文章编号:1007-6492(2001)01-0046-03

混凝土徐变系数与徐变度的对比分析

邹小江[1],寿楠椿[2],江素华[2],邹巧鸿[3]

(1.华南理工大学建筑工程系,广东 广州 510641;2.郑州工业大学土木建筑工程学院,河南 郑州 45002;3.河南省南阳市水利建筑勘测设计院,河南 南阳 473000)

摘 要:基于现有的试验资料,高层及大跨度民用建筑的徐变分析只能参照桥梁结构中的徐变系数方法或水工结构中的徐变度方法进行.从徐变系数的定义出发,利用积分中值定理和叠加原理,推导并修正了加载龄期与起算龄期不同时徐变收缩应变增量的表达式,对比了应用徐变系数分析徐变的有限元法和应用徐变度分析徐变的初应变法在效率和精度上的差别,并建议应从概念设计的角度出发,采用徐变度的初应变法来估算徐变对高层及大跨度民用建筑的影响.

关键词:徐变系数;徐变度;徐变应变增量;收缩

中图分类号:TU 313.3 文献标识码:A

0 引言

目前在结构分析领域,定量地计入混凝土徐变的影响仅限于桥梁及水工结构,在民用建筑中则很少考虑.随着民用建筑向高层和大跨度方向发展,对徐变分析也提出了更高的要求,但由于针对民用建筑结构徐变的专门试验研究很少,考虑徐变对民用建筑结构的影响,还只能参照桥梁或水工结构中的计算方法来进行.桥梁工程和水工结构中分别使用徐变系数和徐变度来分析徐变的影响,两者在概念上虽然可以互推,但在实际运用中,由于采用了不同的表达形式,从而使得它们在分析徐变影响时的方法和精度有很大的差别.本文从徐变系数的概念出发,推导修正了加载龄期与起算龄期不同时,徐变收缩应变增量的表达式,对比了应用徐变系数和徐变度分析徐变影响的方法和精度的差别,为工程设计人员今后选用适宜的方法分析徐变对民用建筑的影响提供参考.

1 徐变系数与徐变度的表述

徐变系数 $\varphi(t,\tau)$是指混凝土的徐变变形与瞬时弹性变形的比值,多用于桥梁结构的徐变分析中.常见的徐变系数计算模型有美国 ACI209(82)模型、欧洲标准规范 CEB-FIP(1978)模型、英国 BS5400 模型以及 Bazant 与 Panula 提出的 B-P 和 B-P2 模型等[2],其中以 CEB-FIP 规范的模型应用较为广泛,计算也较为准确.在我国现行桥涵设计规范(JTJ023-85)的附录四中[1]即引用了这种计算模型

$$\varphi_{t,\tau}=\beta_a(\tau)+0.4\beta_d(t-\tau)+\varphi_f[\beta_f(t)-\beta_f(\tau)], \tag{1}$$

式中:右端第一项表示加载初期产生的不可恢复的变形系数,第二项表示可恢复的滞后徐变弹性系数,第三项为不可恢复的流变系数[2].τ 表示加载龄期,同时也是起算龄期;t 表示欲求龄期.

徐变度是指单位应力下混凝土产生的徐变变形,多用于水工混凝土结构.徐变度的计算一般采用指数型公式,文献[3]提出了初步计算水工混凝土结构徐变度的经验公式

$$C(t,\tau)=C_1(\tau)[1-e^{-p(t-\tau)}]+C_2(\tau)[1-e^{-q(t-\tau)}], \tag{2}$$

式中:右端第一、二项分别反映持荷初期和后期的可恢复徐变.值得注意的是,上式中并未包含不可恢复的徐变,这对徐变的计算会有明显影响.

2 徐变系数表示的徐变收缩应变增量表达式

单向应力状态下,τ_0 时刻作用应力 $\sigma(\tau_0)$,由

收稿日期:2000-05-10;修订日期:2000-06-20
基金项目:河南省自然科学基金资助项目(964041100)
作者简介:邹小江(1973-),男,河南省南阳市人,华南理工大学博士研究生.

线性徐变理论[4]得到 $t(t \geq \tau_0)$ 时刻混凝土的总应变为

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(\tau_0)}{E}(1+\varphi_{t,\tau_0}) + \int_{\tau_0}^{t} \frac{1}{E}(1+\varphi_{t,\tau}) \cdot \frac{\partial\sigma(\tau)}{\partial\tau}\mathrm{d}\tau + \varepsilon_s(t,\tau_0), \tag{3}$$

式中：砼收缩应变 $\varepsilon_s(t,\tau_0) = \varepsilon_{s0}[\beta_s(t) - \beta_s(\tau_0)]$ 的计算见文献[5].

