

文章编号:1671-6833(2003)04-0063-04

钢筋混凝土深受弯构件的受剪机理分析

陈 萌^{1,2}

(1. 武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070; 2. 郑州大学土木工程学院, 河南 郑州 450002)

摘 要: 桁架拱计算模型适合钢筋混凝土深受弯构件的受力特点, 针对模型中混凝土斜腹杆斜向传递压力时的应力扩散现象, 进一步修正了该模型. 引用混凝土在双向应力状态下的强度准则, 并结合工程实际, 提出了考虑剪跨比、跨高比、垂直腹筋和水平腹筋影响的受剪承载力实用计算公式, 公式中混凝土作用项以混凝土抗拉强度作为强度设计指标, 已被我国混凝土结构设计规范所采用. 修正后的计算模型物理概念明确, 力学分析严密, 对完善深受弯构件的抗剪强度设计理论有重要的参考意义.

关键词: 深受弯构件; 抗剪强度; 桁架拱
中图分类号: TU 375 **文献标识码:** A

0 引言

跨高比 $l_0/h \leq 5.0$ 的简支钢筋混凝土单跨梁或多跨连续梁被称为深受弯构件^[1]. 在实际工程中, 当梁的跨高比 $l_0/h \leq 2$ 时, 被称为深梁; 当梁的跨高比 $l_0/h \geq 5$ 时, 被称为浅梁; 而当梁的跨高比 $2 < l_0/h < 5$ 时, 则被称为短梁. 由于深受弯构件的跨高比较小, 在荷载作用下弯矩较低, 而剪力却相对较高, 因此, 其受剪承载力的计算在结构设计中显得尤为重要. 影响深受弯构件受剪承载力的因素较多, 迄今为止, 其受剪机理和计算的理论尚未完全建立起来. 目前各国《规范》采用的抗剪公式在理论上虽然可以用斜截面极限平衡分析方法来解释, 但是却存在着物理概念不够明确、理论分析不够严密、计算公式精度受到试验制约的缺点. 本文在“桁架拱”模型的基础之上, 针对模型中混凝土斜腹杆斜向传递压力时的应力扩散现象, 进一步修正了该模型, 修正后的模型物理概念明确, 理论推导较为严密, 能明确解释深受弯构件中混凝土、水平腹筋和垂直腹筋的抗剪作用. 以此模型作为研究依据, 能较好地解释深受弯构件的受剪机理, 从而进一步完善抗剪强度的设计理论.

2 受剪机理分析的桁架拱模型

钢筋混凝土深受弯构件在受剪过程中的受力

可比拟为图 1 所示的桁架拱模型. 图中的混凝土曲线形压杆起着斜腹杆的作用, 既可与构件底部纵向受拉钢筋一起平衡荷载产生的弯矩, 又可将斜向压力直接传递到支座; 垂直腹筋视为竖向受拉腹杆, 构件底部纵筋则视为受拉下弦杆^[2].

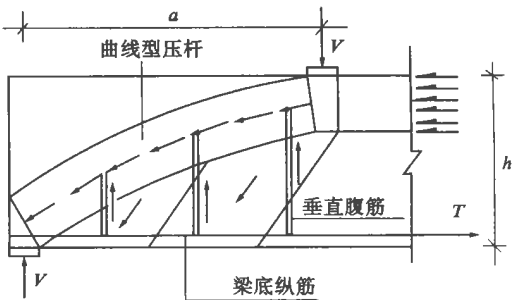


图 1 深受弯构件的桁架拱模型

Fig. 1 The truss-arch model of deep flexural member

经过理论分析, 可分别得出深受弯构件在集中荷载和均布荷载作用下的受剪承载力理论计算公式.

