

文章编号:1671-6833(2002)02-0013-03

混合整数规划和约束规划在订单排产中的应用

王书锋¹, 刘海成²

(1. 中国科学院自动化研究所, 北京 100080; 2. 中国人民解放军信息工程大学信息工程学院, 河南 郑州 450002)

摘要: 实际生产中, 为提高生产效率, 按加工相似性把工件分为不同的批组, 而不同批组工件在单机上进行加工处理时需要序独立的机器调整时间. 针对这一问题, 以订单的最大延期为优化目标, 提出 0-1 混合整数规划和约束规划两种求解模型, 并通过使用 OPL Studio 编程来验算、比较两种模型在中小问题规模下的最优解, 仿真结果表明, 利用约束规划模型得到的最优解更有效, 同时其结果可用于验证其他启发式算法的有效性.

关键词: 订单排产; 调整时间; 最大延期; 混合整数规划; 约束规划

中图分类号: TB 114.1 **文献标识码:** A

近年来, 成组调度已成为一个日益引人注目的研究领域^[1], 其基本思想是: 根据加工相似性把工件分为多个批组, 一个工件如果接在同批组的工件之后加工, 不需要重新调整机器, 而接在非同组工件之后必须重新调整机器. 单机订单排产在考虑调整时间时, 是强 NP 难的组合优化问题^[2]. 在实际生产中存在批量规模与满足客户交货期的协调问题. 如果批量大, 总调整时间少, 则生产效率高. 但一种产品的生产工段过长会导致其他产品的交货期不能满足; 而批量小容易满足紧交货期的要求, 但过多的调整时间会降低生产效率, 引发生产的有效性和发货性能之间的矛盾. 因此, 本文以考虑交货期的订单最大延期为优化目标, 分别建立了问题的混合整数规划和约束规划两种模型, 并通过仿真验证和比较两种算法的优劣. 结果表明, 约束规划方法计算速度快、更有效, 可用于实际订单排产, 对中小问题规模试验所得到的最优解可用于检验其他启发式算法得到的近优解的有效性.

1 问题描述

n 个工件来自 M 份订单, 分属于 B 个产品种类, 每个订单的交货期及各工件的加工时间是已知的.

假定各工件的准备时间为 0, 工件的加工过程不允许中断; 每个机器在某时刻只能处理一个工件且不允许机器闲置; 工件的调整时间是序独

立的, 即调整时间取决于下一个要加工的工件, 而同工件的排列顺序无关; 首批有初始调整时间, 调整机器时不能进行任何处理. 要求适当分配批组并给出批组在机器上的排序, 使订单的最大延期最小.

模型中使用的符号定义如下: n_i 为批组 i 中的工件个数, 工件总数为 $n = \sum_{i=1}^b n_i$; S_i 为批组 i 的调整时间, $i = 1, \wedge, b$, 批组数 $b = M \times B$; J_{ij} 为批组 i 中的第 j 个工件 $j = 1, \wedge, n_i$; p_{ij} , c_{ij} 和 d_{ij} 分别为工件 J_{ij} 的加工时间、完工时间和交货期; C_i , p_i , d_i 和 L_i 分别为批组 i 的完工时间、加工时间、交货期和延期量, 批组的延期为 $L_i = C_i - d_i$; q_{ij} 为批组 i 中排在工件 J_{ij} 之后的总工件加工时间; $x_{ijk} = 1$, 如果工件 J_{ij} 占据调度的第 k 个位置; 否则 $x_{ijk} = 0$. $y_{ij} = 1$, 如果第 k 个位置需要调整时间 S_i ; 否则 $y_{ik} = 0$.

2 混合整数规划模型

建立问题的 0-1 混合整数规划(MP)模型如下. 式中除标明外, $i = 1, \wedge, b$; $j = 1, \wedge, n_i$; $k = 1, \wedge, n$.

$$\min L_{\max}; \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \sum_{k=1}^n x_{ijk} = 1; \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^{n_i} x_{ijk} = 1; \tag{3}$$

收稿日期:2002-01-14; 修订日期:2002-03-13

作者简介: 王书锋 (1966-), 女, 河南省郑州市人, 中国科学院博士研究生, 主要从事智能生产调度及优化理论方面的研究.

