

注塑成型计算机模拟系统 ZMOLD 求交方法

师 黎

曹 伟

(郑州工业大学计算机与自动化系) (郑州工业大学橡塑模具国家工程研究中心)

刘灵芝

(郑州机械专科学校)

摘要: 本文介绍了塑料注射成型计算机模拟系统 ZMOLD 几何造型子系统中求取任意取的空间两条曲线(包括直线、圆、圆弧和样条)相交位置的方法。

关键词: 注塑成型, 计算机模拟, 求交方法

中图分类号: TP15

1 引言

目前,国内外流行的注塑成型计算机模拟系统大多采用线框设计的中面模型,造型软件没有充分考虑注塑模使用线框设计的特点,与 CAM 系统的连接以及被 CAE 系统直接采用均有困难。为完整、准确地描述塑料产品的几何信息,满足 CAD/CAE/CAM 系统的需要,必需对线框模型进行必要的裁剪、圆弧过渡等操作,计算任意两条曲线的交点是这些操作的基础和核心,交点的精度和计算效率是影响系统质量的关键因素。本文着重介绍郑州工业大学塑胶模具国家工程研究中心开发的注塑成型过程计算机模拟系统 ZMOLD 中空间任意两条曲线(直线、圆、圆弧和样条等)相交位置的求解方法。

2 求相交位置的算法

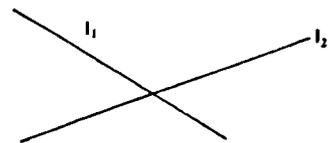
2.1 直线和直线的交点

直线段 L_2 的参数方程:

$$\begin{cases} x = x_1 + m_1 t_1 & (1) \\ y = y_1 + n_1 t_1 & (2) \\ z = z_1 + p_1 t_1 & (3) \end{cases} \quad t_1 \in [0, 1]$$

直线段 L_2 的参数方程:

$$\begin{cases} x = x_2 + m_2 t_2 & (4) \\ y = y_2 + n_2 t_2 & (5) \\ z = z_2 + p_2 t_2 & (6) \end{cases} \quad t_2 \in [0, 1]$$



图一 空间直线和直线相交

收稿日期:1995-11-08

$$\text{令} \begin{cases} m = n_1 p_2 - p_1 n_2 \\ n = m_2 p_1 - m_1 p_2 \\ k = m_1 n_2 - m_2 n_1 \end{cases}$$

1. 若 $m=0, n=0, k=0$, 两直线平行, 无交点。

2. 若 $k \neq 0, m=0, n=0$, 两直线在 xoy 平面上

(1) 若 $m_1=0, m_2 \neq 0, n_1 \neq 0$,

$$t_1 = \frac{y_2 - y_1}{n_1} + \frac{n_2(y_1 - y_2)}{m_2 n_1}, t_2 = \frac{x_1 - x_2}{m_2}$$

因所求两直线是线段, 所以要判断所求交点是否在线段上, 即判定 t_1 和 t_2 应满足 $t_1 \in [0, 1], t_2 \in [0, 1]$ 。

如 t_1 和 t_2 满足条件, 将 t_1, t_2 分别代入式(3)、(6):

$$z = z_1 + p_1 t_1, \quad z' = z_2 + p_2 t_2$$

若 $z = z'$, 两直线共面, 即有交点。

(2) 若 $m_1 \neq 0$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{x_2 - x_1 - m_2 t_2}{m_1} \\ t_2 = \frac{n_1(y_2 - y_1) + m_1(x_1 - x_2)}{k} \end{cases}$$

用(1)中同样方法求交点坐标。

其它情况:

$n \neq 0, m=0, k=0$ 两直线在 xoz 平面上; $m \neq 0, n=0, k=0$ 两直线在 $yo z$ 平面上; $m \cdot n \cdot p \cdot p' \neq 0$, 求交点方法同 2。

2.2 直线和圆的交点

直线的参数方程

$$\begin{cases} x = x_0 + m_1 t_1 & (1) \\ y = y_0 + n_1 t_1 & (2) \\ z = z_0 + p_1 t_1 & (3) \end{cases} \quad t_1 \in [0, 1]$$

圆的方程:

$$\begin{cases} (x - x_{c_0})^2 + (y - y_{c_0})^2 + (z - z_{c_0})^2 = r^2 & (4) \\ A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0 & (5) \end{cases}$$

