

文章编号:1007-6492(1999) 01-0056-04

非线性二阶非自治混沌电路的周期控制研究

李志超, 王俊鹏, 高金峰

(郑州工业大学电气信息工程学院, 河南 郑州 450002)

摘 要: 基于自控制连续反馈混沌控制方法, 对一个含有非线性负电容的二阶非自治混沌电路进行了周期控制的数值研究. 结果表明, 可采用自控制连续反馈控制方法实现混沌中的周期控制.

关键词: 混沌; 控制; 周期控制

中图分类号: TN 918 文献标识码: A

目前各种混沌控制方法中, K·Pyragas^[1,2] 提出的自控制反馈控制方法简单可靠, 应用性强. 因此, 本文选择一个含有非线性负电容的二阶非自治混沌电路^[3], 应用 K·Pyragas 提出的方法进行混沌控制的数值研究. 该二阶非自治电路存在丰富的周期分岔和混沌振荡, 而且能够模拟著名的杜芬方程. 因而用该电路进行混沌中的周期控制研究有重要的理论价值和应用价值.

1 自控制连续反馈混沌控制方法

1993 年, 德国学者 K·Pyragas 提出了一种非线性连续系统的混沌控制方法, 即自控制反馈连续控制方法. 它的基本思想是: 考察非线性混沌系统的输出信号与输入信号的自反馈耦合, 或者从系统外部强迫注入某一周期信号, 或者直接将系统自身的输出信号取出一部分经过一定的时间延迟后再反馈到原混沌系统中去, 作为控制信号, 通过调节控制因子及控制信号的大小实现稳定控制. 在实际应用中, 有两种实现控制的方法: 外力反馈控制法和延迟反馈控制法. 原理方框图分别如图 1、图 2 所示.

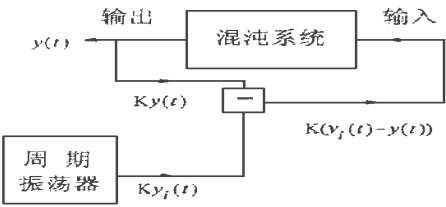


图 1 外力反馈控制法

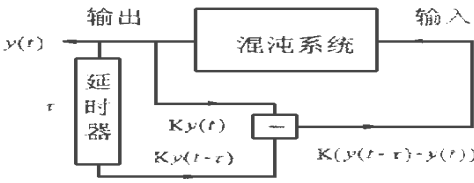


图 2 延迟反馈控制法

2 电路模型与方程

本文研究的对象为一个含有分段线性化负电容的二阶非自治电路, 它由线性电阻 R 、线性电感 L 、正弦电压源 $e = E \cos \varphi$ 和分段线性化负电容 N_c 串联构成, 如图 3. 非线性、分段线性化负电容的 $q-v$ 特性为

$$V_c = \frac{1}{C}q + \frac{1}{C} |q - q_0| - \frac{1}{C} |q + q_1| - \frac{1}{C}(q_0 - q_1) \quad (1)$$

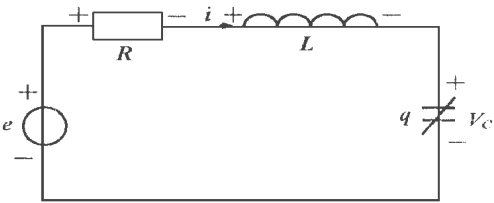


图 3 电路模型

相应的特性曲线如图 4 所示. 其中 $q_1 = 0.9q_0$, 即为不对称的情形. 以电感电流 i 、电容电荷 q 为状态变量, 并经归一化后列写的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\alpha - f(x) + \lambda \cos \varphi, \end{cases} \quad (2)$$

收稿日期:1998-06-29; 修订日期:1998-11-02

基金项目: 河南省自然科学基金资助项目(964060200)

