第17卷 第4期
1996年 12月
郑州工业大学学报
Journal of Zhengzhou University of Technology
Vol. 17 No. 4.
Dec. 1996

判断矩阵法在灰类信息白化及指标值规范化过程中的应用

王明涛
（郑州工学大学工商学院 450002）

摘 要：本文从系统评价指标的分类出发，根据判断矩阵的性质，提出了三类指标的信息“白化”及规范化方法，并通过实例证明了这些方法的可行性。

关键词：系统评价，判断矩阵，灰类信息白化，指标值规范化。

中图分类号：N94

1 前言

人们在对复杂系统进行分析评估时，往往要考虑很多因素，制定评估指标体系进行评估。在这些评估指标中，有些是定量指标，其价值评定值可用定量数据描述，这些信息称为白化信息；也有相当一部分是定性指标，其价值评定值只能用定性述语描述，这些信息称为灰类信息；由于评估指标相互之间通常具有不同量纲和数量级，因而不能直接进行比较。这些问题的存在，无疑对系统的综合评价带来相当困难。处理的办法通常是：首先将灰类信息“白化”，然后将本白信息及灰类白化信息规范化，之后根据各指标的相对权重进行综合评判。进行灰类信息“白化”及指标价值评定值规范化的方法很多，如目标打分法、线性插值法等，这些方法简单、实用，但有时过于粗糙、主观，有些信息“白化”和指标规范化方法需要两个过程，很不方便，本文尝试采用判断矩阵法，利用判断矩阵的优点，不但可以提高灰类信息“白化”的客观性，还可将灰类信息“白化”及指标规范处理统一为一个过程，利用计算机方便快速进行复杂系统的综合评价。

2 基本思路

设：$u=\{u_1,u_2,\cdots,u_n\}$为 n 个评价指标；$W=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^T$ 为评价指标的权重系数；$A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$为 m 个评价方案：

$$C=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots\cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots\cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots\cdots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

其中 c_{ij}为第 i 个方案在第 j 个指标下的价值评定值。用判断矩阵法进行指标规范化处理的基本思路为：将某个指标 u_j，视为考评指标，将 m 个评价方案视为该指标下的 m 个因素，

收稿日期：1996－05－02

利用 m 个评价方案在 u_j 指标下的价值评定值构造判断矩阵，此判断矩阵的特征向量即为各方案在指标 u_j 下的规范化结果。将每个指标下的规范化结果构成 P 矩阵。

$$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots\cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots\cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots\cdots & p_{mn} \end{bmatrix}$$

考虑到各指标的权重系数 W，则综合评价模型为：

$$S=P\cdot W$$

由于评价指标的性质和目标要求不同，其价值评定量规范化方法也不同，我们将指标分为三类：

1、指标评定值可用定量数值描述，且要求指标值越大越好；

2、指标评定值可用定量数值描述，但要求指标值越小越好；

3、指标评定值只能用定性述语描述，这类指标称为定性指标。

对于第一类指标，由于要求指标值越大越好，故可直接利用已白化的数值构成判断矩阵，进行规范化处理。

设 u_L 为一定量指标，且要求指标值越大越好，m 个评价方案在该指标下的价值评定值分别为 $c_{1L}, c_{2L}, \cdots\cdots c_{mL}$，则可构成如下判断矩阵（如表 1）

表 1　第一类指标规范化处理的判断矩阵

指标 L	A_1	A_2	…	A_m	特征向量
A_1	1	c_{1L}/C_{2l}	…	c_{1L}/c_{mL}	p_{1L}
A_L	c_{2L}/c_{1L}	1	…	c_{2L}/c_{mL}	p_{2L}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
A_m	c_{mL}/c_{1L}	c_{mL}/c_{2L}	…	1	p_{mL}

例如，某一学生评价系统，其中一个评价指标为学习成绩，该指标为定量指标，且要求越大越好。若被评学生为 5 人，分别记为 A、B、C、D、E，其学习成绩（以总平成绩记）分别为 92，70，65，73，88，对“学习成绩”指标，可构成如下判断矩阵，得出特征向量，此特征向量即为规范化结果，如表 2 所示。