单向应力状态下混凝土的加载龄期与起算龄期不同时，设加载龄期为 τ_0，则由积分中值定理得到 τ_i 到 t 时刻的混凝土徐变收缩的应变增量为[6]

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(\tau_i) = \frac{\sigma(\tau_0)}{E}(\varphi_{t,\tau_0} - \varphi_{\tau_i,\tau_0}) + \frac{\sigma(t)-\sigma(\tau_i)}{E_\varphi(t,\tau_i)} + \frac{\sigma(\tau_i)-\sigma(\tau_0)}{E} \cdot (\varphi_{t,\zeta} - \varphi_{\tau_i,\zeta}) + \varepsilon_s(t,\tau_i), \tag{4}$$

式中：$E_\varphi(t,\tau_i) = \gamma(t,\tau_i)E$ 为换算弹性模量；$\gamma(t,\tau_i) = (1+\varphi_{t,\zeta'})^{-1}$为折算系数；$\zeta,\zeta'$ 为积分中值，$\tau_0 \leq \zeta \leq \tau_i$，$\tau_i \leq \zeta' \leq t$. 在许多有关徐变计算的文献中，都忽略了上式右端的第三项，但该项表示的是前一阶段的徐变应力增量在后续阶段产生的徐变应变增量，作者认为将其忽略会低估徐变的影响，是不合适的.

计算复杂应力状态下混凝土的徐变变形采用以下 3 个假设[7]：①混凝土是各向同性的匀质材料；②徐变变形的泊松比与弹性变形的泊松比皆为常量 μ；③徐变变形符合叠加原理. 在此基础上，由线性徐变条件可得

$$\varepsilon_j(t) = \frac{(1+\mu)\sigma_j(\tau_0) - \mu\sigma_{jj}(\tau_0)}{E}(1+\varphi_{t,\tau_0}) + \int_{\tau_0}^{t} \frac{1}{E}(1+\varphi_{t,\tau}) \frac{\partial[(1+\mu)\sigma_j(\tau) - \mu\sigma_{jj}(\tau)]}{\partial\tau}\mathrm{d}\tau + \varepsilon_{sj}(t,\tau_0), \tag{5}$$

式中：$\varepsilon_{sj}(t,\tau_0)$为混凝土的收缩应变，$j = x,y,z$.

剪应变表达式为[5]

$$\gamma_{jk}(t) = \frac{\tau_{jk}(\tau_0)}{G}(1+\varphi_{t,\tau_0}) + \int_{\tau_0}^{t} \frac{1}{G}(1+\varphi_{t,\tau}) \frac{\partial\tau_{jk}(\tau)}{\partial\tau}\mathrm{d}\tau, \tag{6}$$

式中：G 为混凝土的剪切弹性模量；$j,k = x,y,z(j \neq k)$.

平面应力状态下，混凝土的加载龄期与起算龄期不同时的徐变收缩应变增量的计算可采用类似单向应力条件的方法，由式(5)，(6)得到

$$\varepsilon_{cj}(t) = \frac{\sigma_j(\tau_0) - \mu\sigma_k(\tau_0)}{E}(\varphi_{t,\tau_0} - \varphi_{\tau_i,\tau_0}) + \frac{\Delta\sigma_j(\tau_i,\tau_0) - \mu\Delta\sigma_k(\tau_i,\tau_0)}{E}(\varphi_{t,\zeta_j} - \varphi_{\tau_i,\zeta_j}) + \frac{\Delta\sigma_j(t,\tau_i) - \mu\Delta\sigma_k(t,\tau_i)}{E_{j\varphi}(t,\tau_i)} + \varepsilon_{sj}(t,\tau_i); \tag{7}$$

$$\gamma_{cjk}(t) = \frac{\tau_{jk}(\tau_0)}{G}(\varphi_{t,\tau_0} - \varphi_{\tau_i,\tau_0}) + \frac{\Delta\tau_{jk}(t,\tau_i)}{G_\varphi(t,\tau_i)} + \frac{\Delta\tau_{jk}(\tau_i,\tau_0)}{G}(\varphi_{t,\zeta_{jk}} - \varphi_{\tau_i,\zeta_{jk}}), \tag{8}$$

