

文章编号:1671-6833(2002)02-0041-03

路面结构裂缝应力强度因子数值计算

乐金朝,丁武洋,谢 丽

( 郑州大学环境与水利学院,河南 郑州 450002)

**摘 要:** 路面裂缝尖端应力强度因子是判断裂缝开裂扩展的重要指标.应用奇异等参元及断裂力学理论,对 3 种荷载简化模式下路面单裂缝问题进行了数值分析.在裂缝尖端附近采用最小二乘法回归得到了相应的裂缝尖端应力强度因子,同时应用有限宽板条模型进行了数值验算.计算结果表明,裂缝长度与基层模量对裂缝尖端应力强度因子影响较大,凸形荷载作用下裂缝更易扩展.

**关键词:** 奇异等参元;断裂力学;应力强度因子;路面

**中图分类号:** U 416.01 **文献标识码:** A

近年来,随着我国公路交通量和汽车载重量的剧增,高等级路面结构出现裂缝导致早期破坏已成为一个普遍性的问题.路面裂缝尖端应力强度因子是判断裂缝扩展的重要指标,应力强度因子越大,裂缝越易开裂扩展,道路的使用寿命就越短.为了掌握裂缝开裂和扩展规律,确定道路的剩余使用寿命,以便为设计各种防裂措施提供必要的理论依据,近年来人们对此进行了大量的理论研究<sup>[1,3]</sup>.在以往的有限元分析中,大多采用常规有限元,在靠近裂尖处,应变单元难以正确反映裂缝尖端应力场的奇异性,计算结果精度不高,计算量偏大.此外,常规的均布荷载模式在模拟真实轮胎作用时也存在不足.文献<sup>[3]</sup>的研究结果表明,将荷载简化为鞍形和凸形两种非均匀轮载形式,可以较好地反映真实轮载压力,从而正确解释道路破坏的原因.

本文应用断裂力学基本原理,使用等参有限元计算方法,对三种简化荷载模式下的裂缝尖端应力强度因子进行了计算分析,取得了较好的效果.

1 有限元模型的建立

1.1 路面结构的力学模型

在路面结构的设计和计算分析过程中,一般将其简化为多层弹性体系.本文为了计算方便,将

路面结构简化为具有面层、基层和土基的三层弹性体系,其中基层中存在一长为  $2a$  的裂缝,如图 1 所示.

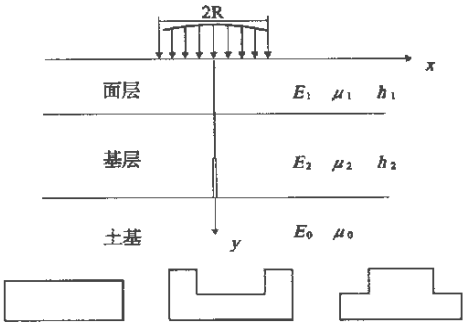


图 1 路面结构分析模型

Fig. 1 analysis model of pavement structure

根据文献<sup>[3]</sup>的结果,本文将车辆荷载简化为三种不同的形式.均布荷载为常用荷载简化形式;鞍形荷载用于模拟胎压相对较低而荷载较大时的轮胎压力,边缘的荷载集度是中部荷载集度的两倍,中部的宽度为总宽度的  $3/7$ ;凸形荷载用于模拟胎压相对较高而荷载较小时的轮胎压力,边缘的荷载集度是中部荷载集度的  $1/2$ ,中部的宽度为总宽度的  $3/7$ <sup>[3]</sup>.为了分析不同的荷载形式对裂缝应力强度因子的影响,本文假定三种不同的荷载形式合力相等.由于荷载作用具有对称性,裂缝截面的剪应力为零,拉应力最大,应力强度因子为张开型.

1.2 等参有限元分析

在进行等参有限元分析时,本文采用如下假设:①各层由均质各向同性的线弹性材料组成;②土基在水平方向和深度方向均为无限,其上路面各层厚度均为有限,但水平方向仍为无限.

1.2.1 形函数

形函数的局部坐标及结点编号如图 2 所示,结点形函数满足如下性质:

- (1)  $N_i(\xi, \eta)$  为双二次函数;
- (2)  $N_i(\xi, \eta) = \begin{cases} 1 & (j=i; i, j=1, 2, \dots, 8), \\ 0 & (j \neq i; i, j=1, 2, \dots, 8); \end{cases}$
- 由以上性质可推出形函数  $N_i(i=1, 2, \dots, 8)$ .

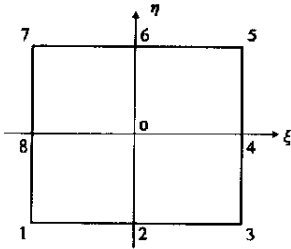


图 2 局部坐标与单元结点码

Fig. 2 Local coordinate system and element node code

1.2.2 应变矩阵

在有限元分析中,应变矩阵为

[ B ] = [ B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, ..., B<sub>8</sub> ], (1)

式中:

[ B<sub>i</sub> ] =  $\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \end{bmatrix}$  (i = 1, 2, ..., 8). (2)

式中:  $N_i$  为局部坐标  $\xi, \eta$  的函数,可以按下式进行计算:

$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = [ J ]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix}$  (i = 1, 2, ..., 8), (3)

式中 [ J ] 为雅可比矩阵.