表 2　学生“学习成绩”规范化处理的判断矩阵

学习成绩	A	B	C	D	E	特征向量
A	1	92/70	92/65	92/73	92/88	0.2371
B	70/92	1	70/65	70/73	70/88	0.1804
C	65/92	65/70	1	65/73	65/88	0.1676
D	73/92	73/70	73/65	1	73/88	0.1881
E	88/92	88/70	88/65	88/73	1	0.2268

CI＝CR＝0

第二类指标是要求指标评价值越小越好的定量指标，此时最优值为该指标下的最小值，

最差值为该指标的最大值，这时可用白化数据的倒数代替原数据构成判断矩阵。

设 u_k 为一定量指标，且要求指标值越小越好，m 个评价方案在该指标下的价值评定量分别为 $c_{1k},c_{2k},\cdots,c_{mk}$，则可构成如下判断矩阵。如表 3 所示。

表 3 第二类指标规范化处理的判断矩阵

指标 U_k	A_1	A_2	$\cdots$	A_m	特征向量
A_1	1	$1/c_{1L}/1/c_{2L}$	$\cdots$	$1/c_{1L}/1/c_{mL}$	p_{1k}
A_2	$1/c_{2L}/1/c_{1L}$	1	$\cdots$	$1/c_{2L}/1/c_{mL}$	p_{2k}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$
A_m	$1/c_{mL}/1/c_{1L}$	$1/c_{mL}/1/c_{2L}$	$\cdots$	1	p_{mk}

例如某一交通安全系统的综合评价，其中一个评价指标为实施费用，三个方案 A、B、C 的实施费用分别为 7 万元、42 万元、3 万元；对“实施费用”指标(要求越小越好)，可构成如下判断矩阵，其特征向量即为规范化结果。如表 4 所示。

表 4 “实施费用”指标规范化处理的判断矩阵

实施费用	A	B	C	特征向量
A	1	1/7/1/42	1/7/1/3	0.285
B	1/42/1/7	1	1/42/1/3	0.048
C	1/3/1/7	1/3/1/42	1	0.667

第三类指标为定性指标，其价值评定量往往为灰类信息，这里采用群体 AHP 判断矩阵的方法构成判断矩阵，将其灰类信息白化，并同时完成规范化处理。

3 群体 AHP 判断矩阵法在灰类信息“白化”及指标植规范过程中的应用

(一)群体 AHP 判断矩阵法介绍

根据文献[1]，群体 AHP 判断矩阵法的基本思路及步骤为：

1. 设在某指标下有 n 个因素，分别为 $B_1,B_2,\cdots,B_m$：B_i 与 B_j 相比，可用 0，1，2 三个量值判断它们之间的相对重要性，构造一类判断矩阵，其元素 c_{ij} 为：

$c_{ij}=0$，第 i 个因素没有第 j 个因素重要；

$c_{ij}=1$，第 i 个因素与第 j 个因素同样重要；

$c_{ij}=2$，第 i 个因素比第 j 个因素重要。

用这种方法，只要每位专家用 0，1，2 三个数字填这类矩阵上三角形的数字，专家的工作就可结束。此方法不但极大地节省了专家的时间，同时也不易出错，客观性强。

2. 将以 0，1，2 标度的矩阵化为以 1－9 标度的判断矩阵

在实际应用中，选取的专家往往有多个，这主要是避免由于一个专家而产生的偏差，以

提高判断矩阵的客观性。这样，对同一个问题，就有多个专家制定的 0，1，2 标度矩阵。

①计算多个专家情况下某因素的综合量化值

设专家有 m 个，在某个指标 j 下有 n 个因素，分别为 $B_1, B_2, \cdots B_n$，这样有 m 个 $n \times n$ 的 0－2 标度的判断矩阵

设第 i 个专家（$i=1,2,\cdots,m$）所给的 0－2 标度矩阵行之和所形成的向量为 $\beta^{(i)}$，每个专家所赋的权重为

$$\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m) \qquad (\sum_{i=1}^{m}\lambda_i=1, 0\leqslant\lambda_i\leqslant 1)$$

