

文章编号:1671-6833(2004)01-0016-06

响应面方法及其在桥梁体系可靠度分析中的应用

李广慧¹, 刘晨宇², 托拉·欧尼弗里奥³

(1. 郑州大学土木工程学院, 河南 郑州 450002; 2. 郑州大学建筑学院, 河南 郑州 450002; 3. 英国萨利大学工程学院, 萨利 激尔福德 UK GU2 7XH)

摘 要: 提出将响应面方法和非线性有限元分析结合起来对桥梁上部结构的体系可靠度进行分析的新方法. 首先, 在试验设计的基础上应用通用的非线性有限元分析程序对桥梁结构进行体系承载力极限分析, 然后, 利用响应面方法推求桥梁结构体系承载力的响应面, 最后利用可靠度分析程序计算桥梁结构的体系可靠度指标和失效概率. 通过对一单跨叠合桥梁进行算例分析, 证明了所建议方法的有效性.

关键词: 响应面方法; 桥梁结构; 体系可靠度; 非线性有限元分析

中图分类号: U 448.21

文献标识码: A

0 引言

对于一个由若干结构构件组成的结构系统来说, 其体系可靠度是一个非常重要的指标, 因为它表达了结构系统的整体可靠性和寿命周期费用(包括初始造价和维修保养费用)的一个合理平衡点. 因此, 从理论上讲, 用结构系统的体系可靠度来表征桥梁结构系统的整体性能是非常合适和合理的.

随着重载卡车最大允许载重量的不断增加, 旧有的, 尤其是 60 年代左右建造的高速公路桥梁已经越来越不堪重负, 很多桥梁需要进行分析、维修、甚至加固. 因而, 发展一种合理的基于桥梁结构体系可靠度的分析方法成为一项非常紧迫的工作. 但是, 由于技术发展的原因和结构体系可靠度求解的复杂性, 目前的桥梁结构可靠度分析还只能停留在对构件可靠度进行分析的水平, 而对于结构系统的分析, 往往是作为一个串联系统来对待. 这样做的结果, 往往是结构系统中某个最薄弱构件或截面就决定了整个结构系统的可靠度水平. 实践证明, 这样的分析结果通常是过于保守的, 容易造成不必要的维修或加固, 从而影响有限建设资金的合理使用.

传统的体系可靠度分析方法, 总的来说可以划分为三类: 即直接法(如直接积分法和直接模拟

法等)、分析法(如失效模式法、分支界限法等)和综合法(如贝叶斯更新法等). 除直接法以外, 其它都是近似的方法. 这些方法要么求解过程繁琐、耗时巨大, 要么得到的解答过于近似, 因而到目前为止, 还没有通用性很好的求解方法, 也无法在工程结构的可靠性评定中推广应用, 这在一定程度上阻碍了结构体系可靠度理论的发展和应用. 国内的不少学者在尝试简化结构体系可靠度分析方法的工作^[1~4].

近年来, 世界各国的研究者已经开始应用响应面方法进行结构体系可靠度的研究和尝试^[5~9]. 本文试图将响应面方法和非线性有限元分析结合起来, 提出一种适用于桥梁结构体系可靠度分析的新方法. 通过对一单跨叠合桥梁进行算例分析, 表明了该方法的有效性.

1 响应面方法概述

响应面技术实际上是用一个超曲面来近似地替代实际的复杂结构输入与输出的关系. 其基本思想是数值仿真分析或试验方法, 建立结构系统响应 Y 和结构随机变量 x_1, x_2, \dots, x_n 之间的关系, 通常一个低阶的多项式就可以应用满足要求. 如果响应面具有很强的非线性, 那么则需要用高阶的多项式, 当考虑随机变量之间的交叉影响时, 常采用公式(1)所示的多项式:

收稿日期: 2003-10-05; 修订日期: 2003-12-02

基金资助: 中国博士后基金项目资助项目(13340)

作者简介: 李广慧(1970-), 男, 河南省商丘市人, 郑州大学副教授, 博士后, 主要从事结构可靠性与地震易损性方面的研究.