集中荷载作用下, 既配有垂直腹筋又配有水平腹筋的构件

$$V_u = 0.55 \left(\sqrt{\lambda^2 + 1} - \lambda \right) \left(1 + \frac{\sqrt{\lambda^2 + m^2} - \lambda}{2.4 \sqrt{\lambda^2 + m^2}} \right) \cdot \frac{\rho_{sh} f_{yh}}{\sigma} \phi h_0 \tag{1}$$

收稿日期:2003-07-18; 修订日期:2003-08-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(59478022)

作者简介:陈 萌(1969-), 女, 河北省吴桥县人, 郑州大学讲师, 武汉理工大学博士研究生, 主要从事钢筋混凝土结构方面的研究.

$$m=1+\frac{\rho_{sv}f_{yv}\lambda^2}{f_c}\tag{2}$$

式中： σ 为构件剪切破坏时其斜腹杆中混凝土的斜向压应力； b, h_0 分别为构件的宽度及有效高度； λ 为构件的剪跨比； ρ_{sv}, ρ_{sh} 分别为垂直腹筋和水平腹筋的配箍率； f_{yv}, f_{yh} 分别为垂直腹筋和水平腹筋的屈服强度。

均布荷载作用下，既配有垂直腹筋又配有水平腹筋的构件

$$V_u=0.55\left(\sqrt{l_0/4h}\right)^2+k^2-l_0/4h\left(1+\frac{\sqrt{l_0/4h}+k^2-l_0/4h}{2.4\sqrt{\left(l_0/4h\right)^2+k^2}}\cdot\frac{\rho_{sh}f_{yh}}{\sigma}\right)\phi h_0\tag{3}$$

$$k=1+\frac{1}{24}\frac{\rho_{sv}f_{yv}}{f_c}\left(l_0/h\right)^2\tag{4}$$

式中： l_0/h 为构件的跨高比，其余符号同前。

由式(1)~式(4)可以看出，构件的受剪承载力随剪跨比或跨高比的增大而减小，垂直腹筋的作用随剪跨比或跨高比的增大而增大，水平腹筋的作用随剪跨比或跨高比的增大而减小，这些理论结果均与试验规律相符合；且均布荷载作用下无腹筋构件的受剪承载力公式相当于集中荷载作用下无腹筋构件取当量剪跨比 $\lambda'=l_0/4h$ 的结果。从实用的角度出发，为方便计算，采用曲线拟合的方法，分别将理论公式(1)、(3)分离为三项式，并将式中各项理解为具有明确的物理、力学意义。

集中荷载作用下，既配有垂直腹筋又配有水平腹筋的构件

$$V=\frac{0.55}{0.8+1.7\lambda}\phi h_0+\frac{\lambda^2}{1.42+1.03\lambda}\cdot\frac{A_{sv}f_{yv}}{s_v}h_0+\frac{0.23}{6.50\lambda-0.35}\cdot\frac{A_{sh}f_{yh}}{s_h}h_0\tag{5}$$

均布荷载作用下，既配有垂直腹筋又配有水平腹筋的构件

$$V=\frac{0.16}{2.4+1.3l_0/h}\phi h_0+\frac{\left(l_0/h\right)^2}{22.72+4.12l_0/h}\cdot\frac{A_{sv}f_{yv}}{s_v}h_0+\frac{0.94}{6.64l_0/h-1.43}\cdot\frac{A_{sh}f_{yh}}{s_h}h_0\tag{6}$$

公式(5)、(6)中，深受弯构件的受剪承载力均由三项式组成，分别为混凝土作用项，垂直腹筋作用项和水平腹筋作用项；构件的受剪承载力随剪跨比或跨高比的增大而减小，垂直腹筋的作用随剪跨比或跨高比的增大而增大，水平腹筋的作用随剪跨比或跨高比的增大而减小。

3 桁架—拱模型中混凝土斜腹杆中压应力 σ 表达式的探讨

通过对试验构件进行非线性有限元分析^[3,4]，得出：在混凝土斜腹杆斜向传递压力的过程中存在压应力扩散现象，在集中荷载作用下随着剪跨比的增大，压应力的扩散角也逐渐增大，大约以 $\lambda=1$ 为界限。因此，集中荷载作用下分 $\lambda\geq 1$ 及 $\lambda<1$ 两种情况推导构件剪切破坏时，其混凝土斜腹杆中的斜向压应力 σ 表达式（均布荷载作用下取当量剪跨比 $\lambda'=l_0/4h$ ）。