(4) 式为圆所在球面的方程, (5) 式为圆平面方程, 其中, 圆心坐标为 $(x_{c_0}, y_{c_0}, z_{c_0})$, r 为圆半径。

A_1, B_1, C_1, D_1 为圆平面法式方程的系数。

2.2.1 方程系数的求解

(1) 圆所在球面和直线方程联立所得, 求系数 A, B, C

$$\begin{aligned} A &= m_1^2 + n_1^2 + p_1^2 \\ B &= 2m_1(x_0 - x_{c_0}) + 2n_1(y_0 - y_{c_0}) + 2p_1(z_0 - z_{c_0}) \\ C &= (x_0 - x_{c_0})^2 + (y_0 - y_{c_0})^2 + (z_0 - z_{c_0})^2 - r^2 \end{aligned}$$

(2) 圆平面方程和直线方程联立所得系数 D, E

设圆上有两点 $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$,

做向量:

$$\begin{cases} m_1 = x_1 - x_{c_0} \\ n_1 = y_1 - y_{c_0} \\ p_1 = z_1 - z_{c_0} \end{cases} \quad \begin{cases} m_2 = x_2 - x_{c_0} \\ n_2 = y_2 - y_{c_0} \\ p_2 = z_2 - z_{c_0} \end{cases}$$

将这两向量做叉积,并单位化

$$m_0 = \frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}, \quad n_0 = \frac{n}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}, \quad p_0 = \frac{p}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

其中:

$$m = n_1 p_2 - n_2 p_1$$

$$n = m_2 p_1 - m_1 p_2$$

$$p = m_1 n_2 - m_2 n_1$$

则圆平面方程为:

$$m_0(x - x_{c_0}) + n_0(y - y_{c_0}) + p_0(z - z_{c_0}) = 0 \quad (6)$$

将(6)式和(1)、(2)、(3)式联立,所得系数

$$D = m_0(x_0 - x_{c_0}) + n_0(y_0 - y_{c_0}) + p_0(z_0 - z_{c_0})$$

$$E = m_0 m_1 + n_0 n_1 + p_0 p_1$$

2.2.2 求交点

令 $data = \sqrt{B^2 - 4AC}$

(1)直线和圆异面的情况

a. 若 $data = 0$

$t_1 = -\frac{B}{2A}$; 直线方程和球面方程联立所得解

$t = -D/E$; 直线方程和圆平面方程所得解

若 $t_1 = t$, 且 $t \in [0, 1]$, 有一个交点

b. 若 $data > 0$

$$\begin{cases} t_1 = (-B + data)/2A \\ t_2 = (-B - data)/2A \end{cases}, \quad t = -D/E$$

若 $t = t_1$, 且 $t \in [0, 1]$ 或 $t = t_2$, 且 $t \in [0, 1]$ 有一个交点。

(2)直线和圆共面的情况

a. 若 $data = 0$

$$t_1 = -B/2A$$

若 $t \in [0, 1]$, 有一个交点,

b. 若 $data > 0$

$$t_1 = (-B + data)/2A$$

$$t_2 = (-B - data)/2A$$

若 $t_1 \in [0, 1], t_2 \notin [0, 1]$ 显示第一交点。

若 $t_1 \notin [0, 1], t_2 \in [0, 1]$ 显示第二交点。

若 $t_1 \in [0, 1], t_2 \in [0, 1]$ 判定鼠标靠近哪个交点, 显示该交点。

若 $t_1 \notin [0, 1], t_2 \notin [0, 1]$ 无交点。

2.3 直线和圆弧的交点

圆弧是圆的一部分, 所以求直线和圆弧的交点的算法与直线和圆求交方法相同。但要排除交点不在圆弧上的情况。这里不再赘述求交点算法, 只讨论如何判断点是否在圆弧上。

设圆弧的起点坐标为 (x_s, y_s, z_s) , 终点坐标为 (x_e, y_e, z_e) , 圆心角为 $angle$ 。

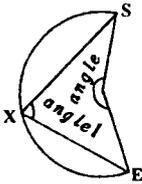
被判断点的坐标为 (x, y, z) , 作向量

$$\begin{cases} m_s = x_s - x \\ n_s = y_s - y \\ p_s = z_s - z \end{cases} \quad \begin{cases} m_e = x_e - x \\ n_e = y_e - y \\ p_e = z_e - z \end{cases}$$

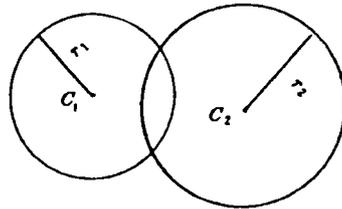
设向量 (m_s, n_s, p_s) 和向量 (m_e, n_e, p_e) 的夹角为 $angle1$

$$angle1 = \arccos \left[\frac{m_s \cdot m_e + n_s \cdot n_e + p_s \cdot p_e}{\sqrt{m_s^2 + n_s^2 + p_s^2} \sqrt{m_e^2 + n_e^2 + p_e^2}} \right]$$

