

文章编号:1007-6492(1999)02-0051-03

## 弹性地基多块板结构的材料参数反演分析

王 陶, 乐金朝, 王复明

(郑州工业大学水利与环境工程学院, 河南 郑州 450002)

**摘 要:**应用有限元压缩柔度矩阵,建立了具有接缝传荷能力多块板的位移计算方法,在此基础上,根据系统识别原理,应用修正牛顿法作为参数调整算法建立了具有接缝传荷能力的弹性地基多块板结构材料性能的反演分析方法.反算结果表明,在相当大的模量初始值范围内,该方法具有稳定的收敛性.

**关键词:**弹性地基; 接缝传荷; 系统识别; 反演

**中图分类号:** TU 470 **文献标识码:** A

弹性地基板反分析是对刚性路面和机场道面进行结构性能评价的基础,对于检验和控制工程质量至关重要.随着路面力学的计算理论、测试手段和计算机辅助工程(CAE)技术的发展,国际上逐步开始采用力学分析方法来确定路面结构材料的特性.文献[1]曾采用有限元法结合回归分析,在假定路面板的弹性模量为常数的情况下,对地基的性能进行了评定.文献[2]根据系统识别原理,建立了多层弹性地基单块板的材料性能反演分析方法.考虑到实际刚性路面是由传力杆或企口缝相联接,板间有一定的传荷能力的多块混凝土板体系,若不计接缝传荷能力仅采用四边自由单块板处理,评价结果往往偏离实际.对板间有一定的接缝传荷能力的弹性地基上的多块板体系的研究,国内外学者做了许多工作[3,4].为了更好地模拟实际的道面结构,本文根据文献[3]中的压缩柔度矩阵方法,对具有接缝传荷能力的3块板结构进行分析.在反演方法上采用系统识别反分析方法,该方法不仅要求数学模型合理,而且需要具有较好的稳定性和收敛性的参数调整算法.本文采用修正牛顿法作为参数调整算法,对3块板结构的材料参数反演分析进行了研究,反算结果表明,该方法在相当大的模量初始值范围内有稳定的收敛性.

### 1 弹性地基多块板结构的力学分析

弹性地基板的地基模型通常有 Winkler 地基、

弹性半空间地基、弹性多层地基3种模型.关于 Winkler 地基和弹性半空间地基的研究,目前已有成熟的方法,在此不再赘述.而关于弹性多层地基柔度矩阵的建立,考虑到地基模型的复杂性,本文采用样条半解析方法,并用足够大的有限深  $H$  代表无限深,如图1所示.将位移函数在  $x, y$  方向上用傅氏级数逼近,  $z$  方向上用三次样条函数插值.根据地基的分层特性,将地基划分为  $N$  个条带,每个条带厚  $h_k$ ,并将样条结点分布于  $[0, H]$  上,使地基层间交界线通过结点,位移函数的表达式为

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^R \sum_{n=1}^S [\phi] X_{mn} \{a\}_{mn}; \\ v &= \sum_{m=1}^R \sum_{n=1}^S [\phi] Y_{mn} \{b\}_{mn}; \\ w &= \sum_{m=1}^R \sum_{n=1}^S [\phi] Z_{mn} \{c\}_{mn}. \end{aligned} \quad (1)$$

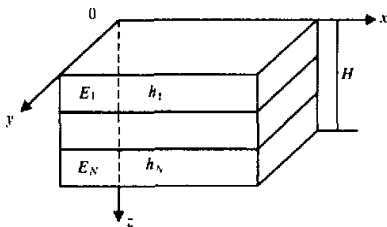


图1 弹性多层地基示意图

其中:  $[\phi]$  为三次样条基函数矩阵;  $m, n$  为

收稿日期:1999-01-02; 修订日期:1999-02-19

基金项目:河南省自然科学基金资助项目(974051700)

作者简介:王 陶(1972-),男,河南省清丰县人,郑州工业大学硕士研究生.