式中：$E_{j\varphi}(t,\tau_i) = \gamma_j(t,\tau_i)E$；$G_\varphi(t,\tau_i) = \gamma_{jk}(t,\tau_i)G$，分别为 x,y 方向的换算弹性模量和换算剪切模量；折算系数 $\gamma_m(t,\tau_i) = (1+\varphi_{t,\zeta'_m})^{-1}$；$\zeta_m$，$\zeta'_m$ 为积分中值，$\tau_0 \leq \zeta_m \leq \tau_i$，$\tau_i \leq \zeta'_m \leq t(m = j,jk)$；$j,k = x,y(j \neq k)$. 如果使用较小的时间步长进行徐变收缩的增量计算，可认为中值系数 $\zeta' = \zeta'_j = \zeta'_{jk} \approx (\tau_i + t)/2$，折算系数可归并为 $\gamma(t,\tau_i) = \gamma_j(t,\tau_i) = [1+\varphi_t,(1+\tau_i)/2)]^{-1}$. 进而有 $E_{j\varphi} = \gamma(t,\tau_i)E = E_\varphi$，$G_\varphi = \gamma(t,\tau_i)G = E_\varphi/[2(1+\mu)]$，3 个换算模量归并为一个换算弹性模量 E_φ. 另外如果近似认为中值系数 $\zeta = \zeta_j = \zeta_{jk} \approx (\tau_0 + \tau_i)/2$，这样，6 个中值系数可归并为两个中值系数 ζ 及 ζ'，大大简化了计算.

值得注意的是，平面应变问题的徐变收缩的物理方程也必须由式(5)，(6)推得，弹性力学中平面应力问题与平面应变问题的物理方程的转换弹性模量方法在处理徐变问题时是不适用的. 平面应变以及更为复杂的三维问题的徐变收缩应变的增量表达式的推导方法与平面应力问题的推导方法是类似的，不再赘述.

3　徐变度表示的徐变应变增量表达式

徐变度一般表示为类似式(2)的指数函数形式，利用指数函数本身的特性可以对徐变应变增量进行递推计算，文献[7]中列出了单向应力条件下的第 $i+1$ 时刻混凝土徐变应变增量的递推式

$$\varepsilon_c(\tau_{i+1}) = [1 - \mathrm{e}^{-p(\tau_{i+1}-\tau_i)}]\beta_{i+1} + [1 - \mathrm{e}^{-q(\tau_{i+1}-\tau_i)}]\rho_{i+1} \quad (i = 1,2,\cdots,n), \tag{9}$$

$$\begin{cases} \beta_{i+1} = \beta_i \mathrm{e}^{-p(\tau_i-\tau_{i-1})} + [\sigma(\tau_i) - \sigma(\tau_{i-1})]C_1(\tau_i), \\ \beta_1 = \sigma(\tau_0)C_1(\tau_0); \\ \rho_{i+1} = \rho_i \mathrm{e}^{-q(\tau_i-\tau_{i-1})} + [\sigma(\tau_i) - \sigma(\tau_{i-1})]C_2(\tau_i), \\ \rho_1 = \sigma(\tau_0)C_2(\tau_0). \end{cases} \tag{10}$$

在前面所述 3 个假设成立的条件下,可以将式(9)推广到复杂应力状态下的徐变应变增量的计算. 仍以平面应力问题为例,第 $i+1$ 个计算时刻混凝土的徐变应变增量

$$\{\varepsilon_c(\tau_{i+1})\} = [1 - e^{-p(\tau_{i+1}-\tau_i)}]\{\beta_{i+1}\} + [1 - e^{-q(\tau_{i+1}-\tau_i)}]\{\rho_{i+1}\} \quad (i = 1,2,\cdots,n), \tag{11}$$

$$\begin{cases} \{\beta_{i+1}\} = \{\beta_i\} e^{-p(\tau_i-\tau_{i-1})} + [Q][\{\sigma(\tau_i)\} - \{\sigma(\tau_{i-1})\}] C_1(\tau_i), \\ \{\beta_1\} = \{\sigma(\tau_0)\} C_1(\tau_0); \\ \{\rho_{i+1}\} = \{\rho_i\} e^{-q(\tau_i-\tau_{i-1})} + [Q][\{\sigma(\tau_i)\} - \{\sigma(\tau_{i-1})\}] C_2(\tau_i), \\ \{\rho_1\} = \{\sigma(\tau_0)\} C_2(\tau_0), \end{cases} \tag{12}$$

式中:$\{\sigma(\tau_i)\} = [\sigma_x(\tau_i)\ \sigma_y(\tau_i)\ \tau_{xy}(\tau_i)]^T$;

$$[Q] = \begin{bmatrix} 1 & -\mu & 0 \\ -\mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\mu) \end{bmatrix}.$$

其他复杂条件下的徐变应变增量的递推表达式可采用类似方法得到.