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_{xi} x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{xii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{yxij} x_i x_j + \epsilon \quad (1)$$

式中, $\beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_{xi} x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{xii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{yxij} x_i x_j$ 通常被称作响应面, 利用它可以预测试验区域内的结构系统响应. $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}$ 为待定系数; ϵ 是试验误差.

公式 (1) 中的待定系数, 通常在仿真试验分析的基础上利用最小二乘法确定. 如果拟合的多项式能够通过拟合检验, 则说明它是真实结构系统响应的一个近似表达式, 用它可以建立极限状态方程, 然后进行结构系统的可靠性分析. 否则, 需要重新进行试验设计、仿真分析和数据拟合工作, 直到满足要求为止.

一般来说, 响应面方法的核心是进行试验设计, 即样本点的选取. 常用的有二水平因子法、三水平因子法和中心复合设计法. 如果选取的是高阶多项式, 由于需要确定的系数多, 因此至少要采用三水平因子法进行试验. 一个完整的三水平因子法试验设计需要 3^k 次试验, 当考虑三个随机变量时, 则需要 $3^3=27$ 次试验.

为了减少试验次数, 提高取样效率, 则可以选择中心复合设计法(Central Composite Design). 相比完整的三水平因子法试验设计, 该方法仅需要 2^k 次角点(factorial point) 试验、 $2k$ 个轴点(axial point) 试验和至少一个中心点(central point) 试验. 考虑三个随机变量时, 则需要 $2^3+2\times3+1=15$ 次试验. 可知, 试验次数大大地降低了.

理论研究表明, 如果合理地选取个轴点(axial point) 距中心点的距离, 中心复合设计则可以变为中心复合旋转设计(Central Composite Rotatable Design). 所谓中心复合旋转设计, 是指在所有距中心点等距离的点上, 预测的结构系统响应保持相同的标准差. 研究表明, 轴点距中心点距离值的选取, 取决于中心复合旋转设计中角点数量所占的比例, 可以由随机变量数目和水平因子的次数来决定.

尽管多项式所表达的响应面在拟合及随后的可靠性分析中具有很大的优越性, 但是有一点必须牢记, 那就是: 只有在试验所覆盖的空间内, 它才是拟求或真实响应面的一个近似, 而在该空间外的任何延伸, 所做的预测结果都是不可信的, 必须依赖进一步的试验来验证.

在可靠度分析中, 如果设计点落在试验点空间以外, 那么就必须在设计点附近补充新的试验点, 然后拟合新的响应面.

1.1 顺序的中心复合旋转设计

在本文的研究中, 采用的是中心复合旋转设计, 而且具体的试验操作中, 应用了顺序设计技术, 叙述如下:

(1) 首先, 在中心点处进行若干次试验, 一般至少五六次. 如果试验误差足够小的话, 表明进行重复试验的条件满足. 否则, 应该改善试验条件和参数, 直到进行重复试验的条件满足为止.

(2) 然后, 在角点处继续进行试验. 如果角点处试验结果的平均值和中心点处试验结果的平均值差别较小, 说明拟求响应面中仅有线性项, 采用一阶的多项式来拟合响应面就足够了, 试验到此结束. 否则, 说明拟求响应面中含有非线性项, 应该采用二阶或更高阶的多项式, 除角点之外, 还需要补充更多的试验点.

(3) 如上步所述, 当仅在角点处进行试验不能满足要求时, 则需要在轴点处补充新的试验点, 来拟合高阶的多项式响应面.

1.2 响应面拟合及体系可靠性分析

基于试验设计的模拟仿真分析完成之后, 式 (1) 中的系数可由最小二乘法确定, 得到如式 (2) 所示的形式:

$$Y = \beta_0 + \beta_{1x_1} x_1 + \beta_{2x_2} x_2 + \beta_{3x_3} x_3 + \beta_{11x_1^2} x_1^2 + \beta_{22x_2^2} x_2^2 + \beta_{33x_3^2} x_3^2 + \beta_{12x_1x_2} x_1 x_2 + \beta_{13x_1x_3} x_1 x_3 + \beta_{23x_2x_3} x_2 x_3 \quad (2)$$

需要注意的一点是, 在式 (2) 中, 随机变量 x_i 是经过中心转换后的随机变量, 可以通过逆变换, 使其还原到实际的随机变量, 以便于在可靠性分析中应用.