$x, y$  方向上的分段数;  $\{a\}_{mn}, \{b\}_{mn}, \{c\}_{mn}$  为未知向量;  $X_{mn}, Y_{mn}, Z_{mn}$  为双向付氏级数. 根据位移变分原理可得控制方程

$$[k]\{r\} = \{f\}, \quad (2)$$

其中:  $[k]$  表示广义刚度矩阵;  $\{f\}$  表示广义荷载矩阵;  $\{r\}$  表示广义位移列阵.

从式(2)中求出未知向量  $\{r\}$ , 代入位移函数可得任一点位移值, 从而可得地基柔度矩阵, 求逆即得地基刚度矩阵  $[K_g]$ . 具体公式推导见文献[5].

弹性地基上的弹性薄板采用小挠度薄板假设, 并用有限单元法分析. 本文主要研究3块板结构, 如图2所示. 假设中心板受有荷载, 每块板的尺寸、物理力学特性都相同.



图2 3块板结构示意图

每块板都采用相同的矩形单元划分, 板与板之间通过作用于边缘结点的剪力相互作用. 接缝传荷采用剪切传递效率法[3]

$$e = W'/W, \quad (3)$$

式中:  $W$  为受荷载边缘弯沉.  $W'$  为相临板边缘弯沉, 因  $W' \leq W$ , 所以  $e \leq 1.0$ . 为了计算方便, 假定计算其中的一块板时, 其他板的影响则通过边缘剪力施加于计算板. 以II板为例, 按照文献[3]的压缩柔度方法将剪力施加于中心板, 建立中心板的平衡方程为

$$([K_g] + [K_c] + e_1[K_1'] + [K_2'])\{\delta\} = \{F\}, \quad (4)$$

其中:  $\{F\}$  为荷载列阵;  $[K_g]$  为板的刚度阵;  $[K_c]$  为地基刚度阵;  $[K_1'], [K_2']$  为边板II, III的压缩刚度阵;  $e_1$  为I, II板间接缝传荷效率;  $e_2$  为I, III板间接缝传荷效率. 控制方程反映了板本身刚度、地基刚度以及边板剪力的综合影响.

## 2 系统识别反分析

系统识别的原理是根据系统的输入和输出来确定系统特征. 较直观的方法是建立数学模型来模拟实际系统, 然后修改模型使其与实际系统间误差达到某种意义上的最小. 应用系统识别原理建立反分析过程如图3所示.

系统识别反分析不仅要求实验数据精确、理论模型合理, 而且需要有较好的稳定性和收敛性

的参数调整算法. 以灵敏度分析为基础可以建立

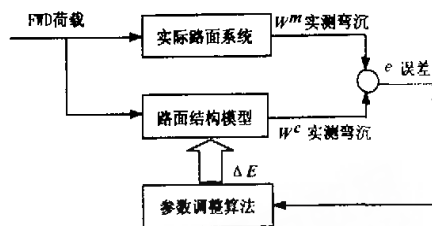


图3 系统识别基本原理框图

有效的反演方法[6]. 其本质是通过弯沉对被调整参数的灵敏度求得参数的调整量. 设路面力学模型表示为

$$W^c = f(E_1, E_2, \dots, E_n), \quad (5)$$

其中:  $W^c$  表示计算弯沉向量;  $E_i$  表示  $n$  个需反算的弹性模量. 第  $k$  个传感器处的弯沉值  $W_k$  可表示为  $W_k = f_k(E_1 \dots E_n)$ , 用泰勒级数展开, 并取一级近似可得

$$f_k(E + \Delta E) = f_k(E) + \nabla f_k \Delta E, \quad (6)$$

可写为

$$\begin{aligned} e_k &= f_k(E + \Delta E) - f_k(E) = \nabla f_k \Delta E \\ &= \frac{\partial f_k}{\partial E_1} \Delta E + \frac{\partial f_k}{\partial E_2} \Delta E + \dots + \frac{\partial f_k}{\partial E_n} \Delta E. \end{aligned} \quad (7)$$

对不同的传感器建立上述方程可得控制方程组

$$[F]\{\Delta E\} = \{e\}, \quad (8)$$

其中:  $[F]$  为灵敏度矩阵;  $\{\Delta E\}$  为模量调整向量;  $\{e\}$  为误差向量.