4 徐变系数与徐变度分析徐变的对比

混凝土的徐变不仅与当时的应力水平有关,而且与应力历史有关,因此分析混凝土的徐变影响必须采用增量方法求解,这是造成解决混凝土徐变问题比较繁琐的一个主要原因. 使用徐变系数采用增量有限元方法求解时,由式(4)可以看出,后续阶段的徐变应变增量与前面每个阶段的弹性应力增量以及徐变应力增量都有关,因此,在每一步计算时都需要记录下弹性应力增量和徐变应力增量以备后用,当计算步数较多时,大量的反复读写磁盘的操作对存储空间和使用机时的要求都是非常高的. 而徐变度采用了指数函数形式,使得后续阶段的徐变应变增量可以由前阶段依次递推计算得到,不需要存储应力历史,避免了大量的读写操作,大大节省了计算工作量,尤其是将上阶段的徐变应变增量作为下阶段分析的初应变,采用初应变法求解将使计算更加方便.

虽然徐变度在计算效率上有着无可比拟的优势,但由于式(2)中没有考虑不可恢复徐变的影响,国外类似的指数函数形式也至多是增加一个修正函数对不可恢复徐变影响进行粗略的修正,这使得徐变度本身的精度要比徐变系数低. 本文的计算表明,这个精度差别甚至可以达到 30%,也说明了进一步完善徐变度的模型表达是很有必要的.

5 结束语

混凝土的徐变是一种受多种随机因素制约的现象,对其研究目前还处于一个很不完善的阶段,建立一个符合实际、简单易用的混凝土徐变模型,将是今后混凝土徐变研究的重点. 考虑到现阶段工程设计人员对民用建筑结构的徐变分析主要还是从概念设计的角度出发,因此建议将计算结果放大 30%,采用使用徐变度的初应变法来估算徐变对民用建筑的影响.

参考文献:

[1] JTJ 023-85,公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].
[2] 周 履,陈永春. 收缩徐变[M]. 北京:中国铁道出版社,1994.
[3] 朱伯芳. 混凝土的弹性模量、徐变度与应力松弛系数[J]. 水利学报,1985(9):54-61.
[4] 杜国华,毛昌时,司徒妙龄. 桥梁结构分析[M]. 上海:同济大学出版社,1994.
[5] GHALI A,FAVRE R. Concrete Structures: Stress and Deformations[M]. New York: Chapman and Hall,1986.
[6] 毕 波,邹小江,寿楠椿. 关于混凝土徐变计算的一些讨论[J]. 郑州工业大学学报,1998,19(4):18-21.
[7] 傅作新. 工程徐变力学[M]. 北京:水利电力出版社,1985.

Comparisons Between Creep Coefficient and Degree of Creep of Concrete

ZOU Xiao-jiang[1], SHOU Nan-chun[2], JIANG Su-hua[2], ZOU Qiao-hong[3]

(1. Department of Architectural Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China; 2. College of Civil & Building Engineering, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002, China; 3. Nanyang Design Institute of Water Conservancy & Architecture, Nanyang 473000, China)

(下转 73 页)

（上接 48 页）

Abstract：Creep analysis methods of high – rise buildings and large span buildings can only refer to creep coefficient method in bridge engineering or the method of degree of creep in hydraulic construction engineering under the present experiment conditions. In this paper，the incremental expressions of concrete creep and shrinkage strain when the initial computational age is not the same as the loading age are derived and corrected from the concept of concrete creep coefficient and the mean value theorem of integral and the principle of superposition. The differences of efficiency and accuracy of creep analysis between the finite element method with creep coefficient and the initial stress method with degree of creep are presented. This paper suggests that engineers should use the initial stress method with degree of creep to estimate the influences of creep on high – rise buildings and large span buildings on the basis of conceptual design.

Key words：creep coefficient；degree of creep；creep strain increment；shrinkage