

文章编号:1007-6492(1999)03-0025-03

## 注射模温度场的边界元计算

吴侃<sup>1</sup>, 张广宇<sup>2</sup>, 陈静波<sup>1</sup>, 申长雨<sup>1</sup>

(1. 郑州工业大学橡塑模具国家工程研究中心, 河南 郑州 450002; 2. 河南省轻工业学校, 河南 郑州 450002)

**摘 要:** 为预测注射模具在给定的冷却管道分布下型腔表面的温度分布情况, 使用边界元法进行注射模的温度分析. 对于注射模温度场问题, 边界单元法具有数据准备量小、计算量小、精度高等优点. 但由于注射模内部型腔为一狭缝, 冷却孔长度远大于其直径, 普通的边界单元法无法进行计算. 根据注射模的结构特点, 推导出适用于注射模冷却分析的边界积分方程, 并给出模具三维温度场的边界元计算方法. 实践表明, 该软件对注射模冷却系统的分析和设计具有较好的指导作用.

**关键词:** 模具; 边界单元法; 计算机辅助工程; 注射模; 温度场

**中图分类号:** O 241.82; TQ 320.662 **文献标识码:** A

### 0 引言

模具温度场求解的常用方法主要有有限元法(FEM)、有限差分法(FDM)、边界单元法(BEM). 由于边界单元法只需离散区域边界, 具有数据准备量小、计算量小、精度高等优点, 所以相对有限元法、有限差分法而言, 该方法对解决模具温度场问题更有优越性.

### 1 冷却分析的数学模型

#### 1.1 基本假设及控制方程

注射模冷却的实际物理过程十分复杂, 在建立其控制方程时应做出适当简化. 其基本假设为:

(1) 模具在稳定状态下工作, 忽略模壁温度的周期性变化;

(2) 塑件较薄, 型腔内的热流仅沿型腔表面法线(即厚度)方向传播;

(3) 塑件与模壁完全接触, 塑件表面温度与模壁温度相等.

在上述基本假设下, 模具冷却问题化简为一无热源的定常热传导问题, 其控制方程为

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (x, y, z) \in V, (1)$$

其中:  $V$  是由模具外廓表面  $S_e$ 、型腔表面  $S_p$  和冷却孔表面  $S_c$  为边界围成的区域(见图1).

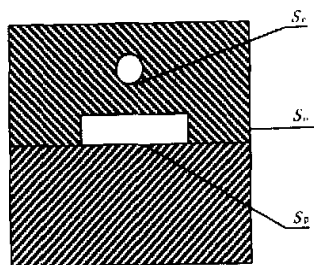


图1 模具结构示意图

#### 1.2 边界积分方程

由 Green 积分第二恒等式可推导出 Laplace 方程(1)的边界积分方程<sup>[1]</sup>

$$C(P)T(P) = \int_S [T^*(P, Q)T_p(Q) - T_p^*(P, Q)T(Q)]ds(Q), (2)$$

式中:  $P, Q$  为空间的点;  $T_p(Q) = \frac{\partial T(Q)}{\partial \mu}$ ;  $\mu$  是  $Q$  点向外的单位法线矢量;  $T^*$  是 Laplace 方程(1)的基本解,

$$T^*(P, Q) = \frac{1}{4\pi PQ} |^{-1}; T_p^* = \frac{\partial T^*}{\partial \mu};$$

$$S = S_e + S_p + S_c;$$

$$C(P) = \begin{cases} 1 & P \in V \\ 1/2 & P \in S \\ 0 & P \notin V \end{cases}$$

收稿日期:1999-03-25; 修订日期:1999-05-04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(19632004)

作者简介:吴侃(1973-),男,河南省新郑市人,郑州工业大学硕士研究生.

### 1.3 模具的修正

对于一般问题(物体边界尺寸变化不大或变化平缓),通过离散边界将边界条件引入方程(2),可得到一组状态良好的线性方程组,求解方程组即可得到 Laplace 方程(1)的边界数值解.但由于注塑模结构的特殊性:

(1) 模具型腔长宽比厚度大几个数量级,即型腔为一狭缝面,见图 2.