1.2.3 单元刚度矩阵

在局部坐标系中的单元刚度矩阵为

[ K ] =  $\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [ B ]^T [ D ] [ B ] t | J | d\xi d\eta$ . (4)

式中 [ D ] 为弹性矩阵;  $t$  为单元的厚度.根据工程实际,本文按平面应变处理,将 [ D ] 中的 E 换为  $\frac{E}{1-\mu^2}$ ,  $\mu$  换为  $\frac{\mu}{1-\mu}$ .根据以上分析,我们就可以建立路面结构的整体刚度矩阵.

2 应力强度因子计算

2.1 裂缝尖端结点处理

根据断裂力学理论,当  $r \rightarrow 0$  时,裂缝尖端应力趋向于无穷大,也就是说,裂缝尖端具有应力奇异性.采用常规有限元计算应力强度因子时,在非常靠近和离裂缝尖端较远处选取结点,都不能得到令人满意的结果,因为在靠近裂尖处,常应变单元不能正确反映裂缝尖端应力场的奇异性,应用较广泛的是等参奇异元.文献 [ 4 ] 指出,只要把裂缝尖端周围等参单元边中结点移至靠裂缝尖端的 1/4 分点处,就可使裂尖角点的应力具有  $1/\sqrt{r}$  的奇异性.在裂缝尖端,我们采用四边形八结点奇异等参元,裂缝尖端结点布置如图 3 所示.

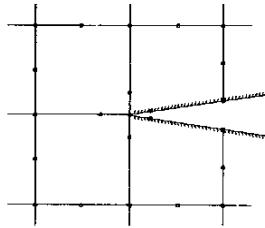


图 3 裂缝尖端奇异等参元结点布置

Fig. 3 Singular isoparametric element node at crack tip

2.2 计算应力强度因子

利用有限元法计算裂缝尖端的应力强度因子,可采用位移法和应力法.位移法由计算位移推算应力强度因子,而应力法则由计算应力推算应力强度因子.由于有限元方法多先求出位移,位移精度较高,故本文采用位移法处理.根据线弹性断裂力学理论,具有裂缝的路面基层在车辆荷载作用下,裂缝尖端附近的位移分量可表示为

$$u = \frac{(1+\mu)k_1}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2s-1)\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{3\theta}{2} \right];$$
$$v = \frac{(1+\mu)k_1}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2s+1)\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{3\theta}{2} \right].$$
 (5)

式中:  $k_1$  为张开型应力强度因子;  $r, \theta$  为以裂缝顶点为原点的极坐标 [ 4 ].对于平面应力问题,  $s = \frac{3-\mu}{1+\mu}$ ; 对于平面应变问题,  $s = 3-4\mu$ .

令  $\theta = \pi$ , 对于平面应变问题,由前所列公式,可得到裂缝尖端应力强度因子为

$$k_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \frac{\sqrt{2\pi E_2}}{4(1-\mu^2)\sqrt{r}} \right\}. \quad (6)$$

有限元法只能给出各结点上的近似位移  $v^*$ , 而且在靠近裂缝尖端  $r = 0$  处,有限元法误差较

大,不能直接采用上述极限过程.为此,可采用如下方法,设 $v^*$ 是裂缝尖端附近用有限元法求出的位移值,当 $r$ 较小时, $k_1^*$ 可近似地看作是 $r$ 的线性函数,以 $r,k_1^*$ 为横、纵坐标,将有关点绘出,通过最小二乘法回归分析,直线与纵坐标轴交点即为应力强度因子的估算值.

### 3 数值算例

为了校核所编有限元程序,本文利用具有中心裂缝的有限宽板条受单向均匀拉应力作用模型进行验证.裂缝宽度为 $2a$ ,板条宽度为 $2b$ ,单向拉应力为 $\sigma$ ,沿拉应力方向板条假定为无限长.模型解析解可由断裂力学相关理论分析得到<sup>[3]</sup>.裂缝尖端应力强度因子解析表达式为

$$k_1=F\cdot\left[\sec\frac{\pi a}{2b}\right]^{1/2}\sigma\sqrt{\pi a}.$$

(7)

式中:修正系数 $F=1-0.025\left(\frac{a}{b}\right)^2+0.06\left(\frac{a}{b}\right)^4$ .

有限元计算过程中,本文在裂缝尖端分别布置了 4 个八结点矩形奇异单元,为了减少工作量,利用问题的对称性,仅就对称的一半进行计算.其中,裂缝宽度可变, $b=525\text{ mm}$ , $\sigma=693\text{ kPa}$ , $E=150\text{ MPa}$ , $\mu=0.40$ .计算结果如表 1 所示.从表中可以看出,本文有限元程序具有较高的计算精度.利用本文程序,我们可以进行如下计算.