若满足 $2angle + angle = 2\pi$, 则点在圆弧上。否则, 点不在圆弧上。见图二。



图二 空间圆弧



图三 空间圆和圆相交

2.4 圆和圆、圆和圆弧、圆弧和圆弧的交点

圆和圆、圆和圆弧、圆弧和圆弧求交点的算法相同, 其区别在于:

- 1) 圆和圆弧求交点时, 要判断交点是否在圆弧上。
- 2) 圆弧和圆弧求交点时, 要判断交点是否既在第一条圆弧上, 又在第二条圆弧上。

设第一圆的圆心坐标为 (x_{01}, y_{01}, z_{01}) , 半径为 r_1 , 圆上一点为 (x_s, y_s, z_s) 。第一个圆所在平面的法向量为 (m_01, n_01, p_01) 。第二个圆的圆心坐标为 (x_{02}, y_{02}, z_{02}) , 半径为 r_2 , 见图三。

则两圆的交点既在第一圆所在球面上, 又在第二圆所在球面上, 同时还在第一圆或第二圆所在平面上, 在此我们仅讨论第一种情况, 即交点的坐标同时满足下面三个方程

$$\begin{cases} (x - x_{01})^2 + (y - y_{01})^2 + (z - z_{01})^2 = r_1^2 & (1) \\ (x - x_{02})^2 + (y - y_{02})^2 + (z - z_{02})^2 = r_2^2 & (2) \\ m_1(x - x_s) + n_1(y - y_s) + p_1(z - z_s) = 0 & (3) \end{cases}$$

(1)式-(2)式得

$$\begin{aligned} & 2(x_{02} - x_{01})x + 2(y_{02} - y_{01})y + 2(z_{02} - z_{01})z \\ & + (x_{01}^2 + y_{01}^2 + z_{01}^2 - y_{02}^2 + z_{02}^2 - r_1^2 + r_2^2) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

若 $p_1 \neq 0$, 即非 xoy 平面

$$(3)式整理为 \quad z = A_1x + B_1y + C_1 \quad (5)$$

$$\text{其中 } A_1 = -\frac{m_1}{p_1}, B_1 = -\frac{n_1}{p_1}, C_1 = -\frac{m_1x_s + n_1y_s + p_1z_s}{p_1}$$

将(5)式代入(4)式得

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

其中:

$$A_2 = 2(x_{02} - x_{01}) + 2(y_{02} - y_{01})A_1$$

$$B_2 = 2(y_{02} - y_{01}) + 2(z_{02} - z_{01})B_1$$

$$C_2 = 2(z_{02} - z_{01}) + x_{01}^2 + y_{01}^2 + z_{01}^2 - r_1^2 - x_{02}^2 - y_{02}^2 - z_{02}^2 + r_2^2$$

(1)若 $A_2 \neq 0$, 则

$$x = -\frac{B_2}{A_2}y - \frac{C_2}{A_2} \quad (6)$$

$$z = \left(-\frac{A_1B_2}{A_2} + B_1\right)y - \frac{A_1C_2}{A_2} \quad (7)$$

将(6)式代入(1)式得

$$Ay^2 + By + C = 0$$

$$\text{其中: } A = \left(\frac{B_2}{A_2}\right)^2 + 1 + \left(B_1 - \frac{A_1B_2}{A_2}\right)^2$$

$$B = \frac{2B_2C_2}{A_2^2} + 2\left(B_1 - \frac{A_1B_2}{A_2}\right)\left(C_1 - \frac{A_1C_2}{A_2}\right) + 2x_{01}B_2/A_2 - 2y_{01} + 2y_{01}\left(\frac{A_1B_2}{A_2} - B_1\right)$$

$$C = \left(\frac{C_2}{A_2}\right)^2 + \left(\frac{A_1C_2}{A_2} - C_1\right)^2 + \frac{2x_{01}C_2}{A_2} + 2z_{01}\left(\frac{A_1C_2}{A_2} - C_1\right) + x_{01}^2 + y_{01}^2 + z_{01}^2 - r_1^2$$

$$\text{令 } data = \sqrt{B^2 - 4AC}$$

a. 若 $data = 0$, 有一个交点

b. 若 $data > 0$, 则有两个交点, 需要判断哪个离鼠标近, 距鼠标近的交点为所求交点。

(2)若 $B_2 \neq 0$, 则有

$$y = -\frac{A_2}{B_2}x - \frac{C_2}{B_2}, z = \left(A_1 - \frac{B_1A_2}{B_2}x - \frac{B_1C_2}{B_2}\right) + C_1$$

