

文章编号:1007-6492(1999)03-0108-02

正交算法在状态估计中的应用

彭学勤¹, 王雨虹²

(1. 河南省电子工业学校, 河南 郑州 450008; 2 郑州广播电视学校, 河南 郑州 450002)

摘 要: 介绍最小二乘法的正交算法的具体实现以及它在状态估计中的应用. 正交算法是至今已开发的状态估计算法中最有效的算法之一, 较其他算法有许多优势, 经云南大理电业局、河南平顶山供电局、洛阳供电局现场运行表明, 该方法具有数据传输精度高、收敛性好、占有内存小等特点.

关键词: 最小二乘法; 正交算法; 状态估计

中图分类号: O 241.2; O 241.6 **文献标识码:** B

0 引言

状态估计是能量管理系统 EMS/DMS 中的核心软件, 是运行其他高级应用软件和 DTS 的基础. 为了建立可靠而完整的实时数据库, 采用状态估计技术, 它能充分发挥已有硬件的潜力, 提高数据的精度, 补充测点和量测项目的不足, 排除偶然的错误信息和数据^[1].

状态估计也称为滤波, 它是利用实时量测系统的冗余度来提高数据精度, 自动排除随机干扰所引起的错误信息, 估计和预报系统运行状态.

最小二乘法是状态估计的基本算法, 适用于较小的电力系统, 而适合于大型电力系统的快速分解法则由此演化而来. 正交算法同时适用于这两种算法, 是目前状态估计算法中最有效的算法.

1 正交算法

1.1 最小二乘法

设第 i 个量测量的数值为 Z_i , 其真值为 $h_i(X)$, 如第 i 个量测量的量测误差为 V_i , 则 $V_i = Z_i - h_i(X)$, 其目标函数为

$$J = \sum_{i=1}^m V_i^2, \quad (1)$$

对式(1)取权重 W_i , 得加权最小二乘法:

$$J = \sum_{i=1}^m W_i V_i^2,$$

1.2 正交算法

设 $n < m$, $m \times n$ 矩阵 $A = [a_{ij}]$ 的 n 个列 a_1, a_2, \dots, a_n 为线性无关, b 为 m 维向量, 寻找 n 维向量 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$, 使 m 维向量 $\delta = b - AX$ 的范数 ($\|\cdot\|_2$) 最小.

设可以找到一个 m 阶正交方阵 Q , 使 QA 成为上三角状的 $m \times n$ 阶, 即

$$QA = [R, \dots, 0]^T,$$

其中, R 为上三角状的 n 阶方阵, 而 0 为 $(m-n) \times n$ 的零方阵, 把 m 维向量 Qb 相应地分为 n 维向量 c 与 $(m-n)$ 维向量 d , 即

$$Qb = [c, \dots, d]^T,$$

于是 $Q\delta = Qb - QA X = [c - RX, \dots, d]^T$,

$$\|Q\delta\|_2^2 = \|c - RX\|_2^2 + \|d\|_2^2. \quad (2)$$

由于 Q 为正交方阵, 即满足 $\|Q\delta\|_2^2 = 1$, 所以 $\|\delta\|_2^2 = \|Q\delta\|_2^2$, $\|d\|_2^2$ 为常量, 因而方程 $RX - c = 0$ 的解就是使 $\|\delta\|_2$ 为极小的解, 且 $\|\delta\|_2$ 的最小值为 $\|d\|_2$. 如果考虑加权, 把以 W_i 为对角元素的矩阵分为两个以 W_i 的开方为对角元素的矩阵, 对上式作变换即可.

1.3 构造正交矩阵 Q ^[2]

用 n 个初等反射变换 $U_K = 1 - 2W_K W_K^T$ 相继作用于 A , 化 A 为

$$QA = [R, \dots, 0]^T,$$

设 $A_1 = U_1 A$, $A_K = U_K A_{K-1} = U_K U_{K-1} \dots U_2 U_1 A$.

U_1 将 A 的第 1 列化为 $(\rho_{11}, 0, \dots, 0)^T$; U_2 将第 2 列化为 $(\rho_{12}, \rho_{22}, 0, \dots, 0)^T$, 其余类推, 直至 U_n 将 A_{n-1} 的最后一列化为 $(\rho_{1n}, \rho_{2n}, \dots, \rho_{nn}, 0, \dots, 0)^T$.