3.1 $\lambda\geq 1$ 时的情况

图2为一集中荷载作用下无腹筋梁的受力模型，剪力通过斜腹杆的轴力 N 传递到支座，斜腹杆的倾角为

$$\text{tg}\theta=\sqrt{\lambda^2+1}-\lambda\tag{7}$$

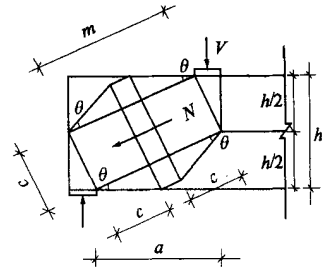


图2 $\lambda\geq 1$ 的桁架拱模型

Fig. 2 The truss-arch model of $\lambda\geq 1$

由图2可以看出， $m=a/\cos\theta, c=h/2/\cos\theta$ ，所以

$$m/c=a/h\approx a/h_0=\lambda\tag{8}$$

由于桁架拱模型中混凝土斜腹杆斜向传递压力的过程中存在压应力扩散现象，此时斜腹杆中的混凝土处于拉压应力状态，因此斜腹杆中混凝土的斜向压应力 σ 的值取决于混凝土拉压应力状态的破坏条件^[3]。

假定斜腹杆中应力扩散范围如图3所示。加载端传来的斜向压应力 σ 经过扩散后又汇集到支座处，在斜腹杆的中部处设斜向扩散的平均压应力为 σ_g ， σ_g 使斜腹杆斜轴的夹角 θ 从 0 变化到 θ ，平均取为 $\theta/2$ 。由斜轴向压力的平衡可求出：

$$\sigma_g(c+2a\text{tg}\theta)=\sigma\cdot c\tag{9}$$

$$\sigma_g=\frac{\sigma}{1+2\text{tg}\theta}\tag{10}$$

斜腹杆因应力扩散而引起总的横向拉力 T 为

$$T=\sigma_g\left(\frac{\theta}{2}\cdot 2\frac{c}{2}+c\text{tg}\theta\right)=\sigma\cdot c\text{tg}\frac{\theta}{2}\tag{11}$$

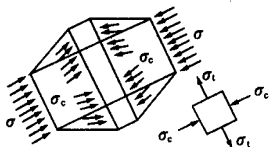


图 3 $\lambda \geq 1$ 时斜腹杆混凝土中的应力状态
Fig. 3 The stress state in the concrete strut ($\lambda \geq 1$)

斜腹杆平均横向拉应力 q 为

$$q = T/2c = \frac{1}{2} \cdot \sigma_t \cdot \tan \frac{\theta}{2} \tag{12}$$

引入混凝土在拉压应力状态下的破坏条件,有

$$\frac{q}{f_t} + \frac{\sigma_c}{f_c} = 1 \tag{13}$$

将式 (10)、(12) 代入式 (13), 并令 $B = f_t/f_c$, 可求出用 f_t 或 f_c 表示的 σ 如下:

$$\frac{\sigma}{f_t} = \frac{2(1 + \tan^2 \frac{\theta}{2})}{\tan \frac{\theta}{2} (1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}) + 2B} \tag{14}$$

$$\frac{\sigma}{f_c} = \frac{2B(1 + \tan^2 \frac{\theta}{2})}{\tan \frac{\theta}{2} (1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}) + 2B} \tag{15}$$

3.2 $\lambda < 1$ 时的情况

假设应力扩散角为 $\lambda^2 \theta$, 如图 4 所示.

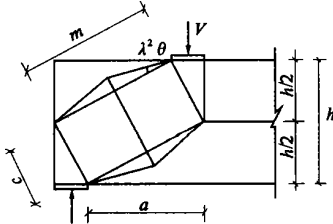


图 4 $\lambda < 1$ 的桁架拱模型
Fig. 4 The truss-arch model of $\lambda < 1$

由斜轴向压力的平衡可以求出:

$$q_c = \frac{\sigma}{1 + 2 \tan \frac{\theta}{2} \lambda^2 \theta},$$

腹杆平均横向拉应力 q 为

$$q = T/m = \frac{\sigma}{2 \tan \frac{\theta}{2}} \cdot \frac{\lambda^2 \theta}{2} \tag{17}$$