作者简介: 李志超(1972-), 男, 河南省平顶山市人, 郑州工业大学硕士研究生

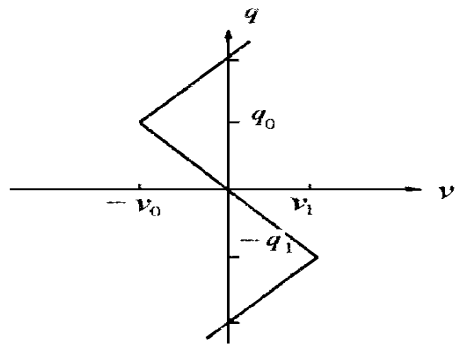


图 4 非线性负电容的 $q-v$ 特性曲线

这里, $x = q/q_0, y = (\sqrt{LC}/q_0)i, t \leftarrow t/\sqrt{LC}, \alpha = R\sqrt{C/L}, \gamma = (C/q_0)E, v = \sqrt{LC}\omega, f(x) = x + |x-1| - |x+0.9| - 0.1$.

取 $\alpha=0.0443, v=1$. 则式 (2) 可写为

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\gamma - f(x) + \chi \cos t. \end{cases} \quad (3)$$

当改变参数 γ 时, 该电路交替出现丰富的周期分岔和混沌振荡, 其分岔特性见文献 [3].

3 混沌控制的计算机仿真

3.1 外力反馈控制法

根据外力反馈控制法的思想, 针对方程 (3), 加上控制信号后变为

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\gamma - f(x) + \chi \cos t + F(t), \end{cases} \quad (4)$$

$F(t)$ 为控制信号, 其表达式为

$$F(t) = K[y_i(t) - y(t)] = KD(t). \quad (5)$$

其中, $y(t)$ 为输出信号, $y_i(t)$ 是外部输入信号, 它是对应于混沌吸引子中某一周期为 T_i 的不稳定周期轨道 (简称 UPO) 的周期信号, 即 $y_i(t) = y_i(t + T_i)$, K 为可调节的控制因子.

取 $\gamma=0.40$ 并在 $K=0.5$ 时实现了周期-1 UPO 轨道的稳定控制, 控制结果如图 5(a) ~ 5(d) 所示. 可以看出, 在经历了暂态过程后控制量 $F(t) \rightarrow 0$. 即控制量 $F(t)$ 并不改变方程 (4) 相应的 UPO 轨道 (即 $y(t) = y_i(t)$). 这是连续反馈控制法的一个重要特点, 也是其优越性的体现.

3.2 延迟反馈控制法

外力反馈法的缺点是需要设计特殊的振荡装置作为外部信号发生器并与系统内的 UPO 轨道相同. 这在技术实现上有很大难度. 采用前面介绍的第 2 种方法克服了上述缺点.

延迟反馈控制法是以信号 $y(t - \tau)$ 取代了外部强迫信号 $y_i(t)$. 这时方程 (4) 中控制量 $F(t)$ 的表达式为:

$$F(t) = K[y(t - \tau) - y(t)] = KD(t) \quad (6)$$

其中: $y(t - \tau)$ 表示信号 $y(t)$ 经过时间 τ 的延迟; τ 为延迟时间. 延迟时间 τ 应选取与所需 UPO 轨道的周期相同, 即 $\tau = T_i$.

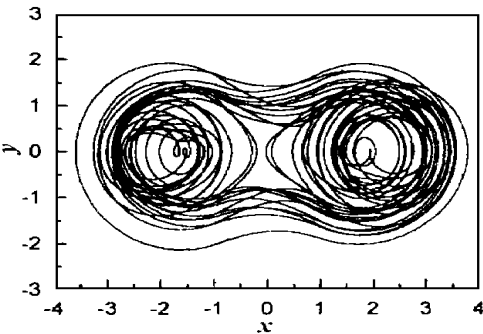


图 5(a) 混沌吸引子的相图 ($F(t)=0$)

