

简支梁桥稳定性分析

卢俊卿

(河南省交通公路工程局,河南 郑州 450052)

摘 要 :对简支梁桥侧倾稳定荷载的计算方法进行了探讨,考虑梁的横向弯曲、自由扭转、约束扭转,求出桥梁的侧倾应变能和外荷位势,由势能驻值原理可以得到桥梁的侧倾稳定方程.作为一个计算算例,计算了一个Ⅱ形梁桥的侧倾稳定性问题,计算结果表明,该桥梁不会发生侧倾失稳.

关键词 :简支梁桥 ;侧倾 ;稳定性

中图分类号 :U 442 文献标识码 :A

简支梁桥由于构造简单、施工方便、建筑高度小等特点,在桥梁工程中得到广泛应用<sup>[1]</sup>.对于大跨度简支梁桥,存在侧倾失稳的稳定性问题,以往对此关注较少,本文选取由 2 个 T 形梁组成的Ⅱ形梁桥为研究对象,对此大跨度简支Ⅱ形梁桥的侧倾稳定性进行了计算,探讨了它的破坏形式.

1 桥梁侧倾应变能

Ⅱ形梁桥的横截面如图 1 所示,图中  $c$  为截面形心, $s$  为截面扭转中心,坐标原点取在形心  $c$ .桥梁的位移为沿形心  $c$  的横向位移  $u$ ,绕扭转中心  $s$  的扭转角  $\varphi$ .根据符拉索夫理论,假定Ⅱ形梁的横截面周边不变形,则梁的侧倾应变能由 3 部分组成<sup>[2]</sup>:

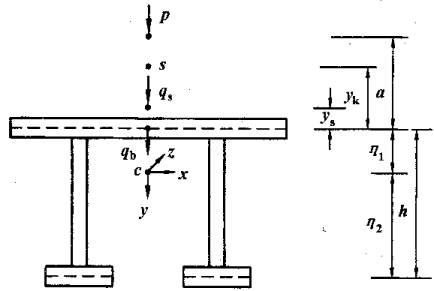


图 1 桥梁横截面示意图

横向弯曲应变能

$$U_1 = \frac{1}{2} E I_y \int_0^l (u'')^2 dz ;$$

自由扭转应变能

$$U_2 = \frac{1}{2} G J_k \int_0^l (\varphi')^2 dz ;$$

约束扭转应变能

$$U_3 = \frac{1}{2} E J_\omega \int_0^l (\varphi'')^2 dz ;$$

则梁的侧倾应变能为

$$U_i = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{1}{2} E I_y \int_0^l (u'')^2 dz + \frac{1}{2} G J_k \int_0^l (\varphi')^2 dz + \frac{1}{2} E J_\omega \int_0^l (\varphi'')^2 dz . (1)$$

式中: $E, G$  分别为桥梁的弹性模量和剪切弹性模量; $I_y, J_k, J_\omega$  分别为截面绕  $y$  轴的惯性矩、自由扭转惯性矩和扇形惯性矩.

求解桥梁侧倾失稳荷载时,须求外荷位势.梁侧倾时直接计算外荷位势相当复杂,根据文献[2],可用内力功代替外力功,计算外荷位势  $U_e$ .

外荷位势  $U_e$  由 4 部分组成:桥梁每单位长度自重荷载  $q_b$ 、桥面铺装每单位长度自重荷载  $q_s$  和车辆每单位长度静活荷载  $p$  在梁侧倾时产生的弯矩  $M_x$ (忽略剪力影响)所做功的负值

$$U_{e1} = \int_0^l M_x \varphi u'' dz , (2)$$

静活荷载  $p$  在梁侧倾时产生的扭矩所做功负值

$$U_{e2} = - \int_0^l \frac{1}{2} p (a - y_s) \varphi^2 dz , (3)$$

桥面铺装荷载  $q_s$  在梁侧倾时产生的扭矩所做功的负值

$$U_{e3} = \int_0^l \frac{1}{2} q_s (y_k - y_s) \varphi^2 dz ; (4)$$

收稿日期 2000 - 05 - 08,修订日期 2000 - 06 - 20

作者简介:卢俊卿(1969 - )男,河南省灵宝市人,河南省交通公路工程局助理工程师,主要从事桥梁工程的施工与

桥梁自重荷载  $q_b$  在梁侧倾时产生的扭矩所做功的负值

$$U_{e4} = \int_0^l \frac{1}{2} q_b (y_k + \eta_1) \varphi^2 dz . \quad (5)$$

梁侧倾失稳时的总势能为

$$\Pi = U_i + U_{e1} + U_{e2} + U_{e3} + U_{e4} . \quad (6)$$

式中 : $a$  为车辆静活荷载  $p$  作用点距上翼缘中线距离 ; $y_k$  为扭转中心  $s$  距上翼缘中线距离 ; $y_s$  为桥面铺装荷载  $q_s$  作用点距上翼缘中线距离 ; $\eta_1$  为上翼缘中线距截面形心  $c$  距离.

