文章编号:1007-6492(2000)02-0082-03

系统转换方法在推求高程异常中的应用

尹献德[1],孟凡玉[2],王复明[1],乐金朝[1],牟乃夏[1]

(1.郑州工业大学水利与环境工程学院,河南 郑州 450002;2.中国人民解放军信息工程大学测绘学院,河南 郑州 450052)

摘 要:介绍了 GPS 水准的原理、公式及实现的途径,重点讨论了利用高精度的 GPS 水准点,结合精密水准测量资料,推求任意一个计算点高程异常的原理和实现方法,建立了以系统转换方法为依据的数学模型,有效地解决了两种系统缺少重合点这一问题,并结合实测资料验证了该模型的可行性和提高原有高程异常精度的有效性.

关键词:GPS 水准;系统转换;高程异常

中图分类号:P 226.3 文献标识码:A

0 引言

全球定位系统(Global Position System,简称 GPS)是美国的第二代空间卫星导航系统,具有使用简便、观测精度高、测量时间短、全天候等特点,可以在全球范围内为陆、海、空等各类用户连续提供高精度的三维位置、三维速度和时间信息,在地形测量、导航及其他相关领域中获得了广泛的应用,有着广阔的开发前景和应用价值.

在应用 GPS 卫星定位技术以后,我国高精度的 GPS A 级、B 级网已先后建立.天文重力水准网点早已布满了全国广大地区,在数量上占有很大的优势,而 GPS 水准点数量少,远远不能满足精化大地水准面的需要.随着 GPS 技术的进一步推广应用,利用 GPS 水准代替过去的天文重力水准网已是必然之势,为此人们提出了多种方法进行系统转换,如平差[1]、拟合推估[2]等,本文利用高精度的 GPS 水准点,结合精密的水准测量资料,推求任一计算点的高程异常.结果表明该途径能有效地提高原有的高程异常的精度.

1 高程异常的基本概念

地面点沿某个基准线至某个高程基准面的垂直距离就定义为某种高程,选择的基准线和高程基准面不同,便有了不同的高程系统[3,4].例如:地面点沿法线至参考椭球面的距离定义为大地高(H);地面点沿正常重力线至似大地水准面的距离定义为正常高(H^γ)等等.这两种高程之差即两种高程基准面间的差距就称为高程异常(ζ).

大地高和正常高之间的转换关系为

$$H = H^\gamma + \zeta . \tag{1}$$

GPS 水准就是将 GPS 定位技术同地面水准测量相结合,用以确定高程异常的方法.利用 GPS 相对测量得到高精度大地高差 ΔH,结合精密水准测量得到正常高差 ΔH^γ,由式(1)可得

$$\Delta\zeta = \Delta H - \Delta H^\gamma , \tag{2}$$

这样即可求得两点之间的高程异常差 $\Delta\zeta$.如果以 ζ_0 表示基准点的高程异常,则根据式(2)可求得高程异常差,便可推算任一计算点的高程异常,其一般形式为

$$\zeta_k = \zeta_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \Delta\zeta_{i(i+1)} , \tag{3}$$

式中:$\Delta\zeta_{i(i+1)} = \zeta_i - \zeta_{i+1}$.

式(2)和式(3)即为 GPS 水准的基本公式.

2 系统转换原理及实现

在一般情况下,相对高程异常属于局部大地系统,而 GPS 高程异常属于 WGS-84 系统,二者的系统和精度都不相同,通过系统转换,可以将旧系统的高程异常转换成新系统的高程异常,这样,

收稿日期:2000-01-10;修订日期:2000-02-30

基金项目:河南省交通厅重点科技攻关项目(98G302)

作者简介:尹献德(1971-),男,河南省鹿邑县人,郑州工业大学硕士研究生.

原高程异常的精度也会有所提高. 由于新布设的 GPS 点多数不在天文重力水准路线上,因此转换中必须解决两种系统之间缺少重合数据的问题,解决的办法是进行函数值的规则化,建立 $30' \times 30'$ 或 $1° \times 1°$ 的规则化网格,并求出网格点上的新旧两种高程异常(其中也包括所有的 GPS 水准点),此项工作可以利用推值的原理进行. 其基本原理和重力异常相似,高程异常同样可以表示成点位坐标的函数,按泰勒级数展开为:

$$\begin{aligned}\zeta_{(B,L)} &= \zeta_{(B_0,L_0)} + \frac{\partial\zeta}{\partial B}\Delta B + \frac{\partial\zeta}{\partial L}\Delta L + \frac{\partial^2\zeta}{\partial^2 B}\Delta B^2 + \\ &\frac{\partial^2\zeta}{\partial B\partial L}\Delta B\Delta L + \frac{\partial^2\zeta}{\partial^2 L}\Delta L^2 + \cdots = \\ &\alpha_0 + \alpha_1\Delta B + \alpha_2\Delta L + \alpha_3\Delta B^2 + \\ &\alpha_4\Delta B\Delta L + \alpha_5\Delta L^2 + \cdots ,\end{aligned} \tag{4}$$

式中:各项次数可根据精度的要求进行取舍,其中,$\Delta B = B - B_0$;$\Delta L = L - L_0$;B, L 为地面已知点的坐标;B_0, L_0 为坐标原点的坐标.