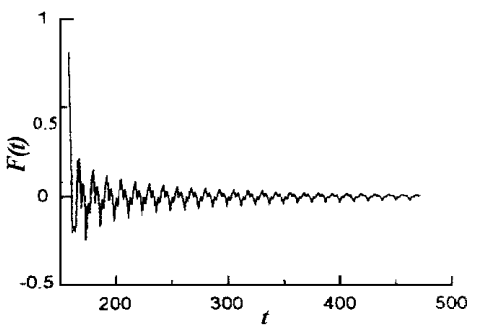


图 5(b) $F(t)$ 随时间 t 变化的曲线

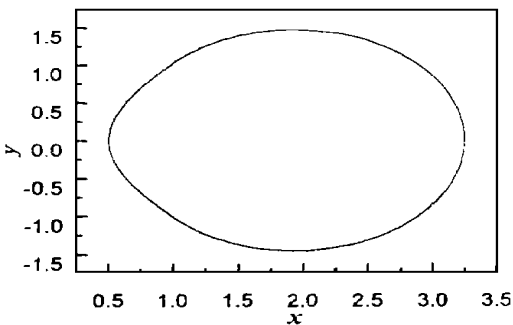


图 5(c) 控制后的周期-1 相图

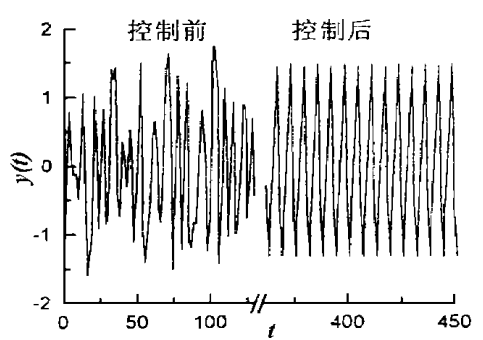


图 5(d) 信号 $y(t)$ 的部分时域图

取 $\gamma=0.34$ 并选取 $\tau=T$ 实现了对周期-1 UPO 轨道的稳定控制. $K=0.5$ 时的控制结果如

图 6(a)~6(c) 所示. 实现稳定控制 $y(t-\tau)=y(t)$ 时, $F(t) \rightarrow 0$. 这一结果说明延迟反馈控制法也不会改变系统相应的 UPO 轨道.

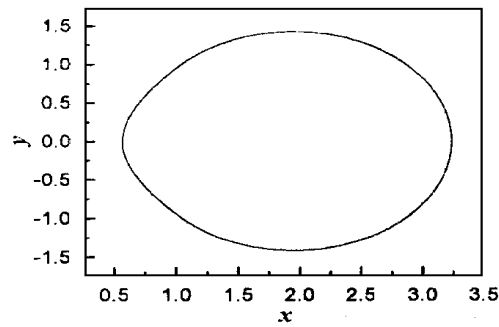


图 6(a) 控制后的周期-1 相图

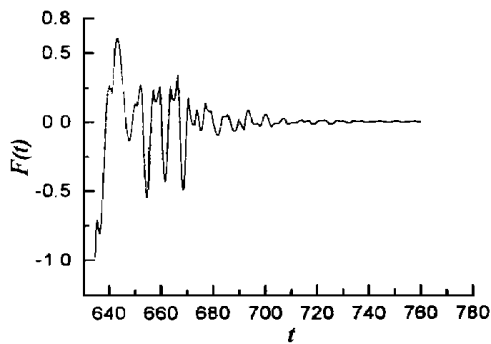


图 6(b) $F(t)$ 随时间 t 变化的曲线

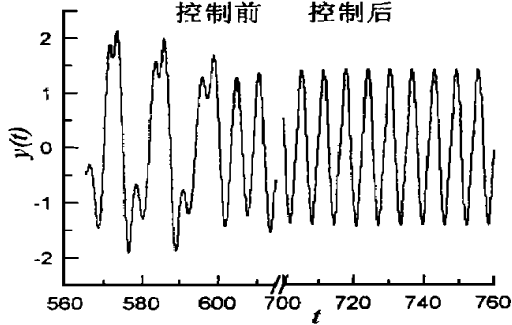


图 6(c) 信号 $y(t)$ 的部分时域图

4 控制性能分析(外力反馈控制法)

4.1 多重稳定解分析

外力反馈控制法的显著特点是它可以在任意时刻加入控制量 $F(t)$ 对混沌系统进行控制. 这意味着控制过程的初始扰动有可能非常大. 但这可能导致被稳定控制的 UPO 轨道属于不同初始条件下的不同流域(basins). 为了消除多重稳定解, 可以通过限制控制量 $F(t)$, 即开窗口^[1]的办法加以解决. 这时控制量 $F(t)$ 的表达式为

$$F(t) = \begin{cases} -F_0, & KD(t) \leq -F_0, \\ KD(t), & -F_0 < KD(t) < F_0, \\ F_0, & KD(t) \geq F_0. \end{cases} \quad (7)$$

其中: F_0 为扰动饱和项. 图 7(a)~7(b) 为加扰动限制式(7)后对周期-2 UPO 轨道实现稳定控制的结果(其中 $\gamma=0.34, F_0=0.05, K=0.5$).