$$\sum_{j=1}^{n_i} x_{ijk} - \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij,k-1} \leq y_{ik} (k = 2, \wedge, n); \quad (4)$$

$$C_{ij} = \begin{cases} \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} (s_i + p_{ij}) & (k = 1); \\ \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} s_i + \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{l=1}^k x_{ij} p_{ij} & + \\ \sum_{i=1}^b \sum_{l=2}^k y_{il} s_i & (k = 2, \wedge, n); \end{cases} \quad (5)$$

$$C_i = \max_{1 \leq j \leq n_i} C_{ij} d_i = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^{n_i} x_{ijk} d_{ij}, L_i = C_i - d_i; \quad (6)$$

$$L_{\max} = \max_{1 \leq i \leq b} \{L_i\}; \quad (7)$$

$$x_{ijk} = 0, 1; y_{ik} = 0, 1. \quad (8)$$

条件(2)限定每个工件只能分配到一个工序位置上;式(3)限定机器任何时刻只能处理一个工件;式(4)表示如果位置 $(k-1)$ 与位置 k 的工件不属于同一类,则位置 k 有调整时间 s_i ;式(5)给出工件的完工时间;式(6)为批组的完工时间、交货期和延期量;式(7)为订单的最大延期;式(8)为决策变量的取值范围, x_{ijk} 的取值决定工件 J_{ij} 的排序位置.

3 约束规划模型

约束满足问题(Constraint Satisfaction Problem: CSP)是包含一组通过适当选取变量值来满足的约束集合,其中变量为有限的值域.约束规划(Constraint Programming, CP)是利用计算机求解CSP的方法,通过约束消除不可行值域从而减少有限值域的规模.订单排产问题不仅是CSP问题,也是优化问题.约束规划方法分为两部分,首先要找出一组需要满足的约束优化条件;其次,要描述及实施求解过程.

为简化问题的求解过程,给出优化特性:在组技术假设下,订单最大延期的最小值,首先通过对批组中的工件以交货期的非减顺序(Earliest Due Date, EDD)排序,然后对每个批组以批组交货期的EDD顺序排序获得^[4].

建立问题的约束规划(CP)模型如下:

$$\min L_{\max}; \quad (9)$$

$$s.t. \cdot d_{ij} \leq d_{i,j+1} (i = 1, \wedge, b, j = 1, \wedge, n_i - 1); \quad (10)$$

$$d_i \leq d_l (1 \leq i, l \leq b); \quad (11)$$

$$p_i = \sum_{j=1}^{n_i} p_{ij} (i = 1, \wedge, b); \quad (12)$$

$$q_{ij} = p_i - (p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{ij}); \quad (13)$$

$$d_i = \min_j \{d_{ij} + q_{ij}\}; \quad (14)$$

$$L_i = \max_j \{L_{ij}\} = t + s_i + p_i - d_i; \quad (15)$$

$$L_{\max} = \max_{1 \leq i \leq b} \{L_i\} (i = 1, \wedge, b). \quad (16)$$

约束条件(10)对每个批组以工件交货期的EDD顺序排序;式(11)为批组间以批组交货期的EDD顺序排序;式(12)为批组 i 的总加工时间;式(13)为批组中排在 J_{ij} 之后的总加工时间.设工件 J_{ij} 在时刻 t 开始,则工件 J_{ij} 的延迟为 $L_{ij} = t + s_i + p_i - (d_{ij} + q_{ij})$,因此批组 i 的最大延期为 $\max_j \{L_{ij}\} = t + s_i + p_i - \min_j \{d_{ij} + q_{ij}\}, j = 1, \wedge, n_i$;式(14)为批组的交货期;式(15)为批组的延期;式(16)为订单的最大延期.

4 仿真实验

仿真实验在500 MHz计算机上进行,操作系统为Win 2000,利用ILOG OPL Studio编程验证两种算法的有效性.优化规划语言(OPL)是用于优化问题求解的建模语言,可用代数符号建立问题的模型,编程灵活^[5].这里仅给出MP模型的“*.mod”部分程序和解释.在程序中,三点表示由数据文件“*.dat”给出;“//”后为注释;range语句定义整数范围;Boolean表示二进制变量;浮点数float后的“+”表示变量大于0;var为决策变量,其值通过计算得到并决定最优排序的结果;subject to后的{}中为问题应满足的约束条件.

```
int M = ...; //订单数
int B = ...; //产品类
int b = ...; //总批组数
range Boolean 0..1;
range batches 1..b;
int S[batches] = ...; //调整时间
int n[batches] = ...; //每批中工件数
int P[batches, n[batches]] = ...; //工件加工时间
int d[batches, n[batches]] = ...; //交货期
int total_jobs = sum(i in batches) n[i];
range jobs 1..total_jobs;
var Boolean y[batches, jobs];
var Boolean x[batches, n[batches], jobs];
var float L[batches];
minimize L[batches]
subject to
forall (i in batches, j in n[batches], k in jobs)
sum(ordered i, j, k, i in batches, j in n[batches], k in jobs)
```