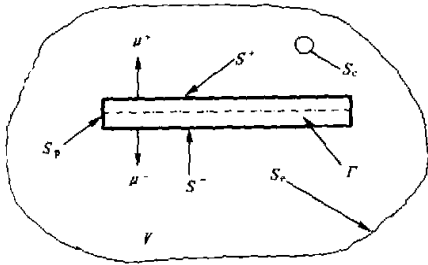


图 2 型腔中面模型示意图

(2) 冷却孔的长度比直径大几个数量级.若直接用基本边界积分式(2)求解模具的温度场,往往会出现下述问题:离散时若网格尺寸较大,则会产生畸形网格,导致系统方程状态较差或奇异,使求解过程不收敛甚至无法求解;或需将网格划分得很小,使计算量过大,难以实际应用.因此需对边界积分式(2)进行修正,以适用于注射模温度场计算.

为解决型腔狭缝面问题,采用断裂力学中处理裂纹问题的方法,将型腔表面  $S^+$  和  $S^-$  ( $S_p = S^+ + S^-$ ) 用其中心面  $\Gamma$  来代替,设  $Q^+$  和  $Q^-$  分别为中面  $\Gamma$  上  $Q$  点在  $S^+$  和  $S^-$  上的对应点(如图 2),则有

$$\begin{aligned} T^* &= (P, Q) = T^*(P, Q^+) = T^*(P, Q^-); \\ T_\mu^* &= (P, Q) = T_\mu^*(P, Q^+) = -T_\mu^*(P, Q^-). \end{aligned} \quad (3)$$

当  $P$  点在  $\Gamma$  上时,将方程(3)代入方程(2)得<sup>[2]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\sum T(P)}{2} &= \int_{\Gamma} [T^*(P, Q) \sum T_\mu(Q) - \\ &\quad T_\mu^*(P, Q) \Delta T(Q)] ds(Q) + \\ &\quad \int_{S-\Gamma} [T^*(P, Q) \sum T_\mu(Q) - \\ &\quad T_\mu^*(P, Q) \Delta T(Q)] ds(Q). \end{aligned} \quad (4)$$

式中:  $\sum T(P) = T(P^+) + T(P^-)$ ;

$$\sum T_\mu(Q) = T_\mu(Q^+) + T_\mu(Q^-);$$

$$\Delta T(P) = T(P^+) - T(P^-).$$

在积分方程(4)中,已消除了狭缝面上积分遇

到的麻烦,然而新得到方程(4)的解并不唯一,只能求出温度或温度梯度的和或差,因此,需建立一补充方程.为此对于方程(4)两边沿  $P$  点的法线  $\vec{v}$  求导,经变换后得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \Delta T_v(P) &= \int_{\Gamma} [T_v^*(P, Q) \sum T_\mu(Q) - \\ &\quad T_{\mu v}^*(P, Q) \Delta T(Q)] ds(Q) + \\ &\quad \int_{S-\Gamma} [T_v^*(P, Q) \sum T_\mu(Q) - \\ &\quad T_{\mu v}^*(P, Q) \Delta T(Q)] ds(Q). \end{aligned} \quad (5)$$

为避免沿冷却孔周向离散,将冷却孔视为线源,即设冷却孔表面温度和热流沿周向为常数,对基本解  $T^*(P, Q)$  进行修正,令  $P$  点在冷却孔横截面的中心(即在域  $V$  外),将冷却孔轴线分成  $N$  段,则当  $P$  点在第  $j$  段上时,由方程(2)可得<sup>[3]</sup>

$$\begin{aligned} \int_{l_j} \sum_{i=1}^N \int_{l_i} \int_0^{2\pi} [T^*(P, Q) T_\mu(Q) - \\ T_{\mu}^*(P, Q) \Delta T(Q)] R_i d\theta dl(Q) dl(P) + \\ \int_{l_j} \int_{S_p, \Gamma} [T^*(P, Q) T_\mu(Q) - \\ T_{\mu}^*(P, Q) \Delta T(Q)] ds(Q) dl(P) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

## 2 数值求解

一般情况下,不可能用解析法来求解积分方程(4)、(5)和(6),而必须采用近似的数值解法.为了求出边界积分方程的数值解,可将模具型腔表面离散成三角形单元,将冷却孔沿轴线离散成一维线单元,代入相应的边界条件,则可得到边界积分方程(4)、(5)和(6)的离散形式,单元上的积分可用解析法(奇异积分)和高斯求积法(非奇异积分)计算,最终边界积分方程(4)、(5)和(6)可化为一线性代数方程组

$$[A]\{T\} = \{B\}. \quad (7)$$

求解式(7)即可得到模具型腔表面的温度分布.