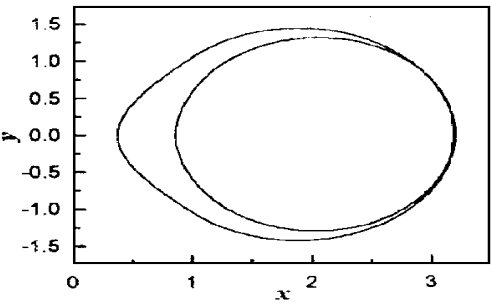


图 7(a) 加扰动限制时控制后的相图

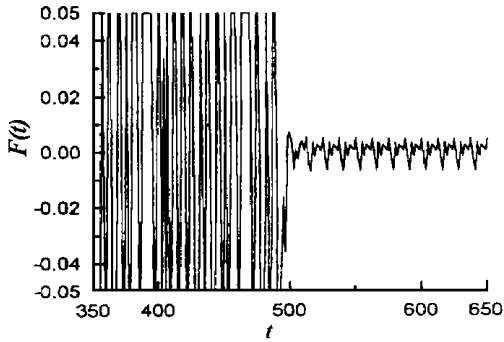


图 7(b) 加扰动限制时 $F(t)$ 随 t 变化的曲线

控制表达式(6)及式(7)都可以稳定控制 UPO 轨道, 但式(7)在许多情形下能够有效地消除多重稳定解, 而且避免在控制过程中出现过大大扰动.

4.2 抗噪声能力

为了研究噪声的影响作用, 在方程(4)的右边加上随机项(随机变量) $\epsilon \hat{q}_x(t)$ 及 $\epsilon \hat{q}_x(y)$, (ϵ 为噪声强度, $\hat{q}_x(t)$, $\hat{q}_x(t)$ 相互独立且都服从均值为 0, 方差为 1 的高斯正态分布), 然后数值求解该方程. 图 8、图 9 为两个不同的噪声强度 ϵ 下对周期-1 UPO 轨道实现稳定控制的控制结果(图 8 中, $\epsilon=0.01, K=0.5$; 图 9 中, $\epsilon=0.05, K=0.5$). 由于控制过程的连续性和持久性, 即使是在很大的噪声背景下, 受控系统也不会被撞出远离 UPO 轨道的区域. 不同的噪声强度, 仅仅影响扰动幅度的变化. 所以, 外力反馈控制法基本上不受噪声的影响, 并且具有相当强的抗噪声能力. 这表示在实际的物理系统中可以实现稳定控制.

4.3 局域稳定性分析

通过计算系统方程(4)在 UPO 轨道处线性化后的变分方程的最大 Lyapunov 指数 UPO 轨道的最大 Lyapunov 指数, 记作 λ_{\max} 并从 λ_{\max} 值的符号上判别系统的局域稳定性: $\lambda_{\max} > 0$, 不稳定; $\lambda_{\max} < 0$, 稳定. 图 10 为 $\gamma=0.34$ 时, 周期-1 及周

期-2 的 UPO 轨道都稳定在一个有限区域 $K = [K_{\min}, \infty]$, 即在此区域中所有的 $\lambda_{\max} < 0$. 这里, K_{\min} 为稳定区载的阈值, 即: K_{\min} 满足 $\lambda(K_{\min}) = 0$. 该轨道的最大 Lyapunov 指数 λ_{\max} 在 $K = K_{op}$ 处有一最小值, 这意味着微扰权重 K 取值 K_{op} 时, 受控系统达到最优的控制效果.