将式 (16)、(17) 代入式 (13), 并令 $B = f_t/f_c$, 可求出用 f_t 或 f_c 表示的 σ 如下:

$$\frac{\sigma}{f_t} = \frac{1}{\frac{1}{2 \tan \frac{\theta}{2}} \cdot \frac{\lambda^2 \theta}{2} + \frac{B}{1 + 2 \tan \frac{\theta}{2} \lambda^2 \theta}} \tag{18}$$

$$\frac{\sigma}{f_c} = \frac{B}{\frac{1}{2 \tan \frac{\theta}{2}} \cdot \frac{\lambda^2 \theta}{2} + \frac{B}{1 + 2 \tan \frac{\theta}{2} \lambda^2 \theta}} \tag{19}$$

根据 C15~C60 级混凝土的 f_t/f_c 值, 并令剪跨比从 0.25 变化到 3, 可分别求得用 f_t 表示的 σ 和用 f_c 表示的 σ , 如图 5、图 6 所示.

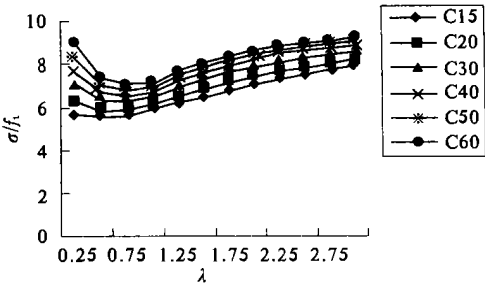


图 5 σ/f_t 与剪跨比 λ 的关系

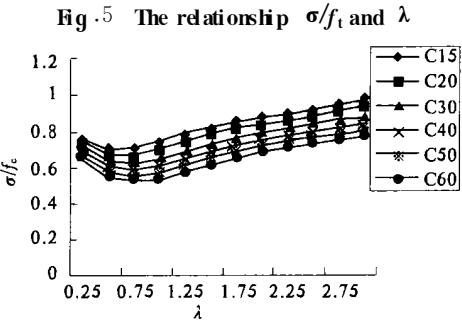


图 6 σ/f_c 与剪跨比 λ 的关系

Fig. 6 The relationship between σ/f_c and λ

从图 5、图 6 中可以看出, 当混凝土强度等级一定时, σ/f_t 和 σ/f_c 的值在 $\lambda = 0.75 \sim 1.0$ 之间(即斜压破坏和剪压破坏的分界点附近)最小, 当 $\lambda > 0.75 \sim 1.0$ 时, 随着剪跨比的增大, σ/f_t 和 σ/f_c 的值均增大; 当剪跨比相同时, 随着混凝土强度等级的提高, σ/f_t 的值逐渐增加, 各级混凝土 σ/f_t 的平均值从 6.68 增加到 8.26, σ/f_c 的值逐渐减小, 各级混凝土 σ/f_c 的平均值从 0.82 减小到 0.69. 从深受弯构件受剪机理分析的角度来看, 使用 f_t 或是 f_c 来表示斜腹杆中混凝土的压应力 σ 均可, 其中, 当构件发生斜压破坏时, f_c 可以更好地表示混凝土的抗剪作用; 而当构件发生斜拉破坏时, f_t 则可以更好地表示混凝土的抗剪作用.

试验结果表明, 高强混凝土的抗剪强度与 f_c 的符合程度不够好而与 f_t 符合较好; 且混凝土的抗拉强度与抗压强度呈非线性关系, 对于常用的 C20~C40 级混凝土, f_t 和 f_c 的比值接近于 0.1, 当混凝土强度等级低于 C20 时, f_t 和 f_c 的比值大于 0.1, 当混凝土强度等级高于 C40 时, f_t 和 f_c 的比值小于 0.1, 且随着混凝土强度等级的提高, 相应的比值越小; 除此之外, 为了与混凝土的冲切、扭转问题相协调一致(混凝土作用项均采用 f_t 来表示), 综合考虑以上各因素, 采用 f_t 作为强度设计指标来表示混凝土的抗剪作用.