收稿日期: 1999-04-15; 修订日期: 1999-05-30

作者简介: 彭学勤(1963-), 女, 湖南省宁乡县人, 河南省电子工业学校工程师, 主要从事电力系统应用软件开发、自动化仪表及无线电方面的研究.

$\dots, 0)^T$. 因 A 的第一列 $a_1 = (a_{11}, a_{21}, \dots, a_{m1})^T$ 不为零向量. 下面叙述令 $U_1 = 1 - 2W_1W_1^T$, 使 $U_1 a_1 = -\sigma e_1$ 的办法, 这里 e_1 指 m 维空间的第 1 个坐标向量, 即

$$\sigma = \pm \|a_1\|_2 = \pm \sqrt{\sum_{k=1}^m a_{k1}^2},$$

令 $W = (a_{11} + \sigma, a_{21}, \dots, a_{m1})^T$,

则 $\|W\|_2^2 = 2\sigma(a_{11} + \sigma)$; $W_1 = \frac{W}{\|W\|_2}$.

这样就得到 U_1 的表达式, 其余的 U_k 类推.

2 正交算法在状态估计的应用

状态估计数学模型一般都采用最小二乘法, 正交算法是求解最小二乘状态估计问题时在数值上更稳定的算法. 在给定网络接线、支路参数和量测系统的条件下, 非线性量测方程可写为

$$z = h(X) + v;$$

给定量测向量 z 以后, 状态估计向量 X 是使目标函数

$$J(X) = [z - h(X)]^T R^{-1} [z - h(X)] \quad (3)$$

达到最小的 X 的值. 由于 $h(X)$ 是非线性矢量函数, 故无法直接计算 X , 然而可以采用同牛顿法近似的标准迭代算法解此问题.

为了求取 X , 对 $h(X)$ 进行线性化假设. 令 X_0 是 X 的某一近似值, 在 X_0 附近将 $h(X)$ 进行泰勒展开, 忽略二次以上的非线性项之后, 得到

$$h(X) = h(X_0) + H(X_0)\Delta X, \quad (4)$$

式中, $\Delta X = X - X_0$; $H(X_0) = \left. \frac{\partial h(X)}{\partial X} \right|_{X=X_0}$.

取 $A = H(X_0)$, $b = h(X) - h(X_0)$, 这样状态估计数学模型采用最小二乘法和正交算法问题即转换为 1.2 节中讨论的问题.

3 运行效果与结论

目前, 由烟台东方电子集团公司开发的电力系统状态估计软件, 已在云南大理电业局、河南平顶山供电局、洛阳供电局等现场运行, 效果良好. 从云南大理电业局状态估计的实际运行程序可以看出, 一般的最小二乘法程序迭代 9 次才能收敛, 而用正交算法 4 次就可收敛, 量测精度明显提高; 一般的最小二乘法在收敛情况下, 坏数据通常有 12~16 个, 而用正交算法坏数据可减少到 3~7 个. 现场运行效果表明, 正交算法具有如下优点: (1) 运行速度快且占用的内存小; (2) 在极端条件下也能可靠收敛; (3) 允许量测量的权重数值有较大差异, 因此也允许给某些量测以很高的可信度, 而另一些量测给予较小的权重以反映较低的可信度; (4) 可消除外部和内部网之间的任何边界匹配; (5) 对外部网可精确地模拟大量零注入量测, 并能赋予大的量测权重; (6) 在迭代求解中, 状态估计可以检查出最终的坏数据.

参考文献:

- [1] 于尔铿. 电力系统状态估计[M]. 北京: 水利电力出版社, 1985. 103-106.
- [2] 武汉大学, 山东大学. 计算方法[M]. 北京: 人民教育出版社, 1981. 150-153.

The Application of Orthogonal Algorithm in State Estimation

PENG Xue-qin¹, WANG Yu-hong²

(1. Henan Electronics Industry School, Zhengzhou 450008, China; 2. Zhengzhou Broadcasting & Television School, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The article introduces the specific realization of orthogonal algorithm of least square method, and the use of orthogonal algorithm is one of the most effective calculating method developed on the state estimation so far. It has many advantages compared with other methods. According to the applications in Yunnan Dali electronegative Bureau, Henan Pingdingshan Power Supply Bureau, Luoyang Power Supply Bureau, orthogonal algorithm has characteristics of high precision of data transmission, good convergency, appropriation less EMS memory.

Key words: least square method; orthogonal algorithm; state estimation