则某个指标 j 下的综合量化值为 $\beta^j=\sum_{i=1}^{m}\lambda_i \cdot \beta^{(i)} \qquad (j=1,\cdots,n)$

②根据综合量化值构造判断矩阵

得出综合量化值后，取 β_k, β_L 为两个基点［$k, L\in(1,2,\cdots,n)$］，β_k 与 β_L 相比，其重要性程度值为 d_m（＞1），则按下述公式构造判断矩阵。

$$r_{ij}=\frac{\beta_i-\beta_j}{\beta_k-\beta_L}\cdot d_m$$

$$b_{ij}(\text{判断矩阵元素})=\begin{cases} r_{ij} & r_{ij}>1 \\ 1 & |r_{ij}|\leqslant 1 \\ -1/r_{ij} & r_{ij}<-1 \quad (i,j=1,2,\cdots,n) \end{cases}$$

$B=\{b_{ij}\}$ 为 1－9 标度矩阵

3．计算各因素相对权重并进行一致性检验

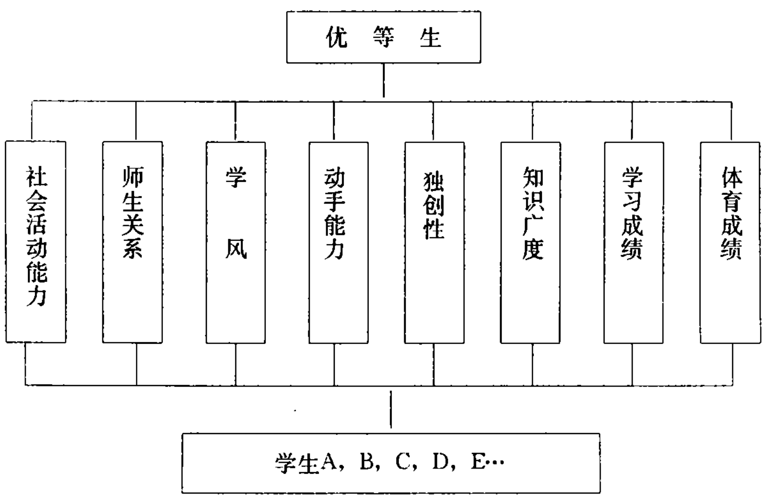

图 1　优秀学生评价指标体系

（二）群体 AHP 判断矩阵法在灰类信息“白化”及指标值规范化过程中的应用

在对复杂系统进行评判时，往往遇到大量定性指标。如优秀学生评价系统，其评价指标如图 1 所示。若体育用成绩（百分数）衡量，此指标体系中只有学习成绩和体育成绩可以定量衡量，其它均为定性指标，对其衡量只能定性描述。如社会活动能力可以用很强、强、较强、一般、较弱、弱等衡量，这些均为灰类信息。要想对学生进行综合评价，必须将这些灰类信息白化，常用的方法有：①组成考核组，给每个学生划等级，然后给每个等级一定分数，如“社会活

动能力”,很强给 90 分,强为 80 分等。这种方法的明显缺陷为误差较大,例如,两学生“社会活动能力”都为强,但有差别,则均为 80 分,该方法则不能区别他们的差别。②组成考评组,按百分制给每生打分,如学生 A 的社会活动能力给 85 分等。该方法克服了第一种方法的不足,但在给分上仍然较难把握。群体 AHP 判断矩阵法,可以较好地克服上述缺点,增加综合评判的客观性。

其基本步骤为:

(1)选取某一定性指标 i,将 n 个被评方案视为 n 个因素,记为 $B_{1i}, B_{2i}, \cdots, B_{ni}$;

(2)选取 m 个专家,按 0,1,2 的标度方法,给出 m 个在定性指标 i 条件下 n 个被评方案的判断矩阵;

(3)将 0,1,2 标度的判断矩阵转化为 1—9 标度矩阵,并求出特征向量。

该特征向量即为灰类信息的白化值,由于特征向量的元素均在[0,1]之间,故同时也完成了规范化处理。

四、应用举例

以学生评价系统为例:

设被评学生有 5 人,分别记为 A、B、C、D、E;评价指标体系如图 1 所示(这些指标全要求评定值越大越好)。为了简单起见,取各指标的相对权重 $W=(0.1, 0.1, 0.15, 0.15, 0.1, 0.1, 0.2, 0.1)^T$。从图 I 可知,八个评价指标中,学生学习成绩和体育成绩是定量指标,其余六个为定性指标。首先进行本白信息的规范化处理。

(一)本白信息规范化处理

在该评价指标体系中,5 个学生的学习成绩和体育成绩是确定的,它们分别为:

学习成绩:92,70,65,73,88;体育成绩:84,86,83,81,79

其规范化过程为:

1. 学生“学习成绩”的规范化。学生“学习成绩”规范化结果如表 2 所示。

2. 学生“体育成绩”的规范化。“体育成绩”的判断矩阵及特征向量如表 5 所示。

表 5 学生“体育成绩”规范化处理的判断矩阵

体育成绩	A	B	C	D	E	特征向量
A	1	0.977	1.012	1.037	1.063	0.2034
B	1.024	1	1.036	1.062	1.089	0.2083
C	0.988	0.965	1	1.025	1.051	0.2010
D	0.964	0.942	0.976	1	1.025	0.1961
E	0.940	0.919	0.952	0.975	1	0.1913

(二)灰类信息的“白化”及规范化处理

在学生评价系统中,有 6 个灰类指标,分别为师生关系、社会活动能力,学风,动手能力,独创性及知识广度,对此 6 类灰类信息的处理采用群体 AHP 判断矩阵方法,这里取 4 名专家,根据各专家的水平,我们赋予的权重为 $\lambda=[1/4, 1/4, 1/4, 1/4]$。

1. 对“社会活动能力”指标的白化及规范化处理。

①4 名专家的 0－2 标度判断矩阵分别为：

专家 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \beta^{(1)} = \begin{matrix} 6 \\ 2 \\ 8 \\ 7 \\ 2 \end{matrix}$$

专家 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \beta^{(2)} = \begin{matrix} 4 \\ 4 \\ 9 \\ 7 \\ 1 \end{matrix}$$

专家 3

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \beta^{(3)} = \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 9 \\ 6 \\ 1 \end{matrix}$$

专家 4

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \beta^{(4)} = \begin{matrix} 4 \\ 2 \\ 7 \\ 6 \\ 6 \end{matrix}$$

(2)计算 4 名专家在“社会活动能力”指标下的综合量化值

$$\beta^1 = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i \cdot \beta^{(i)} = [4.5, 3.25, 8,25, 6.5, 2.5]^T$$

(3)由此量化值，取 $\beta_k = 8.25$，$\beta_L = 3.25$，$dm = 6$。则转化的 1－9 标度判断矩阵及相应特征向量如表 6 所示。

表 6　社会活动能力指标下，0－2 标度转化的 1－9 标度判断矩阵

社会活动能力	A	B	C	D	E	特征向量
A	1	1.5	0.2222	0.417	2.4	0.1175
B	0.6667	1	0.1667	0.2564	1.0	0.0717
C	4.5	6.0	1	2.1	6.9	0.4304
D	2.4	3.9	0.4762	1	4.8	0.2689
E	0.4167	1.0	0.1449	0.2083	1	0.0615

CI＝0.0080　　CR＝0.0071

此判断矩阵的特征向量即为各被评学生在“社会活动能力”指标下的白化值，同时也完成了该指标的规范化过程。

同理，可求出其它五个指标相应的判断矩阵及特征向量（即白化值）。由于篇幅限制，这里仅给出各指标下判断矩阵的特征向量。如表 7 所示。

表7　5类指标规范化处理中判断矩阵的特征向量

评价指标	特征向量				
	A	B	C	D	E
师生关系	0.5668	0.0680	0.1082	0.1319	0.1250
学　风	0.4929	0.0541	0.0516	0.0832	0.3182
动手能力	0.2612	0.2700	0.2787	0.0881	0.1020
独创性	0.2986	0.1948	0.3374	0.0912	0.0780
知识广度	0.3441	0.1289	0.4089	0.0561	0.0619