表 1 计算结果分析

Tab.1 Analysis of computing results

$a/\text{mm}$	解析解/ $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$	数值解/ $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$	相对误差/%
40	0.2465	0.2441	0.97
80	0.3523	0.3480	1.22
120	0.4392	0.4333	1.34
160	0.5206	0.5134	1.38
200	0.6029	0.5945	1.39

例 1 对于图 1 所示均布荷载下带裂缝的三层路面结构模型,其中,面层 $h_1=150\text{ mm}$ , $E_1=2500\text{ MPa}$ , $\mu_1=0.35$ ;基层 $h_2=480\text{ mm}$ , $E_2=1000\text{ MPa}$ , $\mu_2=0.25$ ;土基 $E_0=150\text{ MPa}$ , $\mu_0=0.40$ .裂缝长度可以改变,荷载半径 $R=150\text{ mm}$ , $q=693\text{ kPa}$ ,计算结果见表 2.从表中可以看出,在其它条件相同的情况下,对于不同的裂缝长度,应力强度因子随裂缝长度增大而增大.

例 2 采用图 1 所示 3 种荷载简化模型.裂缝长度为 $2a=360\text{ mm}$ ,其它条件与例 1 相同.如表 3 所示,对于不同的基层模量 $E_2$ ,应力强度因子随基

层模量的增大而增大.3 种荷载简化模型下,同样条件凸形荷载应力强度因子最大,鞍形荷载最小.可见对于对称加载,凸形荷载作用裂缝更易扩展.

表 2 均布荷载下应力强度因子

Tab.2 Stress intensity factors under even load

裂缝/ $\text{mm}$	强度因子/ $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$
320	0.1154
360	0.1222
400	0.1378
440	0.1526
480	0.1789

表 3 三种荷载形式下应力强度因子

Tab.3 Stress intensity factors under three types of load

$E_2/\text{MPa}$	均布/ $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$	鞍形/ $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$	凸形/ $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$
500	0.0715	0.0693	0.0740
700	0.0943	0.0916	0.0973
1000	0.1222	0.1121	0.1258
1500	0.1585	0.1545	0.1629
2000	0.1872	0.1827	0.1921

### 4 结论

本文应用断裂力学理论,采用等参有限元方法,对 3 种荷载简化模式下路面裂缝问题进行了数值计算.数值结果表明,裂缝长度与基层模量对裂缝尖端应力强度因子的影响较大.对于 3 种不同的荷载作用模式,凸形荷载模式作用下裂缝更易扩展.计算结果可用于判断路面裂缝的开裂扩展,确定道路的剩余使用寿命,为道路防裂补强提供理论依据.

### 参考文献:

[1] 乐金朝,包旭,王复明.板条共线裂缝问题的超奇异积分方程方法[J].郑州工业大学学报,2001,22(2):16—19.

[2] 罗睿,黄晓明.利用权函数计算沥青路面层间部分约束的面层底裂缝应力强度因子[J].岩土工程学报,2001,23(5):610—613.

[3] 陆辉,孙立军,张宏超.非均布荷载作用下沥青路面应力分析[J].同济大学学报,2001,29(6):672—676.

[4] 朱伯芳.有限单元法原理与应用[M].北京:水利水电出版社,1998.

[5] 中国航空研究院.应力强度因子手册[M].北京:科学出版社,1981.

(下转第 50 页)

—54.

method for backcalculating pavement layer properties[J].

[7] WANG Fu —ming ,LYTTON R L .System identification

Transportation Research Report ,1993,( 1384) :1—7.

Application of FWD in Quality Control of Road Construction

LIU Jian —hua , YUE Jin —chao , WANG Fu —ming , LI Qiang

( College of Environmental & Hydraulic Engineering , Zhengzhou University ,Zhengzhou 450002,China)

**Abstract :** Falling Weight Deflectometer (FWD) is the most advanced device in testing the deflection of pavement and the deflection —basin data from FWD testing can be used to backcalculate the modulus of pavement and valuate the performance of pavement . This paper analyses the advantage of FWD comparing with Benkel man Beam which is a traditional device and the good linear relativity between the two devices . Then the paper uses SIDMOD , a modulus backcalculation soft based on System Identification Method , to discuss the technology in using FWD to control the quality of road construction with actual projects . It is shows that FWD and the backcalculation of modulus of pavement can correctly reflect the quality of road construction and identify sections or structure layer of a road .

**Key words :** Falling Weight Deflectometer ; Benkel man beam ; deflection —basin ; modulus ; back —calculation ; quality control

( 上接第 43 页)

Numerical Computation of Crack Stress Intensity Factors in Pavement Structure

YUE Jin —chao , DING Wu —yang , XIE Li

( College of Environmental & Hydraulic Engineering , Zhengzhou University , Zhengzhou 450002,China)

**Abstract :** Stress intensity factor is an important criterion which can determine the developing of road crack . Based on the singular isoparametric element and fracture mechanics , this paper analyzes and discusses the problem about the singular crack in pavement structure under three types of load . At the crack tips , we get the corresponding stress intensity factors by means of regression analysis . Then this paper presents the finite strip model to verify the program . The results indicate that length of crack and the modulus of base course have a remarkable influence . Under the convex load , the crack develops more easily .

**Key words :** singular isoparametric element fracture mechanics stress intensity factors pavement