代入(3)式得方程系数 A, B, C , 求解方法同上。

其它情况:

$n_1 \neq 0$, 即非 xoz 平面

$m_1 \neq 0$, 即非 $yozy$ 平面

方法同 1。

2.5 样条与直线、圆、圆弧的交点

(1)求空间两条曲线交点的 *Newton* 迭代法

$$\text{曲线 I: } \vec{r}_1 = \vec{r}_1(s)$$

$$\text{曲线 II: } \vec{r}_2 = \vec{r}_2(t)$$

曲线的交点满足:

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}_1(s) - \vec{r}_2(t) = \vec{0}$$

将 \vec{r} 接点 (s_i, t_i) Taylor 展开

$$\vec{r}_{i+1} = \vec{r}_i + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial s} \Delta s + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t} \Delta t + O(h^2) \quad (1)$$

这里: $h = \sqrt{\Delta s^2 + \Delta t^2}$

令 $\vec{r}_{i+1} = \vec{O}$ 则

$$-\vec{r}_i = \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial s} \Delta s + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t} \Delta t \quad (2)$$

对(2)两边作叉积

$$-\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t} \times \vec{r}_i = \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t} \times \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial s} \Delta s$$

于是

$$s_{k+1} = s_k - \frac{\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t} \times \vec{r}_i}{\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t} \times \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial s}} \quad (3)$$

类似地

$$t_{k+1} = t_k + \frac{\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial s} \times \vec{r}_i}{\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial s} \times \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t}} \quad (4)$$

(2) 求出两条曲线的交点

选取不同的初值,按(3)、(4)迭代,直至 $h < \epsilon$ (预先指定的误差),对所有的根再进行合法性检验,排除不在界定范围内的根,再对余下的根在屏幕上的位置与鼠标位置比较,找出最近的根

3 结束语

在计算精度和计算时间上求得平衡,是本文的出发点。对简单曲线,采用解析法,计算量小,精度高;对复杂曲线采用改进的 *Newtown* 迭代法,使计算量较传统方法大大减少,而精度却大体相同。

本文论述的方法已在郑州工学院塑胶模具国家工程研究中心开发的注塑成型计算机模拟系统(ZMOLD 3.0)中得到成功应用,实践证明方法可靠,计算效率较高。

参考文献

- 1 P. R. Wilson, "Euler Formulas and Geometric Modeling" IEEE CG & A Vol. 3. No. 7, Aug. 1985, pp25~36.
- 2 M. Mantyla and R. Sulonen, "GWB: A Solid Modeler with Euler Operators." IEEE Computer Graphic and Applications, Vol. 2. No. 7, Sept. 1982, PP17~31.
- 3 M. Mantyla, "A Note on the Modeling Space of Euler Operators", Computer Vision, Graphic and Processing. Vol. 26. No. 1, Apr. 1984, PP45~60.
- 4 I. Lakators, "Proofs and Refutations", Cambridge University Press, New York, 1976.
- 5 孙家广,《计算机图形学》,清华大学出版社,1985年
- 6 苏步青,刘鼎元.《计算几何》,上海科技出版社,1982年

THE METHOD OF INTERSECT POINTS OF INJECTION MOLDING CAE SYSTEM

Shi Li

(computer and Automation Department of Zhengzhou University of Technology)

Cao Wei

(APPT ERC of Zhengzhou University of Technology)

Liu Lingzhi

(Zhengzhou mechanical Institute)

Abstract In the paper, we introduce the methods of calculating intersect points of two arbitrary space curves picked in geometry molding of Intection Molding Computer Simulation System ZMOLD.

Key words Injection Molding, Computer Simulation, Calculating intersect points.

(上接 47)

参 考 文 献

- 1 冯炳尧、韩泰荣等,《模具设计与制造简明手册》,上海科技出版社,4,1992
- 2 《标准模具汇编》,中国标准出版社,11,1992
- 3 CVMAC Language Reference, Rev. 6,1992
- 4 王国中、逯晓勤等,注塑模型腔加工电极 CAD 技术,河南科学, Sep. 1995

INJECTION MOLD STRUCTURE DESIGN CAD SYSTEM DEVELOPING

Lu Xiaoqin Wang Guozhong Shen Changyu Ying Jin

(Zhengzhou University of Technolog)

Abstract The pape studies developing injection mold structure design on CADDS5 software. The system makes up for the weakness of CADDS5 used in injection mold structure design. It makes injection mold CAD have come true.

Key word Injection mold, Data base