为了计算简便,取所求点为坐标原点,即 $\Delta B = \Delta L = 0$,所以 $\zeta = \zeta_{(B_0,L_0)}\alpha_0$,只要周围的已知点数大于 6 个,便可用最小二乘法进行求解:

$$\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{L} ,$$

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PAX} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PL} = 0 ,$$

$$\boldsymbol{X} = -(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PA})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PL} ,$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta B_1 & \cdots & \Delta L_1^2 \\ 1 & \Delta B_2 \cdots & \Delta L_2^2 & \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \Delta B_n & \cdots \Delta L_n^2 & \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{X} = [\alpha_0, \alpha_1, \cdots, \alpha_5]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{L} = [\zeta_1, \zeta_2, \cdots, \zeta_n]^{\mathrm{T}},$$

设

$$\boldsymbol{Q} = (\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PA})^{-1},$$

$$\zeta = [Q_{11}, Q_{12}, \cdots, Q_{16}] \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \Delta B_1 & \Delta B_2 & \cdots & \Delta B_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Delta L_1^2 & \Delta L_2 & \cdots & \Delta L_n^2 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} P_{11} & & & \\ & P_{12} & & \\ & & \ddots & \\ & & & P_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \vdots \\ \zeta_n \end{bmatrix},$$

或

$$\zeta = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \zeta_i , \tag{5}$$

这样就求出了控制点上的北京 54 坐标,于是可以得到 $\Delta\zeta_{ij} = \zeta_i - \zeta_j$,由这些高程异常差就可以进行系统转换.

已知量 ζ_i 的权可由下列形式确定:

$$P(\Psi) = \left(\frac{(\Psi_{\max}^2 - \Psi^2)}{\Psi^2}\right)^2 ; \tag{6}$$

$$\Psi^2 = \Delta B^2 + \Delta L \cos^2 B_2 , \tag{7}$$

式中:Ψ 是已知点至所求点的球面角距;$\Psi_{\max}$ 是推值窗口半径. 当 $\Psi \leqslant \Psi_{\max}$ 时,上述权函数是一变化极快的递减函数;当 $\Psi \geqslant \Psi_{\max}$ 时,$P = 0$.

利用上述方法进行规则化,即得到网格点上的改正数 $\mathrm{d}\zeta$($\mathrm{d}\zeta = \zeta_G - \zeta_*$,其中,$\zeta_G$ 为 GPS 高程异常;ζ_* 为天文大地高程异常),利用这些改正数,就能把局部大地系统转换到 WGS-84 系统,其计算方法与模型如下:

$$\mathrm{d}\zeta = \mathrm{d}\zeta_0 + \mathrm{d}\zeta_1 + \mathrm{d}\zeta_2 + \mathrm{d}\zeta_3 = \sum_{n=0}^{3}\mathrm{d}\zeta_n ; \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\zeta_n &= \sum_{k=0}^{n}(\mathrm{d}\bar{A}_{nk}\cos k\bar{L} + \mathrm{d}\bar{B}_{nk}\sin k\bar{L})\bar{P}_{nk}(\sin\bar{B}) \\ &= \sum_{k=0}^{n}[\mathrm{d}\bar{A}_{nk}R_{nk}(\bar{B},\bar{L}) + \mathrm{d}\bar{B}_{nk}S_{nk}(\bar{B},\bar{L})] ;\end{aligned} \tag{9}$$

式中:$\mathrm{d}\bar{A}_{nk}$,$\mathrm{d}\bar{B}_{nk}$ 为完全正常化球谐系数的微分,此处为转换参数;$\bar{P}_{nk}(\sin\bar{B})$ 为完全正则化伴随勒让德多项式;$(\bar{B}, \bar{L})$ 为地面点的改化经纬度.

$$\begin{cases} \bar{B} = (B - B_1)/(B_2 - B_1)\pi ; \\ \bar{L} = (L - L_1)/(L_2 - L_1)2\pi , \end{cases} \tag{10}$$

由于式(8)和式(9)为局部地区 $B_1 \leq B \leq B_2$,$L_1 \leq L \leq L_2$ 内的正交多项式,因此可以利用正交性质确定各阶次的转换参数.