当结构系统的响应面已知时, 也就是其功能函数已知, 因而可以很方便地写出结构系统的极限状态方程:

$$Z = \beta_0 + \beta_{1x_1} x_1 + \beta_{2x_2} x_2 + \beta_{3x_3} x_3 + \beta_{11x_1^2} x_1^2 + \beta_{22x_2^2} x_2^2 + \beta_{33x_3^2} x_3^2 + \beta_{12x_1x_2} x_1 x_2 + \beta_{13x_1x_3} x_1 x_3 + \beta_{23x_2x_3} x_2 x_3 - S \quad (3)$$

式中, S 代表桥梁结构的荷载效应.

当 $Z > 0$ 时, 结构系统处于安全状态; $Z = 0$ 时, 结构系统处于极限状态; $Z < 0$ 时, 结构系统处于失效状态.

得到结构系统的极限状态方程之后, 就可以利用传统的一阶矩(FORM) 或二阶矩方法(SORM) 计算桥梁结构系统的失效概率或可靠性指标.

2 单跨叠合桥梁的体系可靠度分析

2.1 桥梁模型

这里以一单跨混凝土面板—钢梁叠合桥梁为例说明本文所建议方法的有效性. 桥梁上部结构

的两端是简支于混凝土桥台上,纵向跨度为 30.0 m,横向跨度为 18.2 m,如图 1 所示.结构剖面示于图 2 中,相关的结构参数列于表 1 和表 2 中.

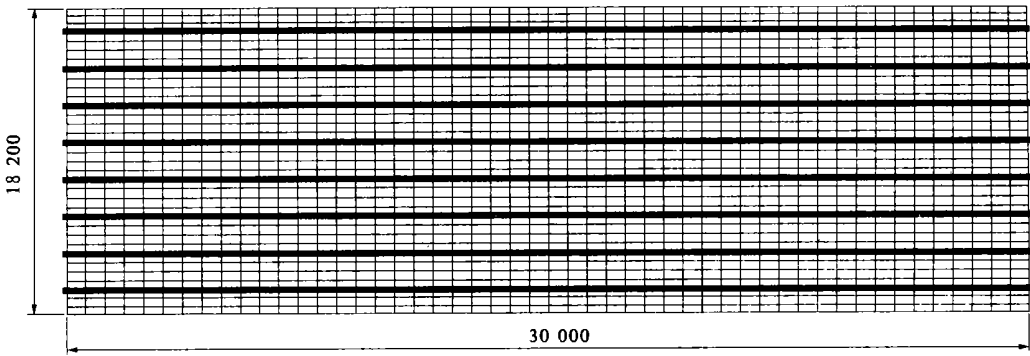


图 1 单跨叠合桥的平面图

Fig. 1 Han view of a single span composite bridge

表 1 单跨叠合桥的几何尺寸

Tab. 1 Dimensions of the single span composite bridge	
砼面板	钢梁(工字型)
厚度:0.25 m	高度:1.17 m
宽度:18.2 m	腹板宽度:0.01 m
跨度:30.0 m	上翼缘宽度:0.33 m
	上翼缘厚度:0.025 m
	下翼缘宽度:0.46 m
	下翼缘厚度:0.05 m

表 2 单跨叠合桥梁结构参数的概率特性

Tab. 2 Probability properties of structural variables for the single span composite bridge			
变 量	分 布	额定值	均值与额定值比
砼立方体抗压强度	对数正态	25 MPa	1.395
钢梁屈服强度	对数正态	235 MPa	1.12
钢筋屈服强度	对数正态	250 MPa	1.15
面板厚度	正态分布	250 mm	1.0
钢梁高度	正态分布	1170 mm	1.0
钢筋直径	正态分布	19 mm	1.0