es] , k in jobs) x[i , j , k] =1;
.....
};

问题规模由工件总数 n 、订单数 M 和产品种类数 B 决定,实验数据通过呈离散均匀分布的不同参数随机产生,如工件加工时间由 $[10, 50]$ 内的随机数产生,调整时间由 $[5, 20]$ 内的随机数产生,在相同的问题规模和重复试验次数下通过平均 CPU 时间比较两种算法的有效性.表 1 给出部分仿真结果,通过比较约束规划(CP)和混合整数(MP)规划在问题规模逐渐增大时实验数据可知,约束规划的平均 CPU 时间很小,而且增加的比率不大,说明 CP 更有效.其原因是 MP 只是利用 OPL 缺省的搜索技术求解,而约束规划则加入了批组中交货期 EDD 排序和批组间交货期 EDD 排序的两种优化搜索机制,使总的搜索次数由 $n!$ 减少为 $n!/(b! \cdot n_1! \cdot n_2! \cdots n_b!)$,使可行调度的范围大大减少,因此计算速度更快.

表 1 计算结果比较
Tab .1 Comparison of the results

问题规模			实验 次数	平均 CPU 时间/s	
工件数	订单数	产品类		MP	CP
5	2	2	8	0.02	0.00
7	2	3	6	0.37	0.01
8	2	3	7	2.17	0.08
9	3	3	5	19.22	0.27
10	4	2	6	69.22	0.95
12	3	3	6	102.89	2.21

Application Research of MP and CP to the Order Hanning Problem

WANG Shu -feng¹,LIU Hai -cheng²

(¹Institute of Automation , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100080, China ; ²Information Engineering Institute , PLA Informa - tion Engineering University , Zhengzhou 450002, China)

Abstract :In many practical situations ,jobs can be grouped into different batches based on processing similarities , while a sequence independent setup time is required when jobs are switched from one batch to another on a single machine .In this study , we propose the 0-1 mixed integer programming and constraint programming model to solve this problem ,the optimal objective of which is to minimize the maximum lateness of the order . With regard to the middle -small size problem ,two models 'optimal solutions are tested and compared by using the OPL Studio . The simulation results show that constraint programming is much more efficient ,and the results could be used to evaluate the effectiveness of the other heuristic algorithm .

Key words :order planning ; setup times ; maximum lateness ; mixed integer programming (MP) ; constraint programming (CP)

5 结束语

两种建模方法在中小问题规模下的仿真研究表明,约束规划模型的求解计算效率更高,是一个研究调度及优化问题的新方法,本文实验得到的最优解可用于验证其他启发式算法得到的近优解.对较大规模问题,由于问题的计算复杂性,可以通过启发式的方法得到近优解,如禁忌搜索和遗传算法等.在此基础上,如果考虑多机器情况和调整时间为非序独立时,问题及模型的建立都会变得相当复杂,会出现机器的负荷平衡和机器加工瓶颈等问题,这是进一步要研究的问题.

参考文献:

[1] ALLAHVERDI A ,GUPTA J N D ,ALDOWAISAN T . A review of scheduling research involving setup considera - tions[J] .The International Journal of Management Sci - ences , 1999 , 27 : 219—239.
[2] MONMA C L , POTTS C N . On the complexity of schedul - ing with batch setup times [J] . Operations Research , 1989 , 37(5) : 798—804.
[3] 姚恩瑜,何 勇,陈仕平.数学规划与组合优化[M] .杭州:浙江大学出版社,2000.
[4] WEBSTER S W , BAKER K R . Scheduling groups of jobs on a single machine[J] .Operations Research , 1995 , 43 (4) : 692—703.
[5] VAN H P . The OPL optimization programming language [M] .Massachusetts :MT press , 1999.