac{0.039}{0.035} + \frac{0.059}{0.057} + \frac{0.100}{0.098} + \frac{0.192}{0.185}\right) = 1.052 \approx \frac{1}{\xi}$$

$$\left(\frac{0.172}{0.185} + \frac{0.090}{0.098} + \frac{0.057}{0.057} + \frac{0.033}{0.035}\right) = 0.948 \approx \xi$$

因此, 在实际计算中, 通常采用将跨中节点荷载时的荷载分配系数 η_{ij} 在靠近锐角一侧乘以 $1/\xi$, 而在靠近钝角一侧乘以 ξ 的方法, 来求得接近实际情况的荷载分配系数。

将汽-20荷载布置于斜板上, 依上述方法查表1求荷载分配系数, 并叠加即可得出 I ~ IV 板内最大径向弯矩, 列于表2中, 表中一并给出了采用有限元、有限条及文献[1]所述实用方法的计算结果, 以作为比较。

荷载分配系数 η_{ij} 表 1

荷载位置	板 号							
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
83	0.035	0.057	0.098	0.185	0.185	0.098	0.057	0.035
82	0.039	0.059	0.100	0.192	0.172	0.090	0.057	0.033
61	0.070	0.104	0.189	0.187	0.099	0.060	—	—
39	0.125	0.201	0.198	0.104	0.064	—	—	—
17	0.241	0.236	0.125	0.078	—	—	—	—

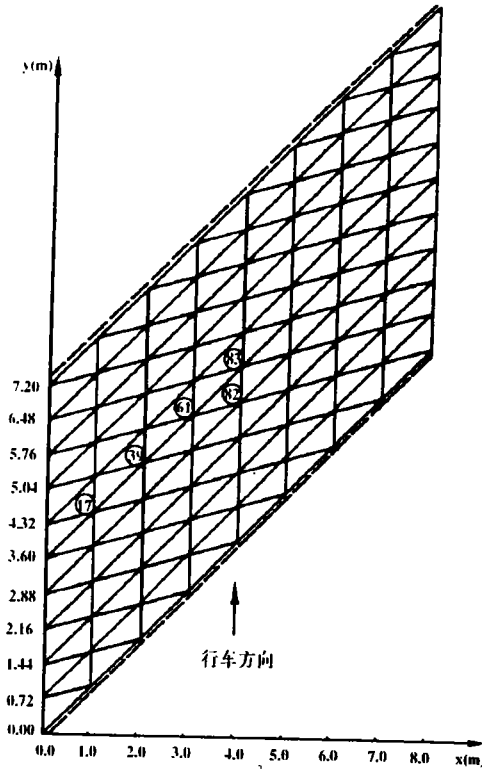


图2

跨中沿跨径方向弯矩 (kN·m) 表 2

板号	有限元法		有限条法		本文方法	文献[1]
	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 45^\circ$
I	82.43	140.2	82.09	110.16	67.54	74.22
II	87.09	138.7	100.29	111.84	88.44	83.89
III	76.81	136.1	97.58	109.00	93.02	82.00
IV	80.21	121.1	84.39	95.92	82.88	85.00

4 本文方法的特点

本文方法求得的荷载横向分配系数值 η_{ij} , 使得装配式横向铰接斜板桥沿跨径方向最大弯矩的计算问题基本得到解决。

直接编制斜板桥的荷载横向分配系数表, 与流行的各种计算用表相比, 有如下特点:

- (1) 物理概念清楚, 手算工作量大, 符合设计工程师们的习惯, 易于推广和使用;
- (2) 与文献[1]转化为对应正桥的分布系数, 然后再求修正系数相比, 本文方法所得表格更为简捷、实用;
- (3) 当斜角大于 45° 时, 在靠近边跨的板块内最大弯矩发生点发生较大偏移, 特别对于宽跨比较大斜板桥尤为如此, 此时仍然采用跨中集中荷载来代替荷载的实际分布是有误差的。建议不宜继续使用本表系数, 另行考虑。
- (4) 本文采用等效荷载方法将横向铰接斜板桥的径向最大弯矩的计算与横向弯矩的计算分成两个阶段, 使得设计计算步骤更为直接、简单, 所得结果更易于配筋计算。此外, 将跨内最大弯矩计算和最大挠度计算分别采用不同的计算模式, 可使设计计算更具针对性, 计算步骤效率更高。
- (5) 对于斜角较大或跨径较大的铰接斜板桥, 采用本文方法求得的板内径向弯矩除两支座及跨中附近截面外, 其它截面的径向弯矩结果要比实际值为小, 这就使得依本方法结果而求得的横向弯矩值偏大, 这在设计中是偏于安全的。

参 考 文 献

1 席振坤, 横向铰接斜梁(板)桥实用计算法, 人民交通出版社, 1991年
2 霍达、张光明、郭院成、王东炜, 斜板桥结构的模糊有限条方法, 模糊分析设计的理论与应用, 中国建筑工业出版社, 1993 年

A Practical Calculating method for the
Hinged Inclined Bridge Structure

Guo Yuancheng Wang Dongwei Zhao Zhuo

(Department of Civil Engineering, Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: On the basis of the characteristics of the structural mechanics of the cross hinged inclined bridge structure, this paper has decided that the radial monment of the span is the key

point of the bridge structure in the design calculation. Using the similar methods of the middle span monment of the same span beam, the equivalent cross loads distribution parameter of the single sheet (beam) of the inclined sheet bridge can be obtained. So the calculation of the radial monment of the inclined bridge is simplified to the calculation of the middle span monment of the one span simple support beam, solving the problem brought in by the hinge. And the method is more simple and practical when compared with other methods. This paper gives an example of the inclined bridge, and through comparison of its results with those of the finite element methods and finite strap methods and other practical calculation methods, the method given in this paper proves to be accurate and practical.

Keywords: hinged inclined Bridge. practical

(上接 P47 页)

参 考 文 献

- 1 张福范, 弹性薄板 (第二版), 科学出版社, 1984
- 2 曲庆璋, 梁兴复, 矩形悬臂板的弯曲, 土木工程学报, 1991年第2期
- 3 林小松, 袁文伯, 用双向三角级数法解悬臂矩形薄板在均布荷载下的弯曲, 应用数学和力学, 1985年第8期.

New Solution of Rectangular Plate with One Edge Built in Subjected to Uniform Load

Xu Qilou

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract: In the paper the deflection expression satisfying the free corner point conditions of the plate with one edge built in is established and the bending solution is derived subjected to uniform load. The results indicate the method has the advantage of rapidly converging and high precision.

keywords: bending of elastic plate, rectangular plate, uniform load