表 3 5 种工况下体系承载力的分析结果

Tab. 3 Analytical results of system capacities for the five cases			
工况	加载系数	承载力/kN	跨中最大挠度/m
工况 1	1.43	8 580	0.287
工况 2	2.45	14 700	0.201
工况 3	1.93	11 580	0.273
工况 4	1.73	10 380	0.220
工况 5	1.49	8 940	0.289

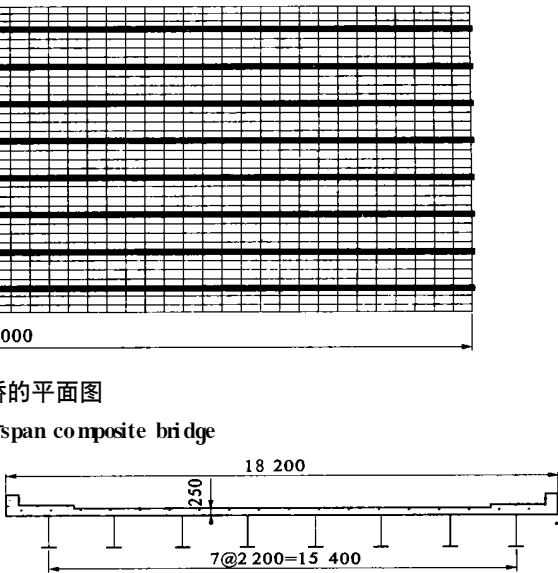


图 2 单跨叠合桥的剖面图

Fig. 2 Cross section of the single span composite bridge

2.2 体系承载力的确定性分析

当载重卡车行驶在桥梁上的不同位置时,所引起的结构效应也是不同的,因而具有不同可靠度,对结构系统可靠度进行分析时首先应该考虑载重卡车在桥梁上的不同布置,找到对结构系统最为不利的荷载布置方案,正是进行确定性分析的主要目的.考虑到 2 辆载重卡车同时出现更为不利,共设计了 2 辆卡车在桥上 5 种不同的布置方案,并利用表 1 和表 2 中所示桥梁结构的几何及材料强度参数,对这 5 种不同卡车布置方案使用通用非线性有限元分析程序 ABAQUS 进行了体系承载力的极限分析,得到的极限承载力以及达到极限承载力时结构体系的跨中最大挠度一并列于表 3 中.并选取其中的工况 1,即 2 辆卡车同向异道行驶进行了可靠性分析,该布置方案中卡车位置示意图如图 3 所示.

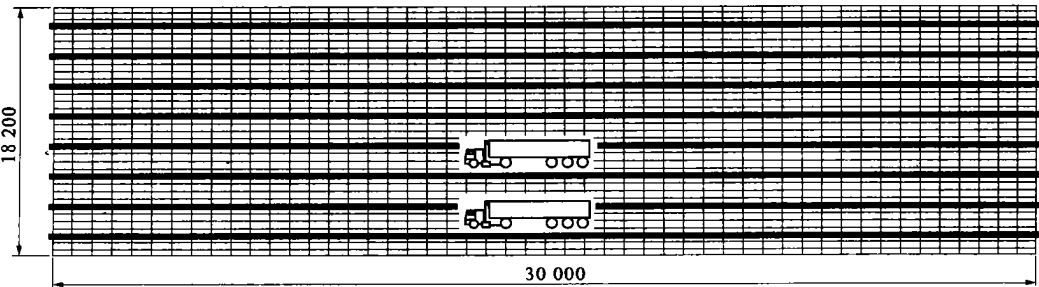


图 3 最不利的 2 辆卡车布置方案——工况 1

Fig. 3 Probability properties of structural variables for the single span composite bridge

从表 3 可以清楚地看出:工况 1 的承载力最低,其可靠度指标也最低,工况 2 的承载力最高,可靠度也最高,工况 3、工况 4 和工况 5 介于二者之间.为了更好地说明这五种工况下结构的变形性能,图 4 示出了它们各自的荷载—挠度曲线,表明在桥梁达到最终破坏之前,都发生相当大的非线性变形,所以可以认为,5 种工况下的破坏均属于弯曲破坏.也就是说,桥梁系统的承载力由弯曲承载力确定.因为,剪切引起的破坏具有突突性,属于脆性破坏范畴,而弯曲破坏则属于延性破坏的范畴.