（三）综合评价

根据上面各判断矩阵的特征值（即各指标的白化处理值），得出各方案在各指标下的值为P：

$$P=\begin{bmatrix} .1175 & .5668 & .4929 & .2612 & .2986 & .3441 & .2371 & .2034 \\ .0717 & .0680 & .0541 & .2700 & .1948 & .1289 & .1804 & .2083 \\ .4304 & .1082 & .0561 & .2787 & .3374 & .4089 & .1676 & .2010 \\ .2689 & .1319 & .0832 & .0881 & .0912 & .0561 & .1881 & .1961 \\ .0615 & .1250 & .3182 & .1020 & .0780 & .0619 & .2268 & .1913 \end{bmatrix}$$

考虑到各指标的权重 $W=(0.1,0.1,0.15,0.15,0.1,0.1,0.2,0.1)^T$，这样各方案的综合评价值为

$$S_i=\sum_{j=1}^{5} p_{ij}\cdot w_j,$$

$S_1=0.3136, S_2=0.1519, S_3=0.2317, S_4=0.1377, S_5=0.1602$

从计算结果看，学生A的权重（0.3136）最大，学生C次之，学生D最差。这与实际情况十分相符，因为我们所选的学生全是我们熟悉的学生，这说明上述方法是有效的、可行的。

五、结论

从以上分析可以得出如下结论：

1. 此方法的核心是利用判断矩阵及其特征值将灰类信息白化并规范化处理，同时将“白化”过程及规范化处理两个过程归并为一个过程，进而进行综合评价。

2. 利用群体AHP判断矩阵法简化了判断过程，增加了分析的客观性，因为在同一个指标（条件）下，不同方案好坏的相互比较，要比单纯给该方案一个等级或一个分数准确。

3. 在灰色综合评价中，只要用此方法将有关信息白化、规范化之后，可在各指标下选取最优比较序列，进而计算关联度系数，进行灰色综合评价。

（下转106页）

然影响程度比 S_0 小。

综合上述分析，影响 F 和 η_1 值的人为因素中，重要的是 S_0 和 m 值，结合豫东平原的具体条件，在其他计算参数相同时，经计算可知：当 S_0 增大 1 倍时，其 F（亩）值大约将增加 1 倍左右，而 η_1 值大约将减小三分之二左右；而当 m 值每增加 10 时，F（亩）值大约将减小 20 左右，而 η_1 大约将增加 3 个百分点。因此在实际中，应尽可能增大 S_0 值减小 m 值，这样就可以增加灌溉面积和减少干扰程度。

3.7　按标准灌溉井距规划的井灌区，计算出该规划区总的出水量后，还必须用该规划区的地下水的资源量，即允许开采量进行校核。

参 考 文 献

1　张蔚榛主编：地下水非稳定流计算和地下水资源评价
2　武汉水利电力学院主编．农田水利学

Standard Irrigation Well Spacing And Ite Calculation

Duan Yu De
(*Zhengzhou University of Technology*)

Abstract Based on the theory of unsteady flow of ground water and requirements of farmland irrigation, the paper puts forward the calculation formula of standard irrigation well spacing, and the experience data of Eastern Henen Plain are given.

Keywordr standard irrigation well spacing, unsteady flow, farmland irrigation.

（上接 101 页）

参 考 文 献

1　杨永清、许先云．《混合群体 AHP 方法判断矩阵的构造及应用》．系统工程．1994．3
2　何勇．《灰色多层次综合评判模型及应用》．系统工程理论与实践．1993．4
3　耿颖．申金升．《AHP 法层次结构的评估》．系统工程 1993．3

Application of Judgement Matrix in Grey information Whitening and indicatrix value Formalizing

Wang　Mingtao
(*Zhengzhou University of Technology*)

Abstracet: In this paper, proceeding from the classification of system evaluation indicatrix, and based on the nature of judgement matrix, the methods of information, on whitening and formalizing of three kinds of indicatrixes are proposed, and the feasibilities of the methods are verified in an example.

Keywords: system evaluation, judgement matrix, grey information whitening, indicatrix value formalizng.