为加快收敛速度, 本文采用修正牛顿算法对控制方程组做对数变换[7]. 变换后的控制方程为

$$[F]\{\Delta(\log E)\} = \{\log W^m\} - \{\log W^c\} \quad (9)$$

式中:  $[F]$  为变换后的灵敏度矩阵,

$$[F] = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\log W_1)}{\partial(\log E_1)} & \dots & \frac{\partial(\log W_1)}{\partial(\log E_n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial(\log W_m)}{\partial(\log E_1)} & \dots & \frac{\partial(\log W_m)}{\partial(\log E_n)} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

求解方程, 得到解向量  $\{\Delta(\log E)\}$ , 从而得出下次迭代的弹性模量

$$E^{new} = E^{old} \times 10^{\Delta(\log E)}. \quad (11)$$

以弯沉值的最小二乘均方差  $R$  作为收敛控制条件, 迭代至满足要求,  $R$  定义为

$$R = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left( \frac{W_j^m - W_j^c}{W_j^c} \right)^2}. \quad (12)$$

## 3 数值算例

用大量算例验证了多块板模量反算结果的稳

定收敛性,并且将反算结果与参数调整方法作了比较,下面给出部分计算结果。

例1:某刚性路面为 Winkler 地基上正方形板,边长 7.62 m,板厚 0.533 m,板中有荷载 31.98 kN,分布于  $0.266 \times 0.266 \text{ m}^2$  的区域内(如图 2 中阴影所示)。采用文献[8]中 FWD 传感器实测路面板挠度及其模量反算结果分别列于表 1、表 2,反算时如采用 3 块板模型,接缝传荷效率设

为 1.0;若采用一块板,则接缝传荷效率设为 0。

反算结果列于表 1,根据反算模量值计算各传感器处弯沉列于表 2。

表 1 模量反算结果

反算模量	$E_c/(10^4 \text{ MPa})$	$K_0/(10^6 \text{ N/m}^3)$
文献[8]	2.73	7.30
单块板	3.38	6.76
3 块板	3.24	7.27

表 2 传感器处计算弯沉值

传感器编号	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$	$D_7$
实测挠度	26.7	24.1	22.9	21.1	18.5	16.5	14.7
文献[8]	27.5	26.7	24.8	23.1	19.9	17.4	14.9
单块板	25.4	24.8	23.1	21.0	18.9	16.6	14.3
3 块板	25.5	24.8	23.1	21.1	18.8	16.6	14.4

例 2:弹性双层地基上 3 块板系统,  $a = b = 6.606 \text{ m}$ ,  $h_c = 0.2 \text{ m}$ ,  $\mu_c = 0.15$ ,  $E = 21000 \text{ MPa}$ , 地基  $E_1 = 400 \text{ MPa}$ ,  $\mu_1 = 0.3$ ,  $h_e = 0.4 \text{ m}$ , 土基  $E_0 =$

$80 \text{ MPa}$ ,  $\mu_2 = 0.4$ , 荷载  $50 \text{ kN/m}^2$ , 作用于  $0.275 \times 0.275 \text{ m}^2$  的范围内(作用位置如图 2 中阴影所示)。设传荷效率为 0.8, 计算结果如表 3 所列。

表 3 弹性多层地基 3 块板反算结果

实际值/MPa	初始值/MPa	修正牛顿法		普通参数调整算法	
		收敛值/MPa	迭代次数	收敛值/MPa	迭代次数
	0.0001	21000		21000	
	0.0001	400	6	400	18
	0.0001	80		80	
$E = 21000$	210000	21000		21000	
$E_1 = 400$	4000	400	6	400	12
$E_0 = 800$	80	80		80	
	40000	21000		21000	
	200	400	6	400	12
	100	80		80	

由例 1 计算结果可以看出,与文献相比,本文反算的模量代入位移计算所得弯沉盆数据更接近实测值。由例 2 计算结果可以看出,采用修正牛顿法作为参数调整算法,可以保证反演的稳定性和收敛性,并且在相同反算精度条件下加快了收敛速度。

#### 4 结论

数值结果表明,采用弹性地基上多块板进行位移计算,用修正的牛顿法作为参数调整算法反算各结构层模量,可以保证相当大的初值范围内稳定收敛,而且加快了收敛速度,从而为进一步评价刚性路面的结构性能提供了依据。

#### 参考文献

[1] 唐伯明.路面结构状况的评价[D].南京:东南大学,

1990.32-34.

