

文章编号:1671-6833(2003)04-0019-05

电力负荷静态样条函数模型

章 健, 宋红志

(郑州大学电气工程学院, 河南 郑州 450002)

摘 要: 为了对负荷的静特性进行更好的分析和描述, 引入了基于样条函数的静态电力负荷建模思想, 通过对传统模型的结构进行分析, 指出了传统模型产生较大误差的原因. 结合样条函数的相关理论, 提出了基于三次样条函数的负荷静态模型, 并且给出了基于样条插值的建模方法. 通过典型负荷的仿真计算, 表明本负荷模型能够适应复杂的负荷特性描述, 为未知模型结构情况下负荷特性的辨识提供了一种新的有效方法.

关键词: 电力系统; 负荷模型; 样条函数

中图分类号: TM 714 **文献标识码:** A

0 引言

电力系统规划设计和运行决策需要大量计算机仿真计算的结果作为依据. 电力综合负荷模型在系统仿真计算中占有极为重要的地位, 不正确或不恰当的负荷模型, 难以描述负荷的真实行为, 使电力系统仿真计算结果的可信程度大为下降, 甚至可能导致决策的错误. 因此, 负荷建模问题越来越受到人们的高度重视.

在系统频率和电压缓慢变化时, 负荷的有功与无功功率相应的变化特性可用代数方程(或曲线)描述, 称此为负荷静态模型. 在电力系统的计算、分析与控制中, 经常要用到负荷的静态模型. 比如, 潮流计算、无功补偿规划、电压稳定、频率稳定及长期动态过程的分析等. 相对于建立负荷动态模型来说, 建立负荷的静态模型比较容易.

已有的负荷静态模型常常采用多项式模型和幂函数模型, 这两种模型在描述传统电力系统的静特性方面, 能够取得令人满意的精度效果. 但是随着电力系统的不断发展, 各种电力电子设备以及新的非线性负荷出现在电力系统中, 供电网上的用电负荷发生了较大的变化, 这些新技术在推动电力系统发展的同时, 又对电力系统提出新的问题, 传统的静态模型已经很难描述现代电力负

荷的静特性, 为了对负荷的静特性进行更好的描述, 需要有新的模型形式.

本文首先从传统静态模型的结构入手, 分析其产生较大误差的原因, 然后结合样条的相关理论, 提出一个基于样条函数的负荷静态模型, 最后通过两类典型负荷的仿真计算, 表明本负荷模型能够描述包含电力电子设备以及新的非线性设备的复杂负荷的静特性.

1 负荷静态模型的结构分析

传统的静态模型主要有多项式模型和幂函数模型.

(1) 多项式模型. 其形式为

$$\begin{cases} P = P_0 \left[a_p \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 + b_p \left(\frac{U}{U_0} \right) + c_p \right] \left[1 + \frac{dP^*}{df^*} \bigg|_{f_0} \Delta f^* \right] \\ Q = Q_0 \left[a_q \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 + b_q \left(\frac{U}{U_0} \right) + c_q \right] \left[1 + \frac{dQ^*}{df^*} \bigg|_{f_0} \Delta f^* \right] \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中, 方括号中各项反映了负荷电压特性, 圆括号反映了负荷频率特性, 其中 P^* 和 Q^* 为稳态时负荷有功功率 P_0 和无功功率 Q_0 为基值时的标么值; f^* 为工频基值下的标么值.

在只计及电压特性而忽略频率特性时, 式(1)可简化为

收稿日期:2003-08-10; 修订日期:2003-09-28

基金项目:河南省优秀青年骨干教师基金资助项目(无编号)

作者简介:章 健(1963-), 男, 福建省福州市人, 郑州大学副教授, 博士, 长期从事电网优化规划和电力负荷特性辨识的研究.

$$\begin{cases} P=P_0\left[a_p\left(\frac{U}{U_0}\right)^2+b_p\left(\frac{U}{U_0}\right)+c_p\right] \\ Q=Q_0\left[a_q\left(\frac{U}{U_0}\right)^2+b_q\left(\frac{U}{U_0}\right)+c_q\right] \end{cases} \quad (2)$$

式中： $a_p+b_p+c_p=1, a_q+b_q+c_q=1$ 。

(2) 幂函数模型. 其形式为

$$\begin{cases} P=P_0\left(\frac{U}{U_0}\right)^{p_u}\left(\frac{f}{f_0}\right)^{p_m} \\ Q=Q_0\left(\frac{U}{U_0}\right)^{q_u}\left(\frac{f}{f_0}\right)^{q_m} \end{cases} \quad (3)$$