显然,应该首先选取工况 1 进行桥梁结构体系的可靠性分析.

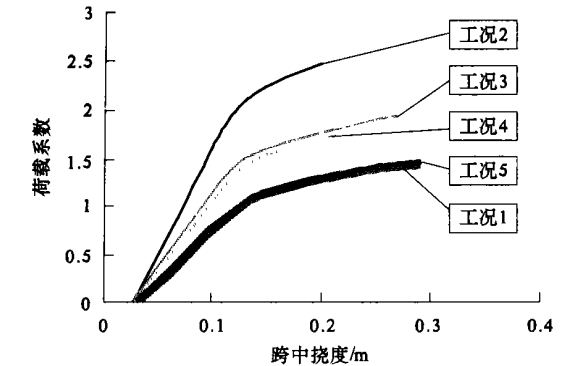


图 4 5 种工况的跨中荷载—挠度曲线
Fig. 4 Load-deflection curves of centre span for five cases

2.3 工况 1 的体系可靠度分析

2.3.1 初始试验设计

结构参数的灵敏度分析结果表明,三个材料强度参数对结构系统承载力的影响要显著一些,因而可以直接选择它们来拟合结构体系承载力的响应面,然后再进行体系可靠性分析.三个强度参数分别是:混凝土立方体抗压强度、钢梁屈服强度和钢筋的屈服强度.

接下来根据第 2 节介绍的中心复合旋转设计,确定各个变量的变化范围及其组合,然后在高性能工作站上用 ABAQUS 程序进行 20 次的模拟分析.所用的随机变量的概率特性示于表 4 中,其它结构参数均固定在平均值水平,并在全部分析中保持不变.

表 4 试验设计随机变量的概率特性
Tab. 4 Probability properties of variables in experimental design

变量	分布	额定值 /MPa	标准差 /MPa	变异系数
砼抗压强度	对数正态	25	6.00	0.24
钢梁屈服强度	对数正态	235	16.45	0.07
钢筋屈服强度	对数正态	250	20.00	0.08

通过模拟分析得到的叠合桥梁结构体系承载力列于表 5 中,其中包括:6 个中心点、8 个角点和 6 个轴点.值得注意的是,表 5 中的变量取值是经过中心变换后的,实际的取值如表 6 所示.

表 5 工况 1 的初始试验设计及模拟结果
Tab. 5 Initial experimental design and its simulation results for Case 1

位置 编号	变 量			体系承载力 /kN
	砼强度	钢梁强度	钢筋强度	
中心点	1	0	0	8 580
	2	0	0	8 580
	3	0	0	8 580
	4	0	0	8 580
	5	0	0	8 580
	6	0	0	8 580
角 点	7	—	—	7 140
	8	+	—	8 340
	9	—	+	8 040
	10	—	—	7 260
	11	+	+	9 060
	12	+	—	8 280
	13	—	+	8 220
	14	+	+	9 480
轴 点	15	—α	0	0
	16	α	0	0
	17	0	—α	0
	18	0	α	0
	19	0	0	—α
	20	0	0	α

2.3.2 拟合的响应面

通过对表 5 中的模拟结果进行回归分析,即可得到其中的待定系数,进而得到工况 1 下结构体系承载力的响应面,如式(4)所示:

$$R = 8\,579.561 + 721.166x_1 + 646.275x_2 + 85.277x_3 - 234.016x_1^2 - 117.360x_2^2 - 21.915x_3^2 + 7.500x_1x_2 + 7.500x_1x_3 + 67.5x_2x_3 \tag{4}$$

上式中的变量都是经过中心转换的,如果以变量的实际取值表达时,可以重新写为

$$R = -10\,546.8 + 258.801x_1' + 83.086x_2' + 6.4122x_3' - 2.889x_1'^2 - 0.154x_2'^2 - 0.0184x_3'^2 + 0.030x_1'x_2' + 0.241x_1'x_3' + 0.070x_2'x_3' \tag{5}$$