在对模具型腔表面温度场的边界积分方程求解时,需要知道其循环平均热流  $q$ ,该热流可通过对塑件进行一维传热分析(即求解方程(4))得到,但求解方程(4)时又需知道型腔表面的温度,因此需迭代求解,其具体步骤为:

(1) 假设一个型腔表面温度分布的初值,可取为冷却介质的温度.

(2) 对塑件进行一维传热分析,计算循环平均热流.

(3) 根据型腔表面平均热流,利用边界元法求解型腔表面温度分布.

(4) 如果求得的温度分布与假设值之差小于给定误差,该值便为收敛解;否则将该温度分布作为初值继续进行步骤(2),(3)的计算。

### 3 结束语

将边界元法用于注射模三维温度场计算是90年代国外商品化注射模冷却分析软件普遍采用的方法<sup>[4]</sup>,但由于注射模结构的特殊性,边界尺寸相差悬殊,必须对常规边界元法进行适当改进,以避免计算中出现奇异性。基于上述理论开发的注射模冷却分析软件已集成在注射模CAE软件Z-MOLD中,并应用于工程实际。实践表明,该软件对注射模冷却系统的分析和设计具有较好的指导作用。

### 参考文献:

- [1] BREBBIA C A, TELLES J C F, WROBEL L C. Boundary Element Techniques - Theory and Application in Engineering[M]. New York: Springer - Verlag, 1984. 77 - 97.
- [2] HIMASEKHAR K. Numerical simulation of mold heat transfer of injection molded plastics parts using a modified three - dimensional boundary element method[J]. Int Comm Heat Mass Transfer, 1989, 16: 55 - 64.
- [3] HIMASEKHAR K, LOTTEY J, WANG K K. CAE of mold cooling in injection molding using a three - dimensional numerical simulation[J]. ASME Journal of Engineering for Industry, 1992, 114: 213 - 221.
- [4] 刘春太, 陈静波. 注射成型 CAE 技术的研究进展和发展趋势[J]. 郑州工程学院学报, 1992, 17(1): 60 - 63.

## Injection Mold Temperature Field Simulation Using Boundary Element Method

WU Kan<sup>1</sup>, ZHANG Guang - yu<sup>2</sup>, CHEN Jing - bo<sup>1</sup>, SHEN Chang - yu<sup>1</sup>

(1. NERC of Plastic and Rubber Mold & Die, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002, China; 2. Henan Light Industry School, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** This paper presents a method for analyzing the heat - transfer process during the cooling stage of injection molding of plastics. The mold is treated as cyclic - steady - three - dimensional conduction. To solve the relevant governing equations simultaneously, the present formulation uses a hybrid scheme consisting of a modified - three - dimensional - boundary - element method for the mold region and a finite - difference method with a variable mesh for the melt region. These two analyses are iteratively coupled so as to match the temperature and heat flux at the mold - melt interface.

**Key words:** mold; boundary element method; CAE; injection mold; temperature field

## 《郑州工业大学学报》英文版稿约

《郑州工业大学学报》是由郑州工业大学主办的综合性学术刊物,创刊于1980年,至今已出版了20卷80余期,被国内外10余家重要数据库和权威文摘列为固定收录期刊。为了更好地反映我校教师辛勤劳动所取得的科技硕果,以及我校校友在各岗位上的突出成绩,促进国内外学术交流,同时庆祝《郑州工业大学学报》创刊20周年,拟于2000年4月份出版1期英文版学报。《郑州工业大学学报》英文版将以全新的面貌与广大读者见面,更需要您的支持与帮助,我们真诚希望广大科技工作人员积极撰稿,为我们的英文版增光添色。