上述传统的静态模型适于描述现场测量数据分布在一个狭窄范围内的情况, 无论是多项式模型和幂函数模型都能较好地拟合这些静态特性. 随着电压稳定研究的深入, 小范围静态负荷模型已不能适应研究的要求, 研究具有全电压范围内通用性的负荷静态模型对于电压稳定性分析具有重要的实用价值. 传统的模型辨识从本质上说是一种数据拟合, 根据数值分析的相关理论, 当数据点大量增加时, 无论是多项式模型还是幂函数模型, 它们的误差都会迅速增加. 而且随电力电子设备以及新的非线性负荷的出现, 负荷的静特性出现了一些新特性, 静特性曲线也复杂得难以用传统的模型进行描述.

2 静态负荷的样条函数模型

2.1 样条介绍

样条函数的概念是美国数学家舍恩伯格在 1946 年首先提出的^[1]. 尽管有 10 年的时间未受到重视, 但从 60 年代开始, 随着电子计算机技术的迅速发展和数据拟合以及函数逼近在生产实验中的广泛应用, 样条函数的理论和应用已迅速发展成了一门成熟的学科. 一般来讲, 在工程实践与科学研究中, 经常应用样条函数的场合有以下几种:

(1) 由试验或观察得到了一批数据点, 要求用一个函数近似地表明数据点间的函数关系, 并画出函数的样条曲线, 这类问题称为样条函数拟合问题.

(2) 由试验、观察或计算得到了若干个离散点组成的点列, 要求用光滑的样条曲线把这些离散点连接起来, 这类问题称为样条函数插值问题.

确定综合负荷的静态模型就属于样条函数的拟合问题, 首先通过稳态试验获得相应数据, 然后使用样条函数来近似地表明功率与电压、频率之间的静态关系. 所谓稳态试验, 是指比较缓慢地逐步改变负荷点的电压及频率, 这时负荷所呈现的

是静态特性. 不过, 随着电压稳定研究的深入, 也有研究提出以动模实验为基础, 获得具有全电压范围的静态模型^[2].

2.2 静态负荷的样条函数模型

在工程实际应用中, 样条主要分为 B 样条和 C(三次) 样条两大类. 其中 C 样条是用分段的三次多项式拟合给定的数据点, 非常适合于用光滑曲线拟合大量数据点的要求. B 样条也是用分段光滑的三次曲线拟合, 但不一定通过全部数据点, 其目的是绘出更具可视化的光滑曲线. 目前在要求精确通过数据点的曲线拟合中, 用得最多的是三次样条函数. 三次样条函数是最基本、最重要的样条函数. 三次样条函数拟合曲线对应于分段的代数多项式, 方法简单易行, 而且其拟合能力很强, 可以通过平面任意有限多个值点, 且能保证曲线的一阶、二阶导数的连续性. 样条函数的理论和应用是从三次样条函数开始发展起来的, 本文建立的样条模型也是建立在三次样条函数基础上的.

若从稳态试验获得了 n 个数据点 (x_i, y_i) , ($i=1, 2, \dots, n$), 如有功率与电压 (u_i, P_i) , 有功功率与频率 (f_i, P_i) , 无功功率与电压 (u_i, Q_i) , 无功功率与频率 (f_i, Q_i) , 定义满足下述条件的函数为测量数据点的三次样条函数模型.

(1) $f(x_i) = y_i$;

(2) $f(x)$ 在 (x_1, x_n) 上有连续的一阶及二阶导数;

(3) $f(x)$ 在每一个子区间 (x_i, x_{i+1}) 上都是三次多项式.

因此 $f(x)$ 可以写成如下形式:

$$f(x) = f_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3, (x_i \leq x \leq x_{i+1}) \quad (4)$$

三次样条函数模型的表达式为一个分段的三次多项式, 若 a_i, b_i, c_i, d_i 可以确定, 则三次样条函数也就确定了. 三次样条拟合的主要思想是, 在相邻两个数据点的区间上做三次多项式拟合, 其一阶、二阶导数在每一个数据点是连续的.

以往的负荷静态模型, 采用显式、隐式的函数形式, 而采用样条的负荷静态模型则采用参数表达形式, 只要确定所有数据区间的系数, 那么模型也就确定了. 参数形式的模型, 在对负荷特性曲线进行分析时, 非常方便. 在实际计算中, 参数形式的模型采用矩阵形式, 每个区间的系数为模型矩阵的一行数值.