2.3.3 初始可靠度分析

为了检查响应面的拟合性,这里仅考虑了一个相对简单的极限状态方程,如式(6)所示:

表 6 工况 1 初始试验设计的实际变量水平

Tab.6 The actual level of variables for the initial experimental design

变 量	变量各水平取值				
	$-\alpha$	-1	0	1	$+\alpha$
砼抗压强度/MPa	18.3	24.5	33.5	42.5	48.7
钢梁屈服强度/MPa	216.7	235.6	263.2	290.8	309.7
钢筋屈服强度/MPa	229.5	253.0	287.5	322.0	345.5

$$z = R(x_1, x_2, x_3) - S \tag{6}$$

式 6) 中全部 4 个随机变量的概率特性采用表 7 中的统计参数.

表 7 可靠性分析随机变量的概率特性

Tab.7 Probability properties of variables in reliability analysis

变 量	分 布	平均值	标准差	变异系数
砼抗压强度	对数正态	33.5 MPa	6 MPa	0.24
钢梁屈服强度	对数正态	263.2 MPa	16.45 MPa	0.07
钢筋屈服强度	对数正态	287.5 MPa	23.0 MPa	0.08
荷载效应 S	正态分布	952.6 kN	25.28 kN	0.026

通过利用通用结构可靠性分析软件 Proban , 得到该桥梁结构的可靠度指标(失效概率), 以及设计验算点坐标等输出结果. 为了检验所得响应面的拟合性, 将设计验算点处的材料强度参数作为结构输入, 通过有限元模拟分析得到结构体系承载力结果, 和基于响应面——式 5) 的预测值进行比较, 结果如表 8 所示.

表 8 有限元模拟分析结果和响应面的预测值比较

Tab.8 The comparison of simulation results and prediction of response surface

项 目	有限元结果	响应面预测值	R_{FE}/R_{RS}	误差/%
	R_{FE}/kN	R_{RS}/kN		
设计点	3384	968.4	3.49	249

从表 8 的结果可以看出, 有限元模拟分析结果和响应面的预测值相差过大, 说明设计验算点坐标已经超出进行初始试验设计的变量取值区域, 因此基于响应面的预测值是不可靠的, 需要进一步的更正试验设计来重新拟合响应面.

2.3.4 修正的试验设计和重新拟合后的响应面

通过比较设计验算点坐标和初始试验设计的变量水平发现, 在设计验算点处混凝土的立方体抗压强度和钢梁屈服强度均比初始试验设计中的最低变量水平还低, 而钢筋的屈服强度却比其初始试验设计中的最高变量水平还高一些, 于是, 需要重新调整试验的投点区域, 调整后的试验设计变量水平与实际变量取值的对应关系列于表 9 中.

同样对修正后的试验设计进行 20 次模拟分析, 得到的桥梁结构的体系承载力, 利用同样的回

归分析得到各个回归系数, 修正后的响应面如下式所示.

表 9 工况 1 修正后试验设计的实际变量水平

Tab.9 The actual level of variables for the revised experimental design

变 量	变量各水平取值				
	$-\alpha$	-1	0	1	$+\alpha$
砼抗压强度/MPa	8.27	18.5	33.5	48.5	58.73
钢梁屈服强度/MPa	139.20	189.5	263.2	336.9	387.10
钢筋屈服强度/MPa	190.80	230.0	287.5	345.0	384.20

$$R = 8\,578.928 + 1734.879x_1 + 1799.424x_2 + 230.664\,4x_3 - 768.228\,9x_1^2 - 212.527\,3x_2^2 - 103.295\,8x_3^2 + 682.500x_1x_2 + 120.000x_1x_3 + 180.000x_2x_3 \tag{7}$$

同理, 当用变量的实际值表达时, 式 7) 可以重新写为

$$R = -2\,002.46 + 141.92x_1' + 12.120\,6x_2' + 6.135\,29x_3' - 3.414\,35x_1'^2 - 0.039\,132x_2'^2 \tag{8}$$

2.3.5 修正响应面的拟合性

同样采用式 6) 所示的极限状态方程, 运行结构可靠性分析程序 Proban , 得到可靠性结果, 如表 10 所示.