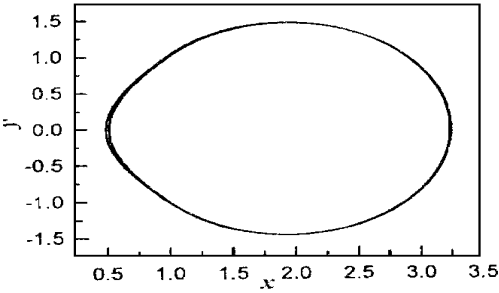


图 8(a) 控制后的周期-1 相图

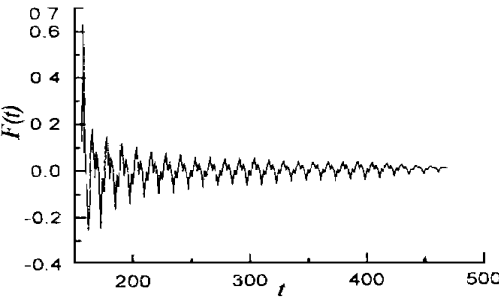


图 8(b) $F(t)$ 随时间 t 变化的曲线

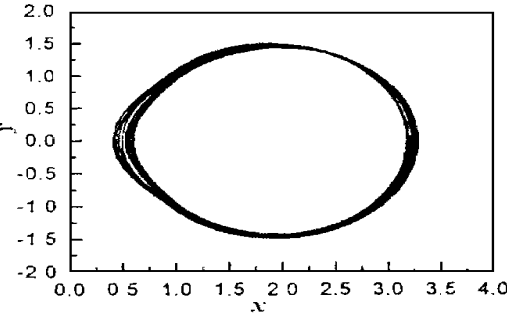


图 9(a) 控制后的周期-1 相图

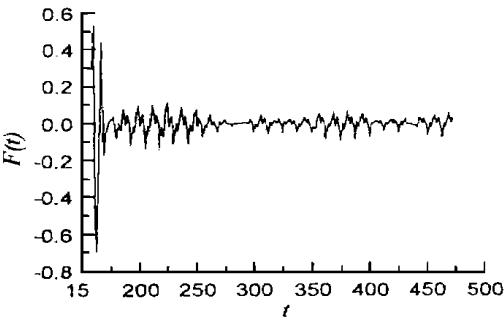


图 9(b) $F(t)$ 随时间 t 变化的曲线

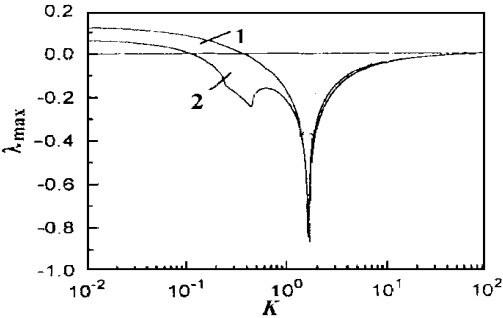


图 10 λ_{\max} 与 K 的关系曲线

5 结论

研究表明, 在不同的混沌带内, 分别运用外力反馈控制法、延迟反馈控制法可实现电路的 UPO 轨道的稳定控制. 对混沌控制过程中系统的多重稳定解、抗噪声能力、局域稳定性等问题作了讨论, 为混沌控制的应用研究提供了有价值的参考.

参考文献

[1] PYRAGAS K · Continuous control of chaos by self - controlling feedback[J] · Phys Lett A , 1992, 170(6) : 421 - 428.

[2] PYRAGAS K , TAMASEVICIUS A · Experimental control of chaos by self - controlling feedback[J] · Phys Lett A , 1993, 180(1, 2) : 99 - 102.

[3] 高金峰 · 含非线性负电容的二阶非自治电路中的混沌振荡[D] · 西安: 西安交通大学, 1986.

Periodic Control of Nonlinear Second - order Non - autonomous Chaotic Circuit

LI Zhi - chao , WANG Jun - kun , GAO Jin - feng

(College of Electrical & Information Engineering , Zhengzhou University of Technology , Zhengzhou 450002 , China)

Abstract : The periodic control of a second - order non - autonomous chaotic circuit containing a nonlinear negative capacitor is studied by using the method of continuous control of chaos based on self - controlling feedback . The periodic control of the chaotic circuit is demonstrated .

Key words : chaos ; control ; periodic control