2.3 模型参数的确定

设实验测得电压与有功功率的 n 个数据点, 确定其样条模型的参数

$$f_i(u) = a_i + b_i(u - u_i) + c_i(u - u_i)^2 + d_i(u - u_i)^3, (u_i \leq u \leq u_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

由定义的条件(1) $f(u_i) = P_i$, 代入式(5)可得

$$a_i = P_i \quad (6)$$

由定义条件(2)可知 $f_i(u)$ 以及 $f'_i(u)$ 在 u_i 点连续, 即

$$f_i(u_i) = f_{i-1}(u_i) \quad (7)$$

$$f'_i(u_i) = f'_{i-1}(u_i) \quad (8)$$

$f'_i(u_i)$ 、 $f'_{i-1}(u_i)$ 可由式(5)求导得到, 联立式(7)、(8)可得

$$c_{i-1} = \frac{3(P_i - P_{i-1})}{h_i^2} - \frac{2b_{i-1} + b_i}{h_i} \quad (9)$$

$$d_{i-1} = \frac{-3(P_i - P_{i-1})}{h_i^3} + \frac{b_{i-1} + b_i}{h_i^2} \quad (10)$$

式中: $h_i = u_i - u_{i-1}$.

由式(6)、(9)、(10)可知, 如果系数 b_i 能够确定, 则样条模型便可以确定了.

由 $f(u)$ 的二阶导数在 u_i 处连续可知, 有 $f''_i(u_i) = f''_{i-1}(u_i)$, 对式(5)求二阶导数求出 $f''_i(u_i)$ 和 $f''_{i-1}(u_i)$ 后带入上式, 经化简可得

$$\lambda b_{i-1} + 2b_i + \mu b_{i+1} = 3 \left[\frac{\lambda(P_i - P_{i-1})}{h_i} + \frac{\mu(P_{i+1} - P_i)}{h_{i+1}} \right] \quad (11)$$

式中: $\lambda = \frac{h_{i+1}}{h_i + h_{i+1}}$; $\mu = 1 - \lambda = \frac{h_i}{h_i + h_{i+1}}$.

式(11)除了两个端点外, 对所有点成立, 即一共有 $n-2$ 个方程, 而待确定的 b_i 的个数为 n , 因此还需要两个额外的条件, 这可由边界条件提供. 在两个端点处, 有三种形式的边界条件.

(1) 给出两端点的二阶导数. 如果已知 P''_1 , P''_n , 则由式(5)推得

$$2b_1 + \mu_1 b_2 = \frac{3(P_2 - P_1)}{h_2} - \frac{h_2 P''_1}{2} \quad (12)$$

$$\lambda b_{n-1} + 2b_n = \frac{3(P_n - P_{n-1})}{h_n} + \frac{h_n P''_n}{2} \quad (13)$$

式(11)和附加的两个方程式(12)、式(13)合在一起得到有定解的线性方程组. 写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} 2 & \mu_1 & & & \\ \lambda_2 & 2 & \mu_2 & & 0 \\ & \lambda_3 & 2 & \mu_3 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \lambda_{n-2} & 2 & \mu_{n-2} \\ 0 & & & \lambda_{n-1} & 2 & \mu_{n-1} \\ & & & & \lambda_n & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_{n-2} \\ b_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \vdots \\ D_{n-2} \\ D_{n-1} \\ D_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中: $\mu_1 = 1, D_1 = \frac{3(P_2 - P_1)}{h_2} - \frac{h_2 P''_1}{2}$;

$$\lambda_n = 1, D_n = \frac{3(P_n - P_{n-1})}{h_n} + \frac{h_n P''_n}{2}.$$

$$D_i = 3 \left[\frac{\lambda(P_i - P_{i-1})}{h_i} + \frac{\mu(P_{i+1} - P_i)}{h_{i+1}} \right] \quad (15)$$

式中: $i = 2, 3, \dots, n-1$.

式(14)这种特殊结构的矩阵称为三对角阵. 尽管线性方程组有它的标准解法, 但是使用文献[3]中介绍的三对角阵解法将会更加有效. 在大多数情况下, f'' 未知, 但是可以假设其为 0, 这样就等价于在几何上趋于端点的曲线变为直线.

(2) 给出两 endpoints 的一阶导数. 式(12)、(13)可以写成:

$$2b_1 + 0 \times b_2 = 2P'_1;$$

$$0 \times b_{n-1} + 2b_n = 2P'_n.$$

此时式(14)中 $\mu_1 = 0, D_1 = 2P'_1, \lambda_n = 0, D_n = 2P'_n$.