有限求和形式为

$$\mathrm{d}\bar{A}_{n0} = (1/N^2)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\Delta\zeta_{ij}\bar{P}_{n0}(\sin\bar{B}) ; \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} \mathrm{d}\bar{A}_{nk} \\ \mathrm{d}\bar{B}_{nk} \end{bmatrix} = (1/N^2)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\Delta\zeta_{ij}\bar{P}_{nk}(\sin\bar{B}) \begin{bmatrix} \cos k\bar{L} \\ \sin k\bar{L} \end{bmatrix}, \tag{12}$$

式中:i, j 为任一网格点在 $(N \times N)$ 数组中的行、列数;$\Delta\zeta_{ij}$ 为第 i 行 j 列网格上的改正数.

以上推证表明:转换模型式(8)、式(9)容易确定,即把规则化网格上的改正数分别乘以各阶次的面谐函数 $R_{nk}(\bar{B}, \bar{L})$ 及 $S_{nk}(\bar{B}, \bar{L})$,然后相加起来,就可得到各转换参数. 根据 $\bar{P}_{00}(\sin\bar{B}) = 1$,$\bar{P}_{10}(\sin\bar{B}) = \sqrt{3}\sin\bar{B}$,$\bar{P}_{11}(\sin\bar{B}) = \sqrt{3}\cos\bar{B}$ 即可完成此项计算工作.

确定了转换参数,也就确定了转换模型,于是可将过去的天文重力水准网中的所有各点的天文

大地高程异常全部转换成 GPS 高程异常.

3 实验结果分析

为了说明以上系统转换方法的可行性,需要有一定的实际数据加以验证.但在条件不具备的情况下,只能以模拟数据来加以计算.本文选取 1961 年'界道区二分区三角高程网(I－50－XIV, XX)'的资料,其整个范围为 $33°30' \leqslant B \leqslant 34°40'$, $114°30' \leqslant L \leqslant 115°20'$ 的面积($1°10' \times 50'$).其中选取了 35 个直接水准点,47 个三角高程点,具体计算中又作了一些取舍,所取范围为:$33°40' \sim 34°30'$, L:$114°35' \sim 115°10'$ 的面积($50' \times 35'$),此范围内有 16 个水准点,20 个三角高程点.

通过推值获得重合数据,并进行系统转换,经过系统转换后,推求值与真值之差大部分都是厘米级,甚至更高(见表 1).但这仅是内部符合,为了更有效地说明问题,设置了 4 个检查点,进行外部检核.其转换差值分别为 0.005 m,0.002 m,0.004 m和 0.007 m,见表 2.

表 1 系统转换结果数据

点编号	经度/(°)	纬度/(°)	已知检查点/m	系统转换法/m	平差法/m
001	33.500	115.05	43.990	43.980	43.900
002	33.551	115.00	46.241	46.220	46.300
003	34.001	114.56	48.594	48.650	48.700
004	34.049	114.51	51.070	51.000	51.100

表 2 检验点结果数据

点编号	经度/(°)	纬度/(°)	转换差值/m
001	33.551	115.00	－4.8172E－003
002	33.500	114.35	－1.6029E－003
003	33.450	115.00	－4.1893E－003
004	33.402	114.35	－6.8263E－003

从表 2 中可以看出,其精度也是相当高的,说明转换理论是可行的,能进行大面积的计算.

5 结论

(1) 由于全国高等级 GPS 水准点较少,从工作量及实际应用讲,实验结果表明系统转换法是有效的.

(2) 系统转换法既能够充分利用原有的天文重力水准点资料,而且覆盖面积大,精度控制在厘米级,能够满足要求.

参考文献:

[1] 孟凡玉,丁行斌.利用 GPS 水准点加强和改善天文重力水准网[J].测绘学院学报,2000,17(1):16－18.

[2] 岳东杰,黄 腾.GPS 高程的抗差拟合推估[J].河海大学学报,1999,27(6):90－94.

[3] 周忠谟,易杰军.GPS 卫星测量原理与应用[M].北京:测绘出版社,1995.

[4] 赖锡安,陈重嘉.整体大地测量学研究[M].北京:地震出版社,1992.

Application of System Transformation Method in Calculation of Height Anomaly

YIN Xian－de[1], MENG Fan－yu[2], WANG Fu－ming[1], YUE Jin－chao[1], MOU Nai－xia[1]

(1. College of Hydraulic & Environmental Engineering, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002, China; 2. Institute of Surverying and Mapping, Information Engineering University of PLA, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The paper introduces the theory of GPS－leveling, formula and the way of realization. It emphasizes discussing the theory and realization of calculating height anomaly by way of GPS leveling and precision level－surveying data, so does buildingthe system transformation model, solving the problem of being short of replicatedata between two systems. The example shows that the effect of using system transformation for calculating height anomaly is effective and the model can improve the precision of pre－existing height anomaly.

Key words: GPS－leveling; system transformation; height anomaly