表 10 修正响应面的可靠性结果

Tab.10 Reliability results for the revised response surface

方 法	可靠度指标	失效概率
一阶矩	5.585 9	$1.162\,3 \times 10^{-8}$
二阶矩	5.542 7	$1.489\,3 \times 10^{-8}$

同样, 将设计验算点处的材料强度参数作为结构输入, 运行结构非线性程序 ABAQUS , 即可得到设计验算点处桥梁结构体系的承载力, 和运用响应面预测结果的对比例于表 11 中.

表 11 有限元模拟分析结果和修正响应预测值比较

Tab.11 The comparison of simulation results and predictions of revised response surface

项 目	有限元结果	响应面预测	R_{FE}/R_{RS}	误差/%
	R_{FE}/kN	R_{RS}/kN		
设计点	5 004	5 002.671	1.000 3	0.3

表 11 所示的有限元模拟分析结果和响应面

预测值的误差只有 0.3%，说明公式(8)表达的结构体系响应是该桥梁真实承载力响应面一个很好的近似，可以满足应用要求。

3 结论

本文介绍了响应面方法的基本原理和在桥梁结构体系可靠度分析中的应用，通过对一单跨叠合桥梁上部结构体系可靠度的分析，主要得到以下几点有用的结论：

- (1) 针对桥梁的上部结构系统，利用关键变量对叠合桥梁结构构建其体系承载力的响应面是可行的；
- (2) 分析发现，仅采用三个材料强度变量，就可以构建一个与结构体系承载力真实响应面近似的响应面，且可以满足应用要求；
- (3) 通过响应面方法得到的结构可靠性分析结果，只有在设计验算点坐标落在试验设计的取样区域内时才是可靠和可信的，否则，应重新进行试验设计和响应面的拟合。

参考文献：

[1] 李广慧,王东炜,霍 达.在役钢筋混凝土框架结构

体系可靠度计算[J]·基建优化,2000,21(4) :1~8.
[2] 李广慧,刘晨宇,傅 方,等.基于相关性的在役框架结构体系可靠性分析(英文)[J]·郑州工业大学学报,2001, 22(3) :44~47.
[3] 伍朝辉,赵国藩.数论方法在结构体系可靠度计算中的应用[J]·大连理工大学学报,1998,38(1) :92~96.
[4] 张银龙,常大民.响应面法用于桁架体系可靠度分析[J]·工程设计CAD 与智能建筑,2002(11) :57~60.
[5] ZHENG Y,DAS P K.Improved response surface method and its application to stiffened plate reliability analysis[J]·Engineering Structures ,2000,(22) :544~551.
[6] FARAVELLI L.Response surface approach for reliability analysis[J]·Journal of Engineering mechanics ,1989, 115 (12) :2763—2781.
[7] BUCHER C G,BOURGUND U.A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems [J]·Structural Safety ,1990(7) :57~66.
[8] SOARES R C,MOHAMED A,VENTURINI W S,et al .Reliability analysis of non -linear reinforced concrete frames using the response surface method[J]·Reliability Engineering and System Safety ,2002(75) :1~16.

Response Surface Method and Its Application in System Reliability Analysis of Bridges

LI Guang -hui ¹, LIU Chen -yu ², Toulal Onoufriou ³

(1.College of Civil Engineering , Zhengzhou University , Zhengzhou 450002,China ;2.School of Architecture , Zhengzhou University , Zhengzhou 450002,China ;3.School of Engineering , University of Surrey , Guildford , Surrey , UK GU2 7XH)

Abstract : A new method aiming to incorporate the response surface method (RSM) into the computation of system reliability for composite bridges is proposed in this paper .Non -linear finite element analysis program is first used to analyze the ultimate capacity of bridge structure on the basis of experimental design ,and then , response surface method is applied to obtain the response surface of system capacity of the bridge . At last , system reliability results are got with the aid of universal probability analysis program . The validity of proposed method has been examined through the computation of system reliability of a single -span composite bridge .
Key words : response surface method (RSM) ; bridge structure ; system reliability ; nonlinear FEA