根据简支梁桥的变形特点 ,可设梁侧倾失稳时横向弯曲位移  $u$  及扭转角  $\varphi$  函数分别为

$$u(z) = A \sin(\pi x/l) ; \quad (7)$$

$$\varphi(z) = B \sin(\pi x/l) , \quad (8)$$

把式 (7) 式 (8) 代入式 (6) 经化简计算 ,可得梁侧倾时的总势能为

$$\begin{aligned} \Pi = & l/4 [ EI_y A^2 (\pi/l)^2 + GJ_k B^2 (\pi/l)^2 + \\ & EJ_\omega B^2 (\pi/l)^2 ] - 0.53624 (p + q_s + q_b) l A B + \\ & B^2 l/4 [ - p (a - y_k) + q_s (y_k - y_s) + \\ & q_b (y_k + \eta_1) ] . \end{aligned} \quad (9)$$

2 桥梁侧倾稳定方程

由势能驻值原理  $\delta \Pi = 0$  ,可以得到

$$\begin{aligned} EI_y (\pi/l)^2 A - 1.07248 (p + q_s + q_b) B &= 0 ; \\ - 1.07248 (p + q_s + q_b) A + [ GJ_k (\pi/l)^2 + \\ EJ_\omega (\pi/l)^2 - p (a - y_k) + q_s (y_k - y_s) + \\ q_b (y_k + \eta_1) ] B &= 0 . \end{aligned}$$

由上述方程系数矩阵的行列式等于零 ,可得此梁侧倾稳定方程为

$$\begin{aligned} EI_y (\pi/l)^2 [ GJ_k (\pi/l)^2 + EJ_\omega (\pi/l)^2 - \\ p (a - y_k) + q_s (y_k - y_s) + q_b (y_k + \eta_1) ] - \\ [ 1.07248 (p + q_s + q_b) ]^2 = 0 . \end{aligned} \quad (10)$$

3 计算算例

作为一个计算算例 ,本文计算了某实际工程中计算跨度  $l = 50$  m 的大跨度预应力混凝土  $\Pi$  形梁桥的侧倾失稳荷载 ,根据该桥梁的设计图纸 ,计算出桥梁结构的几何参数及荷载系数 ,代入梁侧倾稳定方程式 (10) 经化简计算和整理得

$$p^2 + 299.96p - 118952.78 = 0 .$$

求解此方程 ,可得

$$p_1 = 226.1 \text{ t/m} , P_2 = - 520.1 \text{ t/m} .$$

由于  $p_2$  为负值 ,没有意义 ,所以本文计算的  $\Pi$  形梁桥的弹性临界均布活荷载  $p_{cr} = 226.1 \text{ t/m}$  ,这说明此梁侧倾稳定安全度很大 .随着荷载的增大 ,梁最终由竖向弯曲和剪切破坏 (即丧失强度) 不会发生侧倾失稳问题.

4 结束语

本文对  $\Pi$  形梁桥的侧倾失稳稳定性问题进行了探讨 ,通过具体的数值算例 ,说明对于又矮又宽的梁 ,不会存在侧倾失稳问题 ,在桥梁设计时可以不考虑其侧倾稳定性.

参考文献 :

[1] 姚玲森. 桥梁工程[ M ]. 北京 :人民交通出版社 , 1985 .  
[2] 唐家祥 ,王仕统 ,裴若娟. 结构稳定理论[ M ]. 北京 :中国铁道出版社 ,1989 .

Stability Analysis of Simply – supported Beam

LU Jun – qing

( Traffic & Highway Engineering Bureau of Henan Province ,Zhengzhou 450052 ,China )

**Abstract :** This paper discusses the calculation method of lateral torsional – flexural buckling load of a simply supported beam . Considering traversal deformations as well as free and restrained torsion deformation , the strain energy of lateral buckling and potential energy of the external forces can be calculated . The lateral torsional – flexural stability equation of the bridge is obtained by energy variation principle . As an example , lateral torsional – flexural buckling load of  $\Pi$  – beam bridge is given out . The results show that torsional – flexural stability of the  $\Pi$  – beam bridge is sound .

**Key words :** simply – supported beam ; lateral torsional – flexural ; stability