

文章编号:1671-6833(2003)02-0009-06

# 注射模三维温度场的数值分析

陈静波, 张世勋, 何领好, 申长雨

(郑州大学橡塑模具国家工程研究中心, 河南 郑州 450002)

**摘要:** 考虑到注射模的结构特点(型腔为狭缝面, 冷却孔细长), 通过边界方程及边界梯度方程的耦合, 推导出求解注射模三维温度场的边界积分方程, 并给出了计算基本解积分的数值方法及高阶奇异积分的解析方法; 最后通过实例说明了数值分析在冷却系统设计中的应用。

**关键词:** 注射模; 温度场; 数值分析; 边界积分; 边界元

**中图分类号:** O 346.1

**文献标识码:** A

## 0 引言

注塑成型中, 塑料熔体被注进封闭的模具型腔, 在模腔内冷却固化, 形成具有一定形状的产品, 熔体固化过程中放出的热量被模具冷却孔中的循环水带走。冷却孔的位置尺寸及循环水的流量、温度等直接影响到模具型腔表面温度的高低及均匀性, 并最终影响到注塑成型的生产效率和塑件的表面质量、残余应力及翘曲变形大小等。在给定冷却系统设计参数后, 预测出模具型腔、型芯的温度和温差分布及塑件的冷却时间等, 可为设计人员评估设计方案, 优化冷却系统设计提供必要依据。对此, 国内外学者开展了大量的研究工作。早期的研究以定性为主, 定量分析局限于简化后的解析计算, 80年代开始用有限元法和边界元法分析计算注射模典型截面的温度分布, 并在此基础上实现了对冷却系统参数的优化设计<sup>[1,2]</sup>。真正开展注射模三维温度场计算是90年代以后的事情, 计算大多采用边界元法, 如Razayat<sup>[3]</sup>, H-masekhar<sup>[4]</sup>等, 其原因在于三维边界元分析只需离散模具表面, 数据准备简单, 边界元网格自动划分方法成熟, 且设计者主要关心的是模腔表面的温度分布。

从表面上看, 将二维分析扩展到三维情形在数学上不会有太大困难。但由于注塑模结构本身的特点, 尺寸相差悬殊, 主要表现在: ①模具型腔和外廓边界尺寸较型腔厚度大1~2个数量级, 型

腔变成狭缝面; ②冷却孔长度较冷却孔直径大1~2个数量级。对于二维分析, 通过将凹凸模块分开和细网格离散即可解决上述问题, 而对于三维分析, 由于模具的几何复杂性, 继续沿用这样的方法将使计算量大到难以使人承受, 失去实用意义。Razayat<sup>[3]</sup>应用断裂力学中裂纹及Barone<sup>[5]</sup>对含有圆孔的二维区域的处理方法, 对常规三维边界积分方程进行了修正, 克服了尺寸相差悬殊造成的困难, 但全面有效地解决计算量大和计算稳定性问题还有待于进一步研究。本文在文献[3,4]的基础上, 对其中部分公式作了一些改进, 给出了数值实现中的一些要点, 使计算效率和分析精度之间得到了良好的兼顾。

## 1 数学模型

### 1.1 基本假设

实际的冷却过程十分复杂, 在建立其数学模型时须做适当简化, 其基本假设为:

(1) 模具在稳定状态下工作, 型腔温度波动较小, 忽略模壁温度的周期性变化, 只考虑循环平均(稳态)温度分布<sup>[4]</sup>;

(2) 塑件较薄, 忽略面内的热传导, 只考虑沿塑件厚度方向的热传导;

(3) 塑件与模壁完全接触, 塑件表面温度与模壁温度相等;

(4) 模具外表面散热较少, 可忽略不计<sup>[4]</sup>。

### 1.2 模具传热的数学模型

**收稿日期:** 2003-01-25; **修订日期:** 2003-03-20

**基金项目:** 河南省杰出青年科学基金资助项目(0212002000); 国家杰出青年科学基金资助项目(10225211)

**作者简介:** 陈静波(1964-), 男, 河南省三门峡市人, 郑州大学教授, 博士, 主要从事聚合物成型过程数值模拟方面的研究。

1.2.1 模具温度场的控制方程

由基本假设 1), 模具传热问题化简为一无热源的定常热传导问题, 其温度场的控制方程为

$$\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = 0 \tag{1}$$

图 1 中,  $V$  为由模具外廓表面  $S_e$ 、型腔表面  $S_p$  和冷却孔表面  $S_c$  为边界围成的区域.

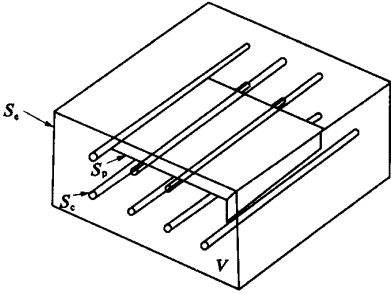


图 1 模具结构示意图

Fig. 1 Schematic view for an injection mold

1.2.2 边界条件

在模具型腔表面上, 有

$$-K_m \frac{\partial T}{\partial u} = \bar{q} \tag{2}$$

式中:  $\vec{u}$  为型腔表面的外法线方向;  $K_m$  为模具的热导率;  $\bar{q}$  为循环平均热流, 由下式给出:

$$\bar{q} = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} q(t) dt \tag{3}$$

式中:  $t_c$  和  $q(t)$  分别为塑件的冷却时间和瞬时热流, 可通过求解塑件的热传导方程得到.

冷却孔表面  $S_c$  的边界条件为

$$K_m \frac{\partial T}{\partial u} = h(T - T_c) \tag{4}$$

式中:  $\vec{u}$  为冷却孔表面的外法线方向;  $T$  为冷却孔壁的温度;  $T_c$  为冷却介质的温度;  $h$  为模具与冷却介质之间的换热系数, 可由下式求得:

$$h = 0.023 \frac{k_c}{D} Re^{0.8} Pr^{0.4} \tag{5}$$

式中: 雷诺数  $Re = 4Q/(\pi D \nu)$ ; 普朗特数  $Pr = \nu/\alpha$ . 其中,  $Q$  为冷却介质的体积流量;  $D$  为冷却孔的直径;  $\nu$ ,  $\alpha$  和  $k_c$  分别为冷却介质的运动粘度、热扩散系数和热导率.

模具外廓表面换热一般情况下对型腔表面温度分布影响不大, 精确地计算模具外表面的温度分布亦无太大意义, 因此可将模具外表面看作一无限大的绝热球面<sup>[3]</sup>.

1.3 塑件传热的数学模型

1.3.1 塑件温度场的控制方程

由基本假设 2), 塑件的冷却简化为一维瞬态

热传导过程, 其温度场的控制方程为

$$\rho C_p \frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K_p \frac{\partial T_p}{\partial z} \right] \tag{6}$$

式中:  $t$  为时间;  $T_p$  为塑件温度;  $z$  是沿塑件厚度方向的局部坐标;  $\rho$ ,  $K_p$  和  $C_p$  分别为塑件的密度、热传导率和等效比热.

1.3.2 初、边值条件

在对塑件进行一维瞬态热传导分析时, 初始条件可取注射温度或保压结束时塑件的温度分布, 为简化起见, 取均匀的注射温度  $T_0$  为初始条件, 即

$$T_p(z, 0) = T_0 \tag{7}$$

由基本假设 3), 边界条件塑件的表面温度即为型腔表面温度, 即

$$T_p(h, t) = T^+ \tag{8a}$$

$$T_p(0, t) = T^- \tag{8b}$$

式中:  $h$  为塑件的壁厚;  $T^+$  和  $T^-$  分别为模具型腔上下表面的温度.

1.4 模具与塑件传热的耦合分析

为了求解模具温度场的控制方程(1), 需知道所有的边界条件, 其中冷却孔表面为第三类边界条件, 模具与冷却介质之间的换热系数可由式(5)确定, 模具外表面为绝热边界, 上述两类边界条件均已知、对型腔表面边界来讲, 要确定其循环平均热流, 可通过对塑件进行一维传热分析(即求解式(6))得到, 但求解式(6)时又需知道模具型腔表面的温度, 这意味着冷却过程的模拟需对模具与塑件冷却的进行耦合分析, 使模具型腔表面的温度和热流满足相容条件. 为此需迭代求解, 其具体步骤为:

(1) 假设一个型腔表面温度分布的初值, 可取为冷却介质的温度.

(2) 对塑件进行一维传热分析, 确定塑件表面热流随时间的变化, 据此计算模具型腔的循环平均热流.

(3) 根据型腔表面平均热流, 求解模具温度场的控制方程(1), 确定型腔表面温度分布.

(4) 如果求得的温度分布与用于塑件传热的假设值之差小于给定误差, 该值便为收敛解; 否则将该温度分布作为初值继续进行步骤(2)、(3)的计算.

2 数值求解方法

2.1 模具温度场的数值求解

模具温度场的确定最终归结为对 Laplace 方



式(10)、(11)和(12)的离散形式,单元上的积分可用解析法(奇异积分)和高斯求积法(非奇异积分)计算<sup>[9]</sup>,最终边界积分式(10)、(11)和(12)可化为一线性代数方程组:

[A]{T}= {B}

(14)

求解该方程组即可得到模具型腔表面的温度分布.

### 3 系数矩阵的计算

#### 3.1 Q 点在中面 Γ 上

此时积分区域为一三角形区域,基本解的积分计算采用二维高斯数值积分<sup>[9]</sup>.

##### 3.1.1 P、Q 不在同一个单元上

$$\int_{\Gamma} T^* ds(Q) = \frac{s}{2\pi} \sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i} w_i;$$

$$\int_{\Gamma} T_u^* ds(Q) = -\frac{s}{2\pi} \sum_{i=1}^N \frac{\vec{r}_i \cdot \vec{u}}{r_i^2} w_i;$$

$$\int_{\Gamma} T_v^* ds(Q) = -\frac{s}{2\pi} \sum_{i=1}^N \frac{\vec{r}_i \cdot \vec{v}}{r_i^2} w_i;$$

$$\int_{\Gamma} T_{vu}^* ds(Q) = \frac{s}{2\pi} \sum_{i=1}^N \left[ 3 \frac{(\vec{r}_i \cdot \vec{u})(\vec{r}_i \cdot \vec{v})}{r_i^2} - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{r_i^3} \right] w_i;$$

其中: $s$ 为三角形单元的面积; $N$ 为高斯积分点数; $\vec{r}_i$ 是 $P$ 点到积分点的矢径; $w_i$ 为高斯积分系数; $\vec{u}$ 和 $\vec{v}$ 分别为 $Q$ 、 $P$ 点所在的单元的外法线单位矢量.

##### 3.1.2 P 与 Q 在同一个单元上

$$\int_{\Gamma} T^* ds(Q) =$$

$$\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^3 H_i \ln \left( \frac{1+\cos \alpha_i + \sin \alpha_i}{1+\cos \alpha_i - \sin \alpha_i} \cdot \frac{1+\cos \beta_i + \sin \beta_i}{1+\cos \beta_i - \sin \beta_i} \right);$$

$$\int_{\Gamma} T_u^* ds(Q) = \int_{\Gamma} T_v^* ds(Q) = 0;$$

$$\int_{\Gamma} T_{vu}^* ds(Q) = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^3 \frac{\sin \alpha_i + \sin \beta_i}{H_i}.$$

其中: $\alpha_i$ 、 $\beta_i$ 分别为中线和底边上的高所围成的角( $i=1,2,3$ ); $H_i$ 为形心到底边的距离.

#### 3.2 Q 点在冷却孔表面 $S_c$ 上

此时积分区域为一柱面,可把基本解的积分转化为第一、二类完全椭圆积分,数值积分仅沿孔的轴线进行.

##### 3.2.1 P、Q 不在同一单元上

$$\int_{S_c} T^* ds(Q) = \int_l R \int_0^{2\pi} T^* d\theta dz = \int_l R K^* dz$$

$$= l R \sum_{j=1}^M K_j^* w_j;$$

$$\int_{S_c} T_u^* ds(Q) = l R \sum_{j=1}^M K_{u_j}^* w_j;$$

$$\int_{S_c} T_v^* ds(Q) = l R \sum_{j=1}^M K_{v_j}^* w_j;$$

$$\int_{S_c} T_{vu}^* ds(Q) = l R \sum_{j=1}^M K_{vu_j}^* w_j.$$

式中: $R$ 为单元的半径; $l$ 为单元轴线的长度,

$$K^* = \frac{1}{\pi(a+b)^{3/2}} K(m);$$

$$K_u^* = \frac{1}{\pi(a+b)^{3/2}} \left[ \frac{(1+m^2)R_p - m^2 R}{m^2 m^2} E(m) - \frac{2R_p}{m^2} K(m) \right];$$

$$K_v^* = \frac{1}{\pi(a+b)^{3/2}} \left[ \frac{(1+m^2)d - m^2 c}{m^2 m^2} E(m) - \frac{2d}{m^2} K(m) \right];$$

$$K_{vu}^* = \frac{1}{\pi(a+b)^{5/2}} \cdot$$

$$\left\{ \frac{[2m^2(1+m^2)R - (m^2+m)R_p]c + [2m^2(1+m^3)R_p - (m^2+m)R]d}{m^2 m^2} \right.$$

$$\left. E(m) + \frac{[(1+m^3)R_p - m^2 R]c + [(1+m^3)R - m^2 R_p]d}{m^2 m^2} K(m) \right\};$$

$$m = \sqrt{\frac{2b}{a+b}}, \overline{m} = \sqrt{1-m^2};$$

$$a = R_p^2 + R^2 + h^2, b = 2RR_p;$$

$$c = \vec{A} \cdot \vec{v}, d = (\vec{R} \cdot \vec{v}) \cdot R/R_p.$$

其中: $\vec{A}$ 为 $P$ 点到积分点的矢量; $\vec{R}_p$ 为 $\vec{A}$ 在垂直于冷却孔轴线平面内的投影矢量; $\vec{h} = \vec{A} - \vec{R}_p$ ; $K(m)$ 和 $E(m)$ 分别为第一、二类完全椭圆积分,椭圆积分的计算可采用多项式近似<sup>[7]</sup>.

##### 3.2.2 P、Q 在同一个单元上

$$\int_{S_c} T^* ds = \frac{R_l}{2} \ln \left[ \frac{\sqrt{R^2 + l_1^2} + l_2}{\sqrt{R^2 + l_1^2} - l_2} \right];$$

$$\int_{S_c} T_u^* ds = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{l_1}{\sqrt{R^2 + l_1^2}} + \frac{l_2}{\sqrt{R^2 + l_2^2}} \right].$$

式中: $l_1$ 、 $l_2$ 分别为 $Q$ 点到冷却孔单元轴线两端的距离; $l_1 + l_2 = l$ , $l$ 为单元轴线的长度.

## 4 计算实例

图3为蓄电池盒(材料为PP)注射模的冷却系统几何模型,该蓄电池盒底部和侧壁厚度为3.8 mm,中间隔板的厚度为2.5 mm.该产品模具为三板双分型面结构,从产品3个空腔底部为中心进料,模具材料为P20.该模具冷却系统由4条冷却水道组成,型腔上3条(环绕侧壁2条,底部1条),型芯上1条(有3个翻水孔).冷却分析所需的工艺参数为熔体温度240℃,冷却水温度30℃,冷却水流量10 L/min,脱模温度90℃.图4和图5为由冷却模拟得到的塑件壁厚方向的温差分布及冷却时间分布.

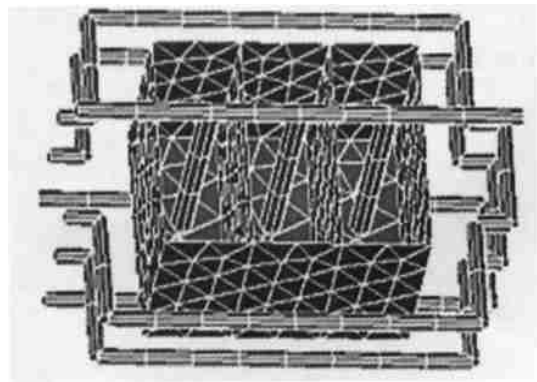
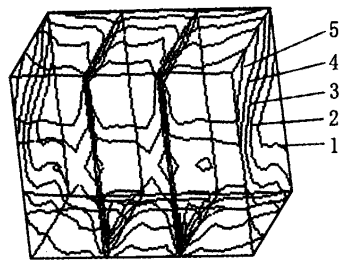


图 3 冷却系统几何模型

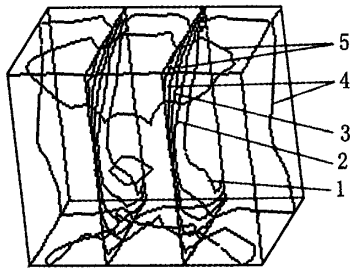
Fig. 3 Geometric model for cooling system



1—6.3℃; 2—12.8℃; 3—19.3℃; 4—25.8℃; 5—32.3℃

图 4 温差分布

Fig. 4 Predicted distribution of the temperature difference



1—24.8s; 2—32.3s; 3—39.8s; 4—47.3s; 5—54.8s

图 5 冷却时间分布

Fig. 5 Predicted distribution of the cooling time

由图 4 可以看出,该设计方案中,型芯与型腔的冷却并不均衡,每个空腔的角上温差最大(该处等值线最密),由此产生的不平衡力矩将可能导致塑件翘曲.由于型芯冷却水孔中的冷却介质已处

于紊流状态( $Re$  大于 10000),增大型芯上翻水孔中的流量不能明显改善冷却效果.为改善冷却不平衡程度,只能在型芯上增设翻水孔或增大翻水孔直径并使翻水孔顶端靠近模壁,但冷却介质的流量也应按比例增加,以维持冷却介质的紊流状态,保证有效的换热.从图 5 可以看出,由于厚度的差异,中间隔板较四周和底部冷却得快,收缩较小,冷却速率不同产生的收缩应力可能导致隔板的变形.此外由于要使箱体的底部和四周得到足够冷却,须延长冷却时间.为减小和避免隔板的变形,应减小不同部分冷却速率的差异,在此可通过减小箱体四周和底部的厚度来实现.如用加筋的办法在满足塑件刚度要求的条件下适当减小厚度比,不但可以改善产品质量,还可以缩短冷却时间,提高成型效率.

参考文献:

[ 1 ] KWON T H. Mold cooling system design using boundary element method[ J ]. Journal of Engineering for Industry , 1988,( 110) : 384~394.

[ 2 ] TURNING L S, WANG K K. A computer -aided cooling -line design system for injection molds[ J ]. Journal of Engineering for Industry , 1990,( 112) : 161~167.

[ 3 ] REZAYAT M, BURTON T E. A boundary -integral formulation for complex three -dimensional geometries[ J ]. International Journal for Numerical Methods in Engineering , 1990, 29: 263~273.

[ 4 ] HIMASEKHAR K, LOTTER J, WANG K K. CAE of mold cooling in injection molding using a three -dimensional numerical simulation[ J ]. Journal of Engineering for Industry , 1992,( 114) : 213~221.

[ 5 ] BARONE M R, CAULK D A. Special boundary integral equations for approximate solution of laplace 's equation in two dimensional regions with circular holes[ J ]. Quart J Mech Appl Math , 1981, 34: 265~286.

[ 6 ] BREBBIA C A, TELLES J C F, WROBEL L C. Boundary Element Techniques -Theory and Application in Engineering[ M ]. New York: Springer -Verlag , 1984.

[ 7 ] BRAMOWITZ M, ASTEGUNI A. Handbook of Mathematical Function[ M ]. New York: Dover , 1965.

Numerical Analysis of 3D Temperature Field of Injection Mold

CHEN Jing-bo , ZHANG Shi-xun , HE Ling-hao , SHEN Chang-yu

( APPT NERC ,Zhengzhou University ,Zhengzhou 450002,China)

**Abstract :** A boundary integral formulation is proposed to analyse the temperature field of injection mold . Networks of cooling channels within the mold and the closely spaced mold cavity surfaces require special attention both in the formulation and numerical treatment of the integral equations . The proposed formulation couples the boundary formula , the gradient of the boundary formula and the exterior formula . The derivation of the integral equations is presented here along with an efficient numerical method for intergration of some of the kernels in these equations and a semi-analytical procedure for the integration of the highly singular integrands . An example is demonstrated to illustrate the usefulness of the numerical method developed .

**Key words :** injection mold ; temperature field ; numerical analysis ; boundary integral equation ; boundary element

( 上接第 8 页)

Study on Microstructure and Formation of Intermetallic Compound in RS Al-Ti-RE Alloy

YANG Ming-shan<sup>1</sup> , GUAN Shao-kang<sup>2</sup> , TANG Ya-li<sup>2</sup> , SHEN Ning-fu<sup>2</sup>

( 1. College of Information Engineering , Zhengzhou University , Zhengzhou 450052, China ; 2. College of Materials Engineering , Zhengzhou University , Zhengzhou 450002,China)

**Abstract :** Rapid solidification technology can produce fine , uniform dispersed intermetallic phase , with high strength , high hardness and good thermal stability of Al transition metal system alloy , which can be designed for elevated application . After detailed study on microstructure of RS Al-Ti-La alloy and the alloy after annealing in high temperature , the paper analyzes the thermal stability of intermetallic phase , and puts forward a new theory of intermetallic phase formation , which can be an important complement for others . The paper conclude that , intermetallic compound Al<sub>2</sub>Ti<sub>3</sub>La , which is fine , uniform dispersion with promise of good thermal stability , can be formed in RS Al-Ti-La alloy . It is supposed that the intermetallic phase is formed prior to others , and twin crystal formation is vital in nucleation stage .

**Key words :** twin crystal ; rapid solidification ; Al-Ti-RE ; intermetallic compound