(3) 从内部外推二阶导数. 利用 P''_2, P''_3 对 P''_1 进行外推:

$$P''_1 = \left(1 + \frac{h_1}{h_2} \right) P''_2 - \frac{h_1}{h_2} P''_3 \quad (16)$$

$$P''_2 = 2c_2 = 2 \left[\frac{3(P_2 - P_1)}{h_2^2} - \frac{2b_1 + b_2}{h_2} \right] \quad (17)$$

$$P''_3 = 2c_3 = 2 \left[\frac{3(P_2 - P_1)}{h_3^2} - \frac{2b_2 + b_3}{h_3} \right] \quad (18)$$

将式(16)、(17)、(18)代入到式(19), 得

$$2b_1 + \mu_1 b_2 = \frac{-3h_1(P_2 - P_1)}{h_2^2} +$$

$$\frac{(h_1+h_2)(2b_1+b_2)}{h_2} + \frac{3h_1(P_3-P_2)}{h_3^2} - \frac{h_1(2b_2+b_3)}{h_3}$$

对点 n 也可以写出类似的方程,根据这两个方程修改式(14).除了 D_1, D_n 之外,这个方程组与式(14)有相同的形式.循环边界条件适用于第一个点与最后一个点相同、它们的导数值也相同的情形,此时数据点代表一条不断重复出现的曲线.平面上的闭合曲线可以用于循环边界条件的函数拟合.

3 实例与分析

为了验证所提出的样条函数模型的优越性,对两类典型负荷的特性进行了仿真研究:分别为静态多项式变结构模型和一阶感应电动机的无功电压静态模型.

前面已经提到了静态多项式模型,如式(2)所示的负荷电压特性^[4],其中电压二次项相当于恒定阻抗负荷,电压一次项相当于恒定电流负荷,电压零次项相当于恒定功率负荷,且有 $a_p+b_p+c_p=1$, a_p, b_p, c_p 分别为恒定阻抗、恒定电流、恒定功率负荷的有功功率占总有功功率的百分比. a_q, b_q, c_q 类同,且有 $a_q+b_q+c_q=1$.

在实际的运行中,这三类负荷在总有功功率中的比例会由于一些原因而发生变化,这就产生了静态多项式模型变结构的问题,此时应用以往的静态模型就无法对负荷的特性进行描述,下面通过一个变结构问题的仿真计算,验证样条函数模型的适用性.

首先将模型进行简化,假设只含有恒功率和恒阻抗两类负荷,所占负荷比例分别为 80%, 20%.在截止电压 $U_{cr} \leq 0.7U_N$ 时,由于保护动作将恒功率负荷切除,所得到变结构模型的表达式如式(19)所示:

$$P = \begin{cases} 0.8+0.2U^2, & (0.7 \leq U \leq 1.3) \\ 0.2U^2, & (0.3 \leq U \leq 0.7) \end{cases} \quad (19)$$

式中: P, U 为以额定参数为基准的标么值.

对应的负荷特性曲线如图 1 所示.通过样条函数模型仿真的结果如图 2 所示.

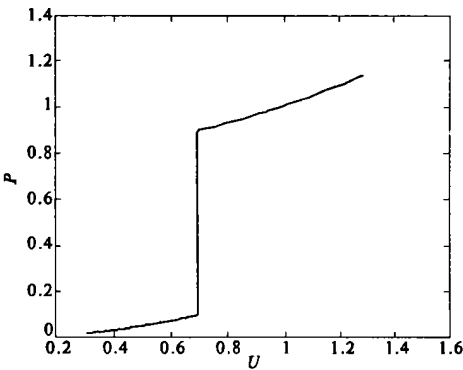


图 1 P-U 曲线

Fig. 1 P-U curve

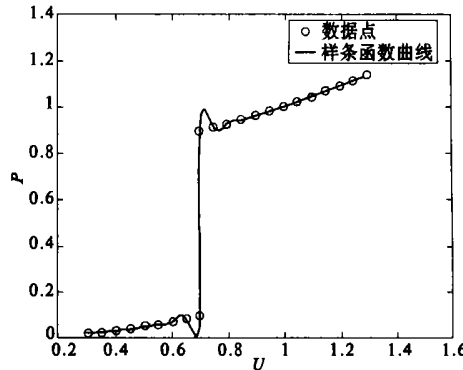


图 2 仿真结果

Fig. 2 Simulation results

电动机在负荷中占有较大的比重,其静特性与动特性差别较大,同时其负荷静特性又具有较强的非线性,研究其静特性有很强的实用性.

下面以一阶感应电动机的无功-电压静特性为例,进行仿真计算.