对应于 C15~C60 级混凝土, 并令深受弯构件的剪跨比 λ 从 0.25 变化到 3, 代入式 (14)、式 (18), 求得 σ ; 由 σ 与 f_t 的对应关系, 经线性回归

分析,得出:

$$\sigma=6.15f_t \tag{20}$$

式(20)的判定系数 $\nu=0.96$,残差平方和为 2.51.

4 深受弯构件受剪承载力实用计算公式

将式(20)代入式(5)、(6)后,简化公式并考虑一定的安全储备,使之符合可靠度要求,可得到深受弯构件受剪承载力实用计算公式.

均布荷载作用下

$$V=\frac{1}{2.4+1.3\lambda_0/h}f_tbh_0+\frac{l_0/h-2}{2}\cdot\frac{A_{sv}f_{yv}}{s_v}h_0+\frac{5-l_0/h}{6}\cdot\frac{A_{sh}f_{yh}}{s_h}h_0 \tag{21}$$

集中荷载作用下

$$V=\frac{3.4}{0.8+1.7\lambda}f_tbh_0+\frac{5(\lambda-1)}{8}\cdot\frac{A_{sv}f_{yv}}{s_v}h_0+\frac{3-\lambda}{4}\cdot\frac{A_{sh}f_{yh}}{s_h}h_0 \tag{22}$$

式(21)、(22)中的混凝土作用项均以混凝土抗拉强度作为强度设计指标.式(21)中,当 $l_0/h < 2$ 时,取 $l_0/h=2$,当 $l_0/h > 5$ 时,取 $l_0/h=5$;式(22)中,当 $\lambda < 1$ 时,取 $\lambda=1$,当 $\lambda > 3$ 时,取 $\lambda=3$.根据收集到的 25 根在均布荷载作用下的深受弯构件试验结果,试验值与式(21)计算值相比的平均值 $\mu=1.26$,变异系数 $\delta=0.15$;根据收集到的 28 根在集中荷载作用下的深受弯构件试验结果,试验值与式(22)计算值相比的平均值 $\mu=1.18$, $\delta=0.13$.可见式(21)、(22)的计算结果与试验结果

符合较好,并偏于安全.

5 结论

(1) 桁架拱计算模型适合钢筋混凝土深受弯构件受剪的受力特点.随着跨高比或剪跨比的增大,混凝土的作用下降,垂直腹筋的作用增大,而水平腹筋的作用减小.

(2) 针对桁架拱模型中斜腹杆斜向传递压力时的应力扩散现象,进一步修正该模型,引用混凝土在双向拉、压应力状态下的强度准则,综合考虑剪跨比、跨高比、垂直腹筋和水平腹筋影响因素的影响,在满足可靠度要求的前提下简化理论公式,得出深受弯构件受剪承载力的实用计算公式(21)、(22).公式中混凝土作用项以其抗拉强度作为强度设计指标,公式的计算结果与试验结果符合较好.

参考文献:

[1] GB 50010—2002, 混凝土结构设计规范[S].
[2] 刘立新. 钢筋混凝土深梁、短梁和浅梁受剪承载力的统一计算方法[J]. 建筑结构学报, 1995, 16(4): 13~21.
[3] 陈萌. 钢筋混凝土梁受剪承载力衔接的研究[D]. 郑州: 郑州工业大学, 1999. 58~68.
[4] 陈萌, 刘辉, 刘立新, 等. 钢筋混凝土梁受剪承载力的统一计算方法[J]. 郑州工业大学学报, 2000, 21(2): 54~57.
[5] 滕智明. 钢筋混凝土基本构件[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999. 15~16.

Analysis on Shear Mechanism for R.C. Deep Flexural Members

CHEN Meng^{1, 2}

(¹School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China; ²College of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract : The truss arch calculation model can well reflect the characteristic of deep flexural members. Being the stress diffusion phenomenon in the concrete structure, the model is further revised. Using the failure criterion of concrete in biaxial stress state and considering the effects of shear span ratio, span depth ratio, web reinforcement, the equations for predicting the shear capacity of deep flexural members are established. Through simplification, the suggested equations are also given, and the concrete tension strength is used as the concrete strength design index in the suggested equations. The physics concept of the revised truss arch model is explicit, and the theory of shear capacity can be further perfected.

Key words : deep flexural member shear strength truss arch