[2] 姬亦工.弹性地基板反分析[D].郑州:郑州工业大学,1997.25-28.

[3] 邓学均,陈荣生.刚性路面设计[M].北京:人民交通出版社,1988.267-271.

[4] 曾凡奇.层状地基与多块板相互作用分析[D].郑州:郑州工业大学,1998.23-26.

[5] 王复明,林 皋.弹性地基样条半解析方法[M].郑州:河南科技出版社,1988.39-44.

[6] ROBERT L. L. System identification method for backcalculation of pavement layer properties[J]. Transportation Research Record, 1993(1384):1-7.

(下转 60 页)

- 研究[D]. 郑州: 郑州工业大学, 1996.
- [3] BAKKER W L, YONG D J, WAINWRIGHT M S. Selective leaching of  $\text{NiAl}_3$  and  $\text{Ni}_2\text{Al}_3$  intermetallics to form Raney nickels[J]. J Mater Sci, 1988, 23(2): 3921 - 3926.
- [4] 陆致龙, 王 蓉, 柯 俊. 原始合金制备方法对 RaneyNi 催化剂结构及加氢活性的影响[J]. 催化学报, 1997, 18(2): 110 - 114.
- [5] 胡汉起. 金属凝固原理[M]. 北京: 机械工业出版社, 1991.
- [6] 张文忠, 苏桂琴, 焦凤英等. 骨架镍催化剂活性本质的研究[J]. 催化学报, 1992, 13(1): 13 - 18.

## Study on Hydrogenation Catalysts Made by Ni50Al50 Rapidly Solidified Alloys

CHEN Xiang - ming, ZHANG Guo - sheng, WANG Xi - ke, SHEN Ning - fu

(Department of Materials Science & Engineering, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** Rapidly solidified Ni50Al50 alloy ribbons are prepared, ground and activated into RaneyNi catalyst, then they are investigated and analyzed with X - ray diffraction (XRD), BET measurements, The results indicate that the rapidly solidified Ni50Al50 catalyst has smaller surface area, similar grain size and a little bigger lattice parameter, compared with conventionally prepared Ni50Al50 catalyst. The results of the oil hydrogenation show that the activity of rapidly solidified Ni50Al50 catalyst is about half times higher than that of the conventionally prepared Ni50Al50 catalyst under the same reaction conditions.

**Key words:** rapid solidification; conventional solidification; RaneyNi catalyst; activity; grain size

(上接 53 页)

- [7] HAVICHDRAN R S, MAHMOOD T, RAAB A R, BALDI G Y. Backcalculation of pavement layer thicknesses and stiff layer depth using a modified newton method[A]. NDT and Backcalculation[C]. Philadelphia: ASTM STP, 1994. 23 - 31.
- [8] PAUL T F. Concepts for the Development of Nondestructive Testing and Evaluation System for Airfield Pavements[D]. Urbana Champaign: University of Illinois, 1985. 52 - 107.

## Material Properties Backcalculation for Joint Slab on Elastic Foundation

WANG Tao, LE Jin - chao, WANG Fu - ming

(College of Hydraulic & Environmental Engineering, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** With finite element method and compressed flexible array method, this paper establishes a method calculating displacement of joint slab on elastic foundation. Based on the above and system identification method, this paper also establishes a computing program for backcalculating material properties of joint slab on elastic foundation. In order to speed up the calculation, this paper adopts modified Newton method as parameter adjustment algorithm. The numerical results show that this method can converge to a solution steadily and more quickly.

**Key Words:** elastic foundation; joint slab; system identification; backcalculation