图 3 为一阶感应电动机的等值电路,其参数均取典型参数^[3],感应电动机的静特性是在保持电动机稳定(机械转矩等于电磁转矩)的条件下,假设机械转矩保持恒定,通过滑差与电压之间的关系,求出不同电压下的滑差值,然后再根据功率与滑差的关系,求出相应电压下的功率,从而求得功率-电压特性.由于假定机械转矩保持恒定,且又要满足力矩平衡关系,故可得电磁转矩 T_e 恒等于初值 T_{e0} .

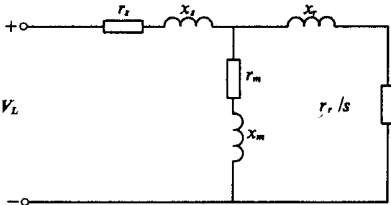


图 3 一阶感应电动机等值电路

Fig. 3 The equivalent circuit of one order induction motor

电磁功率

$$T_e = \frac{2T_{e,max}}{s_{cr} + s} \left(\frac{U_L}{U_R} \right)^2 \tag{20}$$

电压 U_L 取初值 U_{L0} 代入式(20) , 即可求得 T_{e0} , 由电磁转矩 T_e 恒等于初值 T_{e0} , 可得

$$\frac{2T_{e,max}}{s_{cr} + s} \left(\frac{U_L}{U_R} \right)^2 = T_{e0} \tag{21}$$

式(21) 就是电压与滑差的关系式, 在不同的电压 U_L 下可求出滑差 s 的值.

由图 3 可得

$$P_L + Q_L = \frac{U_L^2}{Z_L^*} \tag{22}$$

$$Z_L = (r_s + j X_s) + (r_m + j X_m) / (r_r / s + j X_r) .$$

由式(21) 求出滑差后, 代入式(22) , 计算出 P_L, Q_L , 这样就得到了感应电动机的静态特性关系. 下面只做出无功—电压的特性曲线, 仿真计算结果如图 4 所示.

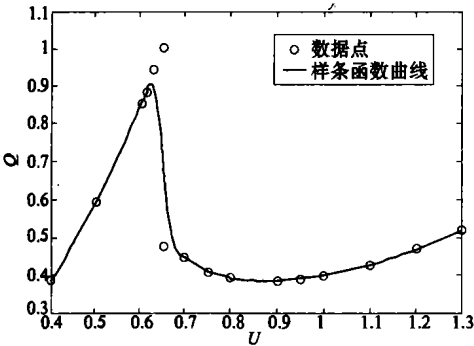


图 4 仿真结果
Fig .4 Simulation results

从以上仿真结果可以看出, 样条函数模型能够适应各种复杂的静态负荷特性的描述, 并且具有相当不错的拟合程度, 可以满足实际使用的要求.

4 结论

本文首先分析了传统多项式模型及幂函数模型的结构及使用中的局限性, 提出了基于三次样条函数的负荷静态模型. 结合静态负荷特性的测试, 推导了建立模型的方法. 最后通过实例计算, 验证了样条函数模型能够适应复杂的负荷特性描述, 有很高的精度, 为未知模型结构情况下负荷特性的辨识提供了一种新的有效方法.

参考文献:

[1] 孙家昶 . 样条函数与计算几何[M] . 北京: 科学出版社, 1982.

[2] 李欣然, 陈元新, 唐 忠, 等 . 一种适应大跨度电压变化的综合静态模型[J] . 长沙电力学院学报, 1999, 14(1) : 38~43.

[3] SHOICHIRO Nakamura . 科学计算引论[M] . 梁 恒, 刘艳艳, 译. 北京: 电子工业出版社, 2002.

[4] 倪以信, 陈寿孙, 张宝霖, 等 . 动态电力系统的理论和分机[M] . 北京: 清华大学出版社, 2002.

[5] 西安交通大学 . 电力系统计算[M] . 北京: 水利水电出版社, 1978.

[6] 鞠 平, 马大强 . 电力负荷建模[M] . 北京: 水利水电出版社, 1995.

Spline Function Model of Static Electric Load

ZHANG Jian , SONG Hong -zhi

(College of Electrical Engineering ,Zhengzhou University ,Zhengzhou 450002,China)

Abstract : To facilitate the work in load static characteristic analysis and description ,a new idea of static electric load characteristic based on spline function is introduced in this paper .On the basis of the analysis of the structure for traditional model the reason of a higher error is pointed out in this paper .According to the theory of spline function ,a new load static model is put forward based on three order spline function , and the modeling method is also provided .Test results on typical load reveal that the load model can describe the static characteristic of complex load ,this research provides a new effective method to identify load characteristic of unknown structure .

Key words